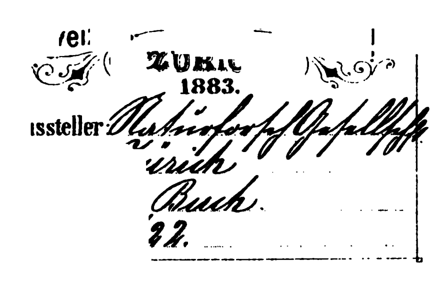
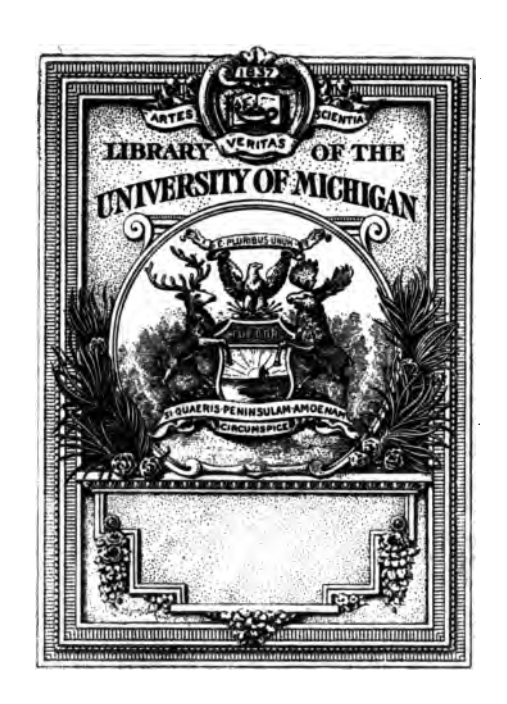
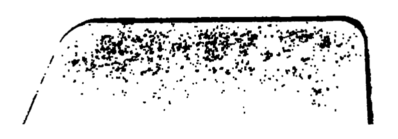

B 1,064,757


1883.
ıssteller


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

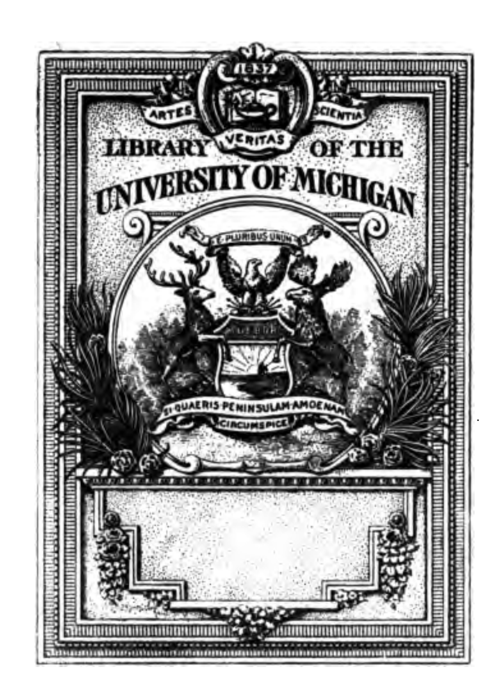
Redigirt

von

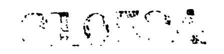
Dr. Rudolf Wolf,
Prof. der Astronomie in Zürich.

Zweiundzwanzigster Jahrgang.

Zürich,
in Commission bei S. Höhr.
1877.


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Inhalt.



Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,
Prof. der Astronomie in Zürich.

Zweiundzwanzigster Jahrgang.

Zürich,
in Commission bei S. Höhr.
1877.

Inhalt.

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

XLIII. Neue Ableitung von Variationsformeln für Mailand, München, Prag, Berlin und Christiania; Zusammenstellung aller bisher erhaltenen Variationsformeln; Studien über den jährlichen Gang der Variationen theils an den oben erwähnten, theils an den südlichen Stationen Trevandrum, Batavia und Hobarton, und Nachweis des Einflusses der Sonnenfleckenhäufigkeit auf denselben; Versuch einer Aufstellung von Monat-Formeln für die Variationen; Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur.

Wie ich in Nr. XLII zu Gunsten der durch die Gesellschaft in Harlem gewünschten Untersuchungen meine speciell die Periodicität der Sonnenflecken betreffenden neuesten Reihen und Studien publicirte, so will ich in gegenwärtiger Nummer auch noch einige die Declinations-Variationen und ihre Beziehung zu den Sonnenflecken betreffende Reihen und Studien veröffentlichen. Zunächst gebe ich sechs Tafeln: Taf. I enthält für die drei Jahresgruppen 1842—51, 1852—61 und 1862—71 theils die Jahresmittel r der Relativzahlen, theils als Δr für jeden Monat die diesem Jahresmittel zuzufügende Zahl um die mittlere Relativzahl dieses Monats zu erhalten[1]), theils Σr und die zwölf $\Sigma \Delta r$. Ausserdem ist noch das Mittel

[1]) Es ist kaum nöthig zu bemerken, dass hier die wirklichen und nicht die ausgeglichenen Werthe der Relativzahlen zur Anwendung gekommen sind.

Tab. I. **Sonnenflecken-Relativzahlen.**

	r	Δr											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1842	24,2	- 3,8	- 2,1	- 2,5	2,7	0,7	- 3,7	-11,6	2,3	- 5,7	13,9	16,3	- 6,6
43	10,6	2,7	- 7,1	- 2,3	- 2,3	10,5	- 0,1	- 1,1	1,2	- 6,4	- 5,3	8,5	2,1
44	15,0	- 5,6	- 0,3	- 1,4	5,8	- 3,0	-11,3	6,2	8,9	- 8,1	6,5	- 4,3	6,6
45	40,1	-14,4	3,5	3,2	16,8	7,8	- 9,0	- 9,5	- 7,8	-10,5	0,6	- 0,7	19,6
46	61,5	-22,8	-10,5	2,4	7,7	- 1,6	3,6	-15,0	- 6,7	45,6	- 5,6	- 1,1	4,0
47	98,5	-35,9	-53,6	-12,8	-53,8	-23,1	-13,2	-46,3	42,1	62,7	81,9	40,4	11,1
48	124,3	34,8	-12,5	-15,4	-17,2	-22,1	- 0,5	14,9	8,2	-24,0	8,1	- 9,7	35,2
49	95,9	60,8	35,8	0,6	6,6	-15,3	-14,7	-17,9	-34,6	- 2,2	-24,4	3,8	1,1
50	66,5	11,5	22,9	16,1	-22,4	- 4,9	3,5	-27,4	- 4,9	19,7	4,5	-11,7	- 6,5
51	64,5	11,0	40,9	0,1	- 8,0	- 1,9	- 1,3	-28,4	- 7,1	3,4	- 2,0	-13,6	6,9
Σ	601,1	38,3	17,0	-12,0	-64,1	-52,9	-46,7	- 136,1	1,6	74,5	78,2	27,9	73,5
1852	54,2	14,2	13,3	7,0	11,2	0,7	- 7,3	-12,2	-14,5	-16,7	13,1	0,1	- 8,8
53	39,0	2,1	3,9	- 1,3	8,6	- 4,3	1,0	6,9	11,4	- 5,5	3,3	-10,2	-15,6
54	20,6	- 5,2	- 0,6	0,1	5,8	3,4	0,5	- 1,9	- 4,8	1,8	- 7,9	7,6	0,8
55	6,7	5,6	4,7	10,7	- 2,3	2,4	- 1,4	- 6,3	- 3,6	- 6,7	3,0	- 2,5	- 3,6
56	4,3	- 3,8	0,6	- 3,9	2,2	- 4,3	0,7	0,3	1,6	0,1	0,2	3,4	2,9
57	22,8	- 9,1	-15,4	-17,6	-11,7	6,4	- 6,8	- 0,6	- 5,9	19,6	17,8	8,6	14,4
58	54,8	-15,8	-19,9	2,7	-16,5	-13,4	-10,3	1,9	0,5	25,3	36,4	- 2,9	12,1
59	93,8	-10,1	- 6,2	- 3,5	- 8,1	- 2,8	- 6,7	1,4	13,0	12,0	20,8	3,4	-12,8
60	95,7	-14,2	- 7,7	3,2	-24,3	11,4	12,9	21,0	4,6	- 3,5	- 5,6	2,2	- 0,1
61	77,2	-15,1	0,6	23,8	21,3	-20,4	10,6	0,8	5,3	2,7	-10,0	-23,5	3,3
Σ	469,1	-51,4	-26,7	21,2	-13,8	-20,9	- 6,8	11,3	7,6	29,1	71,1	-13,8	- 7,4
1862	59,1	4,0	5,4	-15,5	- 5,4	5,3	24,9	14,3	3,4	7,5	-17,1	- 8,5	-18,2
63	44,0	4,3	12,7	22,4	- 3,4	9,8	- 3,8	-11,3	4,1	-22,0	- 4,1	- 6,3	- 2,8
64	46,9	10,8	0,2	19,4	-11,1	- 6,3	10,9	7,8	7,9	-18,4	-13,0	10,7	-18,3
65	30,5	18,2	8,8	9,0	- 1,1	4,0	3,1	- 3,7	7,3	- 8,9	-13,4	- 5,9	-17,7
66	16,3	15,3	22,1	8,3	1,3	- 3,4	0,2	- 7,0	- 3,6	- 9,0	- 2,2	- 7,3	-14,8
67	7,3	- 7,3	- 6,6	1,9	- 2,2	- 4,4	- 5,8	- 2,3	- 2,4	2,5	6,2	2,0	17,9
68	37,3	-21,7	-21,5	-10,8	- 0,7	-10,6	- 6,2	- 8,7	- 2,9	6,5	24,4	21,8	30,3
69	73,9	-13,0	-14,6	-21,2	-32,9	30,1	34,5	-14,7	5,7	6,7	-14,5	3,5	30,4
70	139,1	-61,8	-24,2	20,3	20,9	36,9	- 3,5	- 6,7	14,7	- 3,1	7,3	8,4	- 9,1
71	111,2	-22,9	14,1	32,0	51,2	34,3	-19,5	- 8,2	- 1,2	-30,9	-22,2	- 5,8	-20,9
Σ	565,6	-74,1	- 3,6	65,8	16,6	95,7	34,8	-40,5	33,0	-69,1	-48,6	12,6	-23,2
m	*54,5*	*- 2,9*	*- 0,4*	2,5	- 2,0	0,7	- 0,3	- 5,5	1,4	1,1	3,3	0,9	1,4
$\beta . \Delta r$	. . . .	*-0,13*	*-0,02*	*0,11*	*-0,09*	0,03	-0,01	-0,25	0,06	0,05	0,15	0,04	0,06

Tab. II. **Declinations-Variationen in Mailand.**

	v	Δv											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1842	7,50	-3,61	-3,18	0,68	3,77	2,68	2,55	1,81	1,35	1,38	-0,10	-3,04	-4,32
43	7,36	-2,91	-3,00	0,25	2,79	2,14	3,11	2,02	2,19	2,11	-0,68	-3,55	-4,53
44	6,98	-4,04	-4,21	-0,55	3,24	2,26	1,55	1,64	2,75	2,82	0,32	-2,07	-3,67
45	7,61	-5,25	-2,48	0,45	5,17	2,91	2,57	2,10	2,84	1,07	-0,42	-4,32	-4,60
46	7,93	-5,48	-4,88	1,62	3,91	3,86	3,34	3,02	2,60	0,45	-0,73	-2,92	-4,80
47	9,72	-7,47	-5,42	0,65	3,01	1,87	1,94	1,02	3,75	1,31	5,26	-2,31	-3,62
48	11,38	-4,93	-2,24	2,45	3,16	1,88	2,76	2,89	2,53	0,50	3,43	-5,75	-6,69
49	9,92	-1,89	-0,97	2,22	7,09	3,56	2,25	0,92	-0,57	1,02	-1,72	-5,63	-6,23
50	8,91	-1,96	0,59	3,97	3,45	2,90	4,06	0,64	0,56	0,55	-2,13	-6,43	-6,22
51	7,17	-1,87	-2,47	1,87	3,08	4,38	4,51	2,52	1,81	0,81	-2,76	-6,43	-5,46
Σ	84,48	- 39,41	- 28,26	13,61	38,67	28,44	28,64	18,58	19,81	12,02	0,47	- 42,45	- 50,14
1852	7,58	-2,00	-3,61	1,29	1,38	2,56	3,67	2,18	4,29	-2,53	-0,02	-1,22	-6,05
53	7,59	-3,49	-3,05	-0,16	2,41	2,10	4,24	3,44	2,03	1,72	0,54	-4.29	-5,47
54	5,76	-4,16	-3,36	-0,63	2,84	3,60	3,41	3,21	2,37	0,72	-0,40	-3,08	-4,56
55	5,60	-1,78	-1,10	-1,48	3,71	1,96	2,70	2,09	2,92	0,62	-1,76	-2,96	-4,89
56	5,12	-3,48	-1,60	-1,76	3,29	0,56	2,09	3,66	2,76	0,65	0,81	-3,27	-3,75
57	5,41	-4,50	-1,19	-1,17	-3,36	1,99	3,52	2,92	2,62	3,84	0,45	-1,78	-3,39
58	7,71	-3,80	-2,45	2,03	1,84	0,92	0,32	1,41	-0,35	0,91	2,43	0,06	-3,36
59	10,01	-5,27	-2,21	0,55	5,59	3,34	2,70	2,08	1,32	2,57	-1,72	-3,46	-5,44
60	8,04	-4,24	-2,21	1,26	2,07	1,07	3,16	2,83	2,04	0,40	1,46	-2,54	-5,24
61	7,51	-5,55	-0,87	1,80	4,46	0,74	0,39	1,05	3,33	1,61	-0,36	-2,73	-3,93
Σ	70,33	- 38,27	- 21,65	1,73	24,23	18,84	26,20	24,87	23,33	10,51	1,43	- 25,27	- 46,08
1862	7,61	-3,59	-2,89	0,41	2,39	0,30	3,42	4,02	3,01	1,79	-0,48	-3,15	-5,25
63	7,26	-3,68	-2,29	1,49	3,30	3,87	3,62	2,72	1,43	0,16	-0,56	-4,13	-5,95
64	7,19	-3,34	-1,54	2,49	2,90	3,38	3,72	3,31	2,52	-0,95	-2,45	-3,61	-6,43
65	5,85	-4,97	-2,47	3,11	3,79	3,66	3,44	2,65	2,70	0,67	-3,21	-5,44	-3,99
66	4,21	-2,18	0,05	-1,01	2,30	0,05	1,59	1,91	2,09	-0,32	0,10	-1,51	-3,02
67	4,94	-3,08	-1,37	0,39	1,99	0,97	3,20	3,10	1,99	-0,03	-1,21	-2,98	-2,91
68	6,81	-4,25	-2,23	-0,10	1,65	4,22	1,08	1,45	2,78	2,25	-1,43	-2,01	-3,45
69	8,42	-5,01	-3,35	-0,06	2,40	3,52	3,79	3,13	1,98	2,19	-2,12	-2,78	-3,69
70	11,52	-6,99	-3,90	-1,23	4,79	6,36	3,23	3,12	1,84	1,70	-1,39	-2,89	-4,59
71	10,70	-4,84	-1,48	2,61	5,18	3,16	2,83	2,20	3,64	-0,30	0,86	-4,04	-9,86
Σ	74,51	- 41,93	- 21,47	8,10	30,69	29,49	29,92	27,61	23,98	7,06	- 11,89	- 32,54	- 49,1
m	7,64	-3,99	-2,38	0,78	3,12	2,56	2,83	2,37	2,24	0,99	-0,33	-3,31	-4,8
M	....	*-3,86*	*-2,36*	0,67	3,21	2,53	2,84	2,62	2,18	0,94	-0,48	-3,35	-4

Tab. III. **Declinations-Variationen in München.**

	v	Δv											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1842	7,08	-3,43	-2,34	1,26	3,25	2,23	2,70	1,30	1,95	0,64	-0,03	-3,22	-4,27
43	7,15	-3,33	-3,07	-0,28	2,56	2,09	2,99	2,42	2,93	1,66	-0,33	-3,33	-4,36
44	6,61	-3,80	-3,18	0,34	2,92	1,81	2,27	1,77	2,67	1,62	-0,07	-2,67	-3,63
45	8,13	-5,93	-3,44	0,13	3,80	2,75	2,60	1,31	2,29	0,75	-0,79	-3,64	0,21
46	8,81	-5,51	-1,87	0,72	3,46	3,77	2,40	2,56	2,68	1,58	-0,99	-3,15	-5,59
47	9,55	-6,25	-3,20	0,30	2,88	2,26	2,21	1,39	3,32	2,51	1,98	-2,49	-4,85
48	11,15	-4,63	-2,14	0,81	3,41	3,07	2,65	3,52	4,25	2,85	-0,85	-5,37	-7,62
49	10,64	-3,37	-2,22	3,44	6,22	3,03	3,22	1,93	0,90	0,15	-1,52	-5,23	-6,55
50	10,44	-4,46	-1,60	1,71	3,88	3,61	2,95	2,09	2,24	2,20	-1,40	-4,24	-6,99
51	9,04	-3,33	-3,22	-0,09	3,56	2,76	3,27	2,89	2,35	1,07	-0,19	-3,46	-5,57
Σ	88,60	-44,04	-26,28	8,34	35,94	27,38	27,26	21,18	25,58	15,03	-4,19	-36,80	-49,22
1852	9,47	-3,53	-2,70	0,86	3,97	2,46	2,74	2,46	3,10	-0,06	0,29	-3,70	-5,89
53	8,95	-3,86	-2,83	0,77	3,15	2,25	3,77	3,90	2,73	1,27	-0,63	-4,39	-6,12
54	7,87	-4,09	-2,98	0,67	3,65	3,80	2,55	2,83	2,55	1,59	-1,38	-3,88	-5,25
55	7,81	-3,10	-2,92	1,63	3,23	2,19	2,39	1,89	2,00	1,40	-0,50	-3,14	-5,01
56	7,28	-3,30	-2,89	-0,01	3,31	1,75	2,70	1,94	3,14	1,44	0,24	-3,46	-4,80
57	8,08	-4,35	-2,20	-0,30	2,23	2,72	2,69	2,41	3,05	1,69	-0,57	-3,47	-3,88
58	9,83	-4,89	-3,32	1,21	3,46	2,05	0,80	2,74	1,80	1,82	1,23	-3,81	-3,05
59	11,76	-6,92	-4,52	1,26	6,31	1,88	2,29	2,02	3,54	3,25	0,79	-3,78	-6,15
60	11,32	-5,62	-2,46	1,77	3,17	2,89	4,96	3,19	4,14	0,69	-0,38	-4,98	-7,35
61	10,38	-4,89	-1,44	0,73	5,12	2,69	3,22	1,86	3,33	0,93	-1,98	-4,28	-5,32
Σ	92,75	-44,55	-28,26	8,59	37,60	24,68	28,11	25,24	29,38	14,02	-2,89	-38,89	-52,82
1862	8,82	-3,65	-3,01	0,67	2,47	1,37	3,66	3,92	2,60	1,93	-0,77	-3,79	-5,39
63	8,57	-4,28	-2,40	1,96	3,79	3,86	3,07	2,20	2,21	0,54	-0,67	-4,37	-5,90
64	7,94	-3,51	-2,55	2,63	3,28	3,13	3,56	2,45	2,30	-0,66	-1,23	-3,44	-5,91
65	7,68	-5,15	-3,02	1,61	3,96	3,73	3,09	2,10	2,74	1,37	-1,61	-4,17	-4,65
66	7,17	-3,19	-0,52	0,49	3,98	2,41	2,81	2,07	1,19	-0,15	-1,07	-3,52	-4,48
67	7,21	-3,23	-1,83	0,91	2,91	2,52	2,88	2,61	2,34	0,38	-1,69	-3,52	-4,47
68	7,96	-4,55	-2,97	0,77	4,64	2,15	2,42	2,73	3,03	0,65	-1,27	-3,18	-4,35
69	9,42	-5,94	-3,48	0,12	3,61	2,98	4,34	3,66	3,12	1,89	-0,74	-3,66	-5,92
70	12,11	-7,21	-4,82	0,58	4,74	4,73	2,46	4,10	2,65	1,81	0,40	-2,71	-6,74
71	11,70	-5,47	-3,16	2,01	5,57	3,01	3,61	2,74	3,37	1,08	-1,60	-4,58	-6,57
Σ	88,58	-46,18	-27,76	11,75	38,95	29,89	31,90	28,58	25,55	8,84	-10,24	-36,74	-54,38
m	9,00	-4,49	-2,74	0,96	3,75	2,73	2,91	2,50	2,68	1,26	-0,58	-3,75	-5,21
M	....	*-4,36*	-2,72	0,85	3,84	2,70	2,92	2,75	2,62	1,21	-0,73	-3,79	-5,27

Tab. IV. **Declinations-Variationen in Prag.**

	v	Δv											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1842	6,34	-4,32	-2,05	0,44	3,45	3,45	3,67	1,99	1,80	-0,08	-0,33	-3,82	-4,15
43	6,58	-3,54	-2,73	0,42	2,73	2,46	3,75	2,88	2,35	0,90	-0,84	-3,99	-4,44
44	5,96	-4,97	-3,30	1,49	3,21	2,43	3,18	3,00	2,64	0,66	-0,07	-4,16	-4,08
45	7,00	-6,27	-3,30	1,42	3,92	3,41	3,74	2,90	2,92	-0,15	-0,47	-3,88	-4,20
46	7,65	-5,60	-4,67	1,87	4,47	4,36	3,55	3,88	2,90	-0,32	-1,10	-3,70	-5,45
47	8,68	-6,56	-4,29	1,08	2,48	1,62	2,32	1,60	3,73	2,14	1,78	-2,31	-3,63
48	10,75	-4,45	-2,48	1,27	2,91	2,45	3,02	4,37	3,87	1,68	-0,43	-6,30	-5,91
49	10,34	-2,79	-1,01	3,38	6,28	3,04	4,16	2,16	0,32	-0,64	-1,71	-6,23	-6,92
50	9,97	-4,24	-1,46	2,96	4,58	3,27	4,35	2,64	1,33	0,76	-1,29	-5,08	-7,77
51	8,32	-3,23	-3,10	0,60	4,12	3,03	3,70	3,32	1,27	0,86	-0,49	-4,02	-6,11
Σ	81,59	-45,97	-28,39	14,93	38,15	29,52	35,44	28,74	23,13	5,81	-4,95	-43,49	-52,66
1852	8,09	-4,00	-3,57	1,72	4,37	2,67	4,00	1,52	1,71	0,29	0,20	-2,87	-6,01
53	7,09	-3,85	-2,58	0,50	2,56	1,93	4,12	4,67	2,75	0,79	-2,00	-4,14	-4,76
54	6,81	-5,12	-1,96	0,94	4,32	3,55	3,19	3,51	1,90	0,23	-1,54	-3,81	-5,20
55	6,41	-3,00	-2,00	1,61	1,99	1,89	3,00	2,59	2,33	-0,09	-0,47	-2,69	-5,17
56	5,98	-4,13	-2,51	-0,78	3,69	2,27	3,43	2,66	2,34	1,14	0,22	-3,63	-4,69
57	6,95	-4,51	-1,09	-0,20	2,62	2,60	3,25	3,05	2,20	-0,04	-0,24	-3,42	-4,28
58	7,41	-3,39	-2,08	2,02	5,18	-2,17	-2,25	-0,48	3,09	3,46	2,44	-2,47	-3,36
59	10,36	-6,71	-4,58	1,11	5,99	2,75	2,81	0,89	3,25	3,15	0,57	-3,76	-5,51
60	10,10	-5,86	-2,98	1,49	1,65	3,76	5,68	5,02	5,38	-0,32	-1,74	-5,14	-6,95
61	9,17	-4,16	-0,72	-0,32	3,34	2,70	3,80	2,39	2,44	-0,35	-2,64	-2,95	-3,49
Σ	78,37	-44,73	-24,07	8,09	35,71	21,95	31,03	25,82	27,39	8,26	-5,20	-34,88	-49,42
1862	8,60	-3,23	-3,63	-2,29	0,88	0,88	4,94	4,04	3,86	-0,23	0,94	-2,30	-3,83
63	8,84	-1,92	-1,11	0,55	2,12	3,39	2,29	1,94	1,08	-0,86	-1,34	-2,85	-3,31
64	8,02	-2,73	-2,27	1,35	1,06	2,36	3,87	2,30	2,05	-1,14	-0,65	-2,25	-3,92
65	7,93	-2,25	-0,82	2,20	1,69	2,73	2,43	1,83	1,63	0,43	-1,79	-2,55	-5,59
66	7,46	-1,25	1,75	-0,25	1,88	1,74	2,32	2,02	-0,01	-0,74	-2,08	-1,09	-4,28
67	6,95	-2,55	-1,73	0,51	1,76	1,87	2,93	3,23	1,83	-0,33	-1,77	-2,62	-3,12
68	8,02	-3,39	-2,33	0,54	3,22	1,36	2,02	2,57	2,38	-0,13	-1,24	-2,34	-2,64
69	9,22	-3,64	-1,69	0,53	1,57	1,74	5,40	3,95	1,83	0,27	-1,15	-3,94	-4,85
70	11,23	-5,18	-4,50	0,07	3,14	4,17	3,94	4,35	3,41	0,08	-1,75	-3,13	-4,65
71	11,42	-5,15	-0,89	-0,06	3,35	2,25	4,08	3,72	4,12	-0,91	-2,67	-2,46	-5,33
Σ	87,69	-31,29	-17,22	3,15	20,67	22,47	34,22	29,95	22,18	-3,56	-13,50	-25,53	-41,52
m	8,26	-4,07	-2,32	0,87	3,15	2,46	3,36	2,82	2,42	0,35	-0,79	-3,46	-4,79
M	....	*-3,94*	*-2,30*	0,76	3,24	2,43	3,37	3,07	2,36	0,30	-0,94	-3,50	-4,[illegible]

Tab. V. **Declinations-Variationen in Berlin.**

	v	Δv											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1842	7,53	-3,83	-2,61	0,55	2,97	3,59	3,12	2,44	2,29	0,27	-0,36	-3,65	-4,76
43	7,42	-3,64	-3,17	0,20	2,91	3,18	3,11	2,21	2,83	1,25	-0,47	-4,14	-4,27
44	6,60	-4,83	-3,38	0,35	3,15	3,17	3,95	2,50	2,45	0,98	-1,72	-3,15	-3,53
45	7,98	-6,91	-3,16	0,94	5,32	3,85	3,92	2,92	3,22	0,47	-1,06	-4,33	-5,20
46	8,52	-6,48	-2,08	0,87	4,05	4,10	2,76	3,10	2,36	0,75	-1,12	-2,75	-5,60
47	9,54	-6,62	-4,32	0,38	2,54	1,48	2,91	2,03	3,56	2,48	1,84	-2,26	-4,01
48	11,09	-5,07	-2,71	1,06	2,21	1,76	3,83	4,81	4,56	2,08	-1,42	-4,97	-6,17
49	11,00	-2,82	-0,52	3,58	6,28	2,38	3,92	1,70	0,20	-1,12	-1,80	-5,60	-6,15
50	10,49	-4,29	-1,94	2,28	5,38	3,21	4,54	2,29	2,51	1,44	-1,54	-6,34	-7,49
51	9,30	-4,15	-3,23	0,07	4,17	3,07	7,77	2,85	1,63	-0,20	-0,38	-4,48	-7,12
Σ	89,47	-48,64	-27,12	10,28	38,98	29.79	39,83	26,85	25,61	8,40	-7,97	-41,67	-54,30
1852	8,63	-3,38	-4,48	1,35	4,24	3,09	3,09	1,94	2,77	-0,03	0,92	-4,10	-5,43
53	8,74	-4,32	-2,61	1,44	3,53	2,71	5,01	1,08	2,79	0,81	0,29	-4,51	-6,26
54	7,24	-4,22	-2,76	-0,17	2,56	3,91	3,48	2,86	3,19	0,64	-1,37	-3,12	-4,99
55	7,34	-3,94	-3,04	1,66	3,26	2,46	2,36	2,46	2,26	1,56	-1,44	-2,84	-4,74
56	7,67	-3,97	-3,27	1,33	2,93	1,23	2,43	1,93	1,23	0,93	0,03	-1,17	-3,67
57	8,15	-4,35	-2,55	1,15	2,75	2,95	3,25	3,25	1,25	0,45	-0,25	-4,05	-3,85
58	9,16	-5,86	-2,76	1,64	3,24	2,74	1,54	2,74	1,24	2,04	1,64	-3,16	-5,06
59	11,62	-6,72	-3,12	1,68	6,18	2,58	1,98	0,88	2,98	1,98	0,28	-3,22	-5,52
60	10,88	-4,58	-2,38	1,52	3,02	2,92	4,52	3,02	3,62	0,12	0,12	-4,78	-7,08
61	10,47	-5,41	-1,53	0,77	5,77	2,97	-0,23	5,07	2,17	3,47	-2,23	-5,03	-5,72
Σ	89,90	-46,75	-28,50	12,37	37,48	27,56	27,43	25,23	23,50	12,17	-2,01	-35,98	-52,32
1862	8,92	-2,52	-2,82	0,58	2,08	0,78	2,58	2,48	2,68	0,58	-0,42	-4,22	-1,82
63	8,23	-3,53	-2,83	3,17	3,57	3,87	2,77	1,87	1,57	-0,23	-0,23	-3,83	-6,13
64	7,40	-3,00	-2,10	4,20	3,50	3,60	2,00	1,60	1,80	-0,30	-0,80	-4,70	-5,80
65	7,41	-5,41	-2,81	2,39	3,99	3,99	0,99	3,59	2,69	-0,61	-0,71	-3,61	-4,51
66	6,83	-2,63	-0,83	0,67	4,37	1,17	2,37	2,77	1,77	-0,63	-1,33	-3,43	-4,33
67	7,30	-3,30	-1,70	1,50	3,80	2,00	3,00	2,90	2,70	0,40	-3,10	-3,50	-4,70
68	8,00	-4,20	-3,00	0,60	5,30	3,40	2,50	2,20	3,20	-0,70	-1,40	-3,70	-4,20
69	9,65	-6,04	-3,24	-0,04	3,16	2,06	4,76	4,26	3,46	1,26	-0,24	-4,02	-5,43
70	12,15	-7,25	-3,75	2,05	4,25	4,85	2,95	3,55	1,85	0,55	-0,95	-2,55	-5,55
71	12,31	-4,11	-3,01	2,79	5,69	2,89	3,59	2,39	2,59	0,89	-2,01	-5,21	-6,51
Σ	88,20	-41,99	-26,09	17,91	39,71	28,61	27,51	27,61	24,31	1,21	-11,19	-38,77	-48,98
m	8,92	-4,58	-2,72	1,35	3,87	2,87	3,16	2,66	2,45	0,73	-0,71	-3,88	-4,19
M	....	-4,45	-2,70	1,24	3,96	2,84	3,17	2,91	2,39	0,68	-0,86	-3,92	-4,25

Tab. VI. Declinations-Variationen in Christiania.

	v	Δv											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1842	5,48	-3,78	-1,17	0,91	2,65	2,38	3,37	2,13	1,61	-1,24	0,18	-2,90	-4,13
43	5,75	-2,99	-2,01	0,92	2,16	2,22	4,24	2,86	2,63	0,03	-2,34	-3,81	-3,92
44	5,23	-4,40	-3,08	1,82	3,15	2,07	3,74	2,29	1,41	-0,24	0,54	-3,92	-3,42
45	5,82	-4,62	-3,19	1,92	4,66	2,44	3,35	2,54	-0,27	-1,81	0,88	-3,45	-2,45
46	6,10	-4,96	-3,86	2,79	3,76	3,77	3,65	2,50	1,62	-1,75	-0,29	-2,88	-4,42
47	7,39	-5,70	-3,45	1,25	0,33	0,82	2,05	1,57	2,84	1,14	2,62	-1,16	-2,25
48	9,10	-4,50	-1,34	0,35	0,08	1,35	3,13	5,12	2,83	0,49	1,46	-4,03	-4,93
49	8,62	-1,87	0,35	2,91	4,69	1,31	3,40	1,22	-0,08	-0,91	-1,23	-4,45	-5,31
50	8,50	-3,03	-0,62	3,86	3,76	2,27	4,25	2,17	0,29	0,25	-1,73	-4,35	-7,04
51	6,89	-3,27	-1,97	1,27	3,88	2,57	3,49	3,34	0,57	-0,32	-0,25	-3,82	-5,53
Σ	68,88	-39,12	-20,34	18,00	29,12	21,20	34,67	25,74	13,45	-4,36	-0,16	-34,77	-43,40
1852	7,17	-1,18	0,60	1,32	3,37	1,39	1,49	2,09	0,69	-1,59	0,63	-3,71	-5,07
53	6,58	-2,56	-1,76	1,41	1,44	0,73	4,14	3,00	2,00	-0,26	-0,05	-3,48	-4,62
54	6,00	-3,63	0,55	1,20	2,90	1,45	0,96	3,03	2,50	-1,20	0,06	-3,28	-4,56
55	5,16	-2,06	-1,21	1,82	2,80	1,25	1,90	0,21	1,97	-0,73	0,22	-1,76	-4,36
56	5,02	-3,59	-0,85	0,59	2,44	1,29	3,22	2,87	0,54	-0,16	0,28	-2,84	-3,77
57	5,50	-3,32	-0,21	0,45	2,19	1,70	2,66	3,16	2,15	-2,25	0,40	-2,22	-4,69
58	7,55	-4,16	-2,02	1,25	3,79	1,23	-0,02	3,34	0,62	1,47	1,12	-2,92	-3,75
59	9,20	-6,23	-0,67	1,89	3,91	0,68	2,02	0,21	2,77	1,62	0,79	-2,67	-4,33
60	8,42	-3,81	0,87	4,31	1,54	0,52	3,01	2,70	0,41	-0,28	-0,76	-3,03	-5,51
61	7,82	-5,04	0,35	1,53	4,84	2,89	3,25	0,96	2,45	-1,99	-1,71	-3,13	-4,35
Σ	68,42	-35,58	-4,35	15,77	29,22	13,13	22,63	21,57	16,10	-5,37	0,98	-29,04	-45,01
1862	6,87	-3,04	-2,00	0,94	2,38	0,14	3,37	2,90	1,03	0,90	1,46	-3,61	-4,42
63	7,00	-3,14	-1,02	2,63	2,92	2,59	2,81	1,94	1,68	-0,93	-0,59	-3,57	-5,34
64	5,99	-2,40	-1,00	2,19	3,72	3,05	2,97	3,24	1,10	-1,67	-2,03	-4,07	-5,05
65	5,75	-4,45	-1,07	3,78	3,18	2,64	3,14	1,18	1,43	0,31	-1,41	-4,82	-3,95
66	5,70	-2,37	0,00	-0,20	2,44	2,90	3,04	2,43	1,29	-1,55	-2,14	-2,41	-3,38
67	5,69	-3,34	-0,66	2,17	2,72	1,25	2,91	3,05	1,95	-0,17	-2,27	-3,48	-4,16
68	6,64	-3,56	-2,31	2,04	3,91	0,90	2,69	2,63	2,50	-1,18	-1,63	-2,79	-3,20
69	7,83	-4,49	-0,85	0,61	2,90	0,54	4,16	3,86	1,68	1,00	-0,95	-2,67	-5,79
70	10,01	-5,95	-3,74	1,43	2,92	4,27	2,76	3,86	1,56	-0,60	1,18	-2,79	-4,94
71	9,86	-3,77	-1,41	2,37	3,89	0,90	3,67	2,68	2,45	-0,16	-1,10	-3,91	-5,67
Σ	71,34	-36,51	-14,06	17,96	30,98	19,18	31,52	27,77	16,67	-4,05	-9,48	-34,12	-45,90
m	6,95	-3,71	-1,29	1,72	2,98	1,78	2,96	2,50	1,54	-0,46	-0,29	-3,26	-4,48
M	....	*-3,58*	*-1,27*	1,61	3,07	1,75	2,97	2,75	1,48	-0,51	-0,44	-3,30	-4,5[illegible]

m sowohl der 30 Werthe von r, als je der 30 demselben Monate zugehörenden Δr gegeben, — endlich noch das Produkt jedes dieser mittlern Δr mit der Zahl $\beta = 0{,}045$. Die Bedeutung dieser Zahlen wird aus dem Folgenden hervorgehen; vorläufig mag einzig bemerkt werden, dass, wenn eine dem Erdjahre entsprechende Periode von etwas merklichem Belange vorhanden wäre, diese nothwendig in der Reihe der m hervortreten müsste, — was nicht der Fall ist, wenn es auch erwähnenswerth sein dürfte, dass die grössten positiven Werthe ungefähr auf die Zeit der Equinoctien fallen, und die grössten negativen Werthe den Solstitien folgen. [2]) Tab. II enthält für dieselben drei Jahresgruppen die in Mailand beobachteten Declinations-Variationen v [3]), die entsprechend den Δr gebildeten Δv, die Σv und $\Sigma \Delta v$, sowie endlich die Mittel m und M. Für letztere ist zu bemerken, dass m das gewöhnliche, dagegen M eine Art corrigirtes Mittel ist. Unter Voraussetzung nämlich, dass wie die mittlere Jahres-Variation nach der Formel

$$v = \alpha + \beta \, . \, r \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1$$

berechnet werden kann, für die mittlere Monatsvariation die Formel

$$v' = \alpha + \Delta \alpha + \beta \, (r + \Delta r)$$

gelte, müsste die von dem Einflusse der Sonnenfleckenperiode unabhängige, den reinen jährlichen Gang repräsentirende Grösse

$$\Delta \alpha = \Delta v - \beta \, . \, \Delta r \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 2$$

---

[2]) Vergl. in dieser Beziehung auch die in Tab. IX gegebenen Reihen von Δr und Δv, sowie das über ihre Beziehungen Beigebrachte.

[3]) Es wurden hier die in Nr. XXXVIII gegebenen Reihen der Mailänder-Variationen benutzt, wobei die Jahresmittel noch einmal revidirt und dabei einige kleine Correcturen als nöthig gefunden wurden.

sein und wenn man daher von den m die für $\beta = 0{,}045$ in Tab. I berechneten Werthe $\beta \,.\, \Delta\, r$ abzieht, so erhält man unter dieser Voraussetzung die Mittel M der $\Delta\, \alpha$, welche jedoch ausserordentlich wenig verschieden von den Mitteln m der $\Delta\, v$ ausgefallen sind, da sich die $\Delta\, r$ für die 30 Jahre 1842—71 fast völlig ausgeglichen haben. Tab. III—VI geben genau in derselben Zusammenstellung und Bearbeitung die in München[4]), Prag[5]), Berlin[6]) und Christiania [7]) beobachteten Declinations-Variationen. — Schreibt man nach diesen sechs Tafeln für die mittlern Jahreswerthe die Gleichung 1 auf, so erhält man zur Bestimmung von α und β für jeden Ort und jede Jahresgruppe die zwei Normalgleichungen

$$\Sigma v = 10 \,.\, \alpha + \Sigma r \,.\, \beta \qquad \Sigma vr = \Sigma r \,.\, \alpha + \Sigma r^2 . \beta \quad . \quad . \quad 3$$

für deren Berechnung Σr und Σv jenen Tafeln, Σvr und Σr^2 aber der Hülfstafel

$\Sigma v r$	1842 - 51	1852—61	1862—71
Mailand	5535,334	3719,032	5058,035
München	5838,440	4818,733	5638,724
Prag	5446,207	4134,725	5469,303
Berlin	5874,368	4667,153	5697,448
Christiania	4575,906	3636,590	4619,902
Σr^2	49249, 32	32386, 03	47444, 40

entnommen werden können. Sie ergeben:

[4]) Die Münchener-Variationen wurden für 1842—50 aus Nr. IV, für 1851—69 aus Nr. 358 der Lit., für 1870 und 1871 aus Nr. 267 und 283 der Lit. (mit Berücksichtigung von 320) erhoben. Einige in den Jahrgängen 1855, 58 und 59 fehlende Monatsmittel wurden mit Hülfe der Prager-Bestimmungen durch eine Art Interpolation ausgefüllt.

[5]) Die Prager-Variationen wurden theils den gedruckten Beobachtungsregistern, theils Nr. IX der Mittheilungen und Nr. 266 und 280 der Lit. entnommen.

[6]) Die Berliner-Variationen wurden zum Theil den von Encke publicirten Beobachtungen, zum grössern Theil aber den seither direct von Berlin erhaltenen und in Nr. 359 der Lit. aufgenommenen Angaben entnommen.

[7]) Die Variationen von Christiania wurden theils den Nr. XV und XVI der Mittheilungen, theils den Nr. 268, 281 und 332 der Lit. entnommen.

	Mailand.	München.	Prag.	Berlin.	Christiania.
			α		
1842—51	6,350	6,510	5,676	6,668	4,893
1852—61	5,139	7,165	5,769	6,960	4,915
1862—71	4,363	6,555	6,903	6,223	4,996
Mittel	5,284	6,743	6,116	6,617	4,935
			β		
1842—51	0,0349	0,0391	0,0413	0,0379	0,0332
1852—61	404	450	441	433	411
1862—71	546	407	330	459	378
Mittel	0,0433	0,0416	0,0395	0,0424	0,0374

folglich, wenn wir die Einzelwerthe durch die betreffenden Mittel theilen.

	1842—51		1852—61		1862—71	
	α'	β'	α'	β'	α'	β'
Mailand	1,202	0,806	0,973	0,933	0,826	1,261
München	0,965	0,940	1,063	1,082	0,972	0,978
Prag	0,928	1,046	0,943	1,116	1,129	0,835
Berlin	1,008	0,894	1,052	1,021	0,940	1,083
Christiania	0,992	0,888	0,996	1,099	1,012	1,011
Mittel	1,019	0,915	1,005	1,050	0,976	1,034
	±0,048	±0,039	±0,023	±0,033	±0,049	±0,070

Es geht daraus hervor, dass auch die besten und längsten der bisherigen Variationsreihen noch nicht hinreichen um definitiv zu entscheiden, ob die α und β einer seculären Veränderung unterliegen und es somit einstweilen zu unterlassen ist in die Variationsformeln die Zeit einzuführen. — Stelle ich die bis jetzt erhaltenen Variationsformeln, mit Ausnahme der aus ältern, und zu dem gegenwärtigen Zwecke denn doch aus zu unzuverlässigen Reihen erhaltenen, auch, wegen einer allfälligen seculären Aenderung, der Zeit nach

zu verschiedenen Formeln für London, Mannheim und Paris[8]), sie nach den Werthen von α ordnend, zusammen[9]), so ergibt sich die in Tab. VII aufgenommene, ausser 4 Gruppen von je 6 nördlichen Stationen, auch noch 2 südliche Stationen enthaltende Reihe: Sie zeigt, dass im grossen Ganzen die α sehr entschieden abnehmen, je östlicher die betreffenden Stationen liegen, ja die 6 östlichsten Stationen sämmtlich in die vierte Gruppe fallen, und sogar die beiden südlichen Stationen sich diesem Gesetze fügen, — dass dagegen der Einfluss der Breite mit viel geringerer Entschiedenheit hervortritt, doch immerhin so, dass die zwei dem Equator nächsten der nördlichen Stationen zugleich die letzten der vierten Gruppe sind, und sich auch da die zwei südlichen Stationen anschliessen. Aehnlich wie mit der Breite verhält es sich mit den β; doch scheint es immerhin, dass auch diese im Allgemeinen ähnlich wie die α abnehmen, wenn die Länge zu- und die Breite abnimmt. Wären α und β wirklich proportional, so müsste der Quotient $\beta : \alpha$ einen constanten Werth annehmen, und in der That, während α (mit Einschluss der südlichen Stationen) von

---

[8]) Die neue Reihe der Pariser-Beobachtungen, welche unter Nr. 361 gegeben und behandelt ist, erscheint ebenfalls noch zu kurz um zu sichern Resultaten zu führen.

[9]) Für die fünf als Normalstationen gewählten Orte benutze ich die oben erhaltenen Werthe, — für Trevandrum, Batavia, Lissabon und Wien die unter Nr. 353—355 und 357 der Literatur abgeleiteten Formeln, — für Hobarton die in Tab. X aufgenommenen Mittelwerthe, — für die übrigen Stationen dagegen die seinerzeit in Nr. XXXV gegebene Tabelle B (Abtheilung 1, alte Formeln). Die Benutzung der werthvollen Abhandlungen von J. Mielberg „Die magnetische Declination in St. Petersburg (1874)“ und „Die magnetische Declination von Jekaterinburg, Barnaul und Nertschinsk (1876)“ muss ich für eine spätere Zeit aufsparen.

Tab. VII. **Variations-Formeln.**

α	Ort.	Länge.		Breite.		1000 × β	1000 × β : α
7,96	Toronto	- 5h	27m	43°	40′	40	5,0
7,79	Göttingen	0	30	51	32	46	5,9
7,49	Krakau	1	10	50	4	29	3,9
7,08	Philadelphia	- 5	10	39	57	39	5,5
6,74	München	0	37	48	9	42	6,2
6,69	Toulon	- 0	14	43	7	45	6,7
7,29	Mittel	- 1	26	46	5	40	5,5
6,67	Greenwich	- 0	10	51	30	39	5,9
6,62	Berlin	0	44	52	30	42	6,4
6,18	Petersbourg	1	52	59	56	40	6,5
6,12	Prag	0	48	50	5	40	6,5
5,83	Kremsmünster	0	47	48	3	45	7,7
5,52	Pest	1	7	47	29	45	8,1
6,16	Mittel	0	51	51	35	42	6,8
5,48	Rom	0	41	41	54	54	9,9
5,42	Lissabon	- 0	46	38	42	45	8,3
5,28	Mailand	0	28	45	28	43	8,2
5,13	Wien	0	56	48	13	39	7,6
4,94	Christiania	0	34	59	55	37	7,5
4,32	Utrecht	0	11	52	5	63	14,6
5,10	Mittel	0	21	47	43	47	9,3[10]
4,31	Catharinenbourg	3	53	56	50	29	6,7
4,25	Peking	7	36	39	54	17	4,0
3,53	Barnaoul	5	27	53	19	28	7,9
3,50	Nertschinsk	7	37	51	56	26	7,4
2,29	Bombay	4	42	18	56	11	4,8
0,24	Trevandrum	4	58	8	30	7	29,2
3,02	Mittel	5	42	38	14	12	10,0[11]
- 3,16	Batavia	6	58	- 6	11	- 16	5,1
- 7,17	Hobarton	9	40	-42	53	- 32	4,5

[10]) Ohne den etwas abnormen Werth von Utrecht fällt das Mittel auf 8,3.

[11]) Ohne den ebenfalls abnormen Werth von Trevandrum fällt das Mittel auf 6,2.

$+ 7{,}96$ bis $- 7{,}51$

und β (wenn von dem etwas abnormen Utrecht abstrahirt wird) in ähnlicher Weise von

$+ 0{,}054$ bis $- 0{,}019$

variirt, so schwankt $\beta : \alpha$ (wenn ausser Utrecht noch Trevandrum wegbleibt) nur zwischen

$+ 0{,}0099$ und $+ 0{,}0025$

und man erhält für seinen mittlern Werth

$+ 0{,}00642 \pm 0{,}00034$

von welchem durchschnittlich die einzelnen Werthe nur um

$\pm 0{,}00168$

abweichen, d. h. um eine Grösse, welche kaum die Unsicherheit der meisten in der Tabelle enthaltenen Zahlen erreicht, — denn diese Letztere wird so lange nothwendig eine ganz Bedeutende bleiben müssen, so lange nicht für eine grosse Anzahl von Stationen langjährige Serien vorliegen, welche genau nach derselben Methode aufgenommen und bearbeitet sind, was bis jetzt leider noch keineswegs der Fall ist.[12]) Es ist aus diesem Grunde nur zu begreiflich, dass in dieser Richtung die neuen Resultate trotz einer bedeutenden Vermehrung der Stationen und Beobachtungsjahre nicht viel sicherer sind als die, welche ich schon vor mehr als 10 Jahren in Nr. XX geben konnte, und dass ich nicht den Muth hatte schon jetzt eine noch bedeutendere Zeit auf Fortsetzung dieser Untersuchung zu verwenden. — Befriedigendere und wichtigere Resultate

---

[12]) Auch die gänzliche Vermeidung eigentlich localer Störungen scheint noch nicht gelingen zu wollen, wie viele der in den Tabellen mitgetheilten Beobachtungszahlen durch Vergleichung mit den entsprechenden anderer Stationen des Bestimmtesten zeigen; doch sind Störungen solcher Art, da sie zufälligen Fehlern entsprechen, von geringerem Einfluss.

glaube ich dagegen bei der folgenden Untersuchung, die sich zunächst wieder auf Tab. I—VI gründet, erhalten zu haben: Zunächst ergibt sich aus Tab. I gegenüber Tab. II—VI, dass, während wie schon bemerkt, die aus den Δr erhaltenen Mittelwerthe m keine etwas sicher hervortretende Erdperiode zeigen, eine solche sich nicht nur in den sämmtlichen aus den Δv erhaltenen m auf den ersten Blick zeigt, sondern sogar schon in jeder einzelnen Jahresreihe, — ja es hat sogar auf der ganzen Erde, ein ähnlicher Jahresverlauf statt, wie diess die Tab. VIII erweist, in welcher die entsprechenden Zusammenstellungen für die am magnetischen Equator liegende Station Trevandrum, die unter kleiner südlicher Breite liegende Station Batavia, und die unter grosser südlicher Breite liegende Station Hobarton gemacht sind. [13]) So übereinstimmend aber auch im Allgemeinen der Gang ist, so zeigt sich dagegen für die einzelnen Jahre und Orte in dem Betrage der Excursion eine sehr merkliche Verschiedenheit, und diess veranlasste mich sowohl für die Δr als für die Δv jedes Ortes für jedes Jahr einen mittlern Werth $\sqrt{\Sigma \Delta r^2 : 12}$ oder $\sqrt{\Sigma \Delta v^2 : 12}$ zu berechnen: Es sind diese Werthe in Tab. IX als Δr und Δv eingetragen, und erlauben einige nicht unwichtige Schlüsse. Was zunächst die Δr anbelangt, so zeigen sie den Mittelwerth [14])

$$\pm\ 12{,}16$$

während den Minimal-Jahren 1842—44, 1855—57 und

[13]) Vergleiche die unter Nr. 353 der Literatur gemachten Bemerkungen über die Behandlung solcher Stationen.

[14]) Es ist bei Berechnung derselben der abnorme Werth für 1847 weggelassen worden; mit Einschluss desselben würde sich der Werth des Gesammtmittels auf $\pm$ 13,76 und derjenige für die Maximaljahre auf $\pm$ 21,90 stellen.

Tab. VIII. **Declinations-Variationen.**

	v	Δ v											
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
	Trevandrum.												
1854	0,73	-2,98	-1,90	-0,01	0,64	2,55	2,42	2,34	3,20	2,14	-1,86	-3,21	-3,33
55	0,75	-3,02	-2,00	-1,44	1,46	2,11	2,30	2,08	2,56	2,33	-1,32	-2,42	-2,65
56	0,42	-2,20	-1,94	-0,89	1,40	1,64	2,21	2,45	2,88	2,41	-1,78	-2,97	-3,18
57	0,56	-2,79	-1,99	-1,23	0,86	2,33	1,75	2,17	2,77	3,07	-0,94	-2,77	-3,18
58	0,79	-3,23	-2,11	-0,20	1,17	2,30	2,42	2,85	3,13	2,08	-1,63	-3,98	-2,72
59	0,91	-2,83	-1,46	-1,14	1,55	2,57	2,66	2,88	2,67	3,14	-2,06	-3,63	-4,36
60	0,84	-3,06	-2,49	-0,62	-0,02	1,71	2,91	2,63	4,82	2,53	-1,29	-3,67	-3,41
61	0,67	-2,71	-1,71	-1,32	0,27	1,39	2,97	2,80	4,11	1,67	-1,39	-3,18	-2,90
62	0,47	-1,81	-2,09	-1,00	0,98	2,14	3,08	2,69	2,17	1,97	-1,76	-2,71	-3,63
63	0,42	-2,39	-2,42	-0,80	0,58	2,76	2,63	3,24	3,00	1,18	-1,70	-2,82	-3,23
64	0,54	-2,59	-1,87	-0,81	1,04	2,40	2,72	2,58	2,72	2,02	-1,93	-2,88	-3,35
65	0,31	-3,73	-2,74	-0,40	1,32	2,18	2,80	2,33	3,01	2,48	-1,93	-2,79	-2,53
66	0,32	-1,60	-2,46	-0,62	1,24	2,12	2,36	2,01	2,16	1,51	-1,36	-2,79	-2,62
67	0,31	-1,93	-1,59	-0,67	1,66	2,19	2,27	2,51	2,24	0,82	-1,84	-2,84	-2,80
68	0,79	-2,58	-1,36	-0,24	1,43	2,06	2,36	1,83	2,65	2,10	-1,39	-3,11	-3,74
69	0,43	-4,00	-2,51	-0,77	0,64	1,69	3,56	3,51	3,31	2,16	-1,43	-3,23	-2,91
m	0,58	-2,73	-2,04	-0,76	1,01	2,13	2,59	2,56	2,96	2,10	-1,60	-3,06	-3,16
	Batavia.												
1867	—	—	—	—	—	—	—	1,56	0,43	-0,29	-1,65	-1,33	-1,25
68	-3,40	-0,53	-0,77	-0,45	0,83	1,23	2,20	2,38	0,93	0,13	-1,07	-1,71	-1,55
69	-4,22	-1,55	-1,31	-0,03	1,57	0,37	1,89	1,78	0,42	0,42	-0,70	-0,86	-0,94
70	-4,83	-1,51	-0,22	-1,18	-0,46	0,90	2,42	—	—	—	—	—	—
m	-4,15	-1,20	-0,77	-0,55	0,65	0,83	2,17	1,91	0,59	0,09	-1,14	-1,30	-1,25
	Hobarton.												
1841	-8,28	-4,00	-0,92	-1,58	1,31	2,98	4,62	3,18	2,60	0,53	-2,23	-3,25	-3,22
42	-7,75	-2,50	-2,67	-1,40	1,33	3,27	3,77	3,28	2,47	0,46	-1,96	-3,85	-2,20
43	-7,66	-2,41	-2,88	-0,95	1,61	3,19	4,11	2,28	3,05	0,42	-1,64	-3,38	-3,37
44	-7,84	-2,65	-4,42	-1,48	1,53	3,88	4,91	3,42	1,97	0,00	-2,48	-2,02	-2,63
45	-8,39	-2,73	-3,21	-0,30	0,79	3,76	5,05	4,30	2,89	0,88	-2,24	-4,08	-5,05
46	-9,06	-3,81	-3,31	-2,07	0,87	3,93	4,61	4,17	3,14	0,74	-1,29	-2,89	-4,08
47	-9,92	-0,62	-3,14	1,05	1,98	4,95	5,65	5,21	2,51	-0,56	-6,68	-6,15	-4,14
m	-8,41	-2,67	-2,94	-0,96	1,35	3,71	4,67	3,69	2,66	0,35	-2,65	-3,66	-3,53

Tab. IX. **Mittlere Werthe** von Δr und Δv.

	Δr	Δv Mailand.	München.	Prag.	Berlin.	Christiania.	Mittel.	δr	δv	Jahr.	Δv	δv
1842	± 7,14	±2,68	±2,52	±2,82	±2,90	±2,49	±2,68	-0,43	-0,12	**Trevandrum.**		
43	5,22	2,68	2,70	2,87	2,94	2,77	2,79	-0,59	-0,09	1854	±2,42	-0,21
44	6,40	2,71	2,50	3,09	3,01	2,81	2,82	-0,49	-0,08	55	2,20	-0,28
45	10,41	3,28	2,85	3,45	3,91	2,92	3,28	-0,18	0,07	56	2,26	-0,26
46	16,07	3,49	3,22	3,83	3,46	3,28	3,46	0,27	0,13	57	2,29	-0,25
47	44,81?	3,71	3,17	3,16	3,27	2,57	3,18	2,55?	0,04	58	2,51	-0,18
48	19,69	3,66	3,87	3,68	3,76	3,04	3,60	0,56	0,17	59	2,73	-0,11
49	25,18	3,57	3,69	3,88	3,63	2,88	3,53	1,00	0,15	60	2,75	-0,10
50	15,32	3,44	3,48	3,84	4,08	3,39	3,65	0,21	0,19	61	2,43	-0,21
51	15,73	3,57	3,03	3,26	4,06	2,98	3,38	0,25	0,10	62	2,29	-0,25
Σ	165,97?	32,79	31,03	33,88	35,02	29,13	32,37	3,15?	0,56	63	2,49	-0,19
1852	±11,15	±3,00	±3,08	±3,21	±3,28	±2,35	±2,98	-0,12	-0,03	64	2,00	-0,35
53	7,53	3,13	3,34	3,20	3,44	2,52	3,13	-0,40	0,02	65	2,06	-0,33
54	4,32	3,01	3,19	3,32	3,09	2,50	3,02	-0,66	-0,02	66	2,00	-0,35
55	5,06	2,59	2,68	2,56	2,83	2,01	2,54	-0,60	-0,17	67	2,06	-0,33
56	2,52	2,58	2,76	2,94	2,14	2,29	2,54	-0,80	-0,17	68	2,25	-0,27
57	12,49	2,82	2,73	2,74	2,85	2,46	2,72	-0,01	-0,12	69	2,70	-0,12
58	16,62	1,98	2,78	2,91	3,12	2,52	2,66	0,32	-0,13	*m*	±2,34	-0,24
59	9,98	3,41	4,07	3,92	3,66	2,88	3,59	-0,21	0,17			
60	11,79	2,71	3,97	4,35	3,68	2,80	3,50	-0,07	0,14	**Batavia.**		
61	14,37	2,79	3,37	2,75	3,87	3,07	3,17	0,14	0,03	1867/8	± 1,19	-0,61
Σ	95,83	28,02	31,97	31,90	31,96	25,40	29,85	-2,41	-0,28	68/9	1,39	-0,55
1862	±12,69	±2,96	±3,07	±2,99	±2,26	±2,50	±2,76	0,01	-0,10	69/0	1,16	-0,62
63	11,16	3,19	3,30	2,10	3,22	2,73	2,91	-0,12	-0,05	*m*	±1,25	-0,59
64	12,43	3,30	3,15	2,41	3,20	2,95	3,00	-0,02	-0,02			
65	9,96	3,54	3,33	2,47	3,29	2,98	3,12	-0,21	0,02	**Hobarton.**		
66	10,10	1,61	2,58	1,94	2,54	2,26	2,19	-0,20	-0,29	1841	±2,80	-0,09
67	6,70	2,22	2,63	2,21	2,79	2,60	2,49	-0,47	-0,19	42	2,62	-0,15
68	16,62	2,56	3,03	2,23	3,19	2,59	2,72	0,32	-0,11	43	2,66	-0,13
69	21,31	3,07	3,70	3,03	3,67	2,99	3,29	0,69	0,07	44	2,93	-0,05
70	24,33	3,95	4,15	3,59	3,83	3,39	3,78	0,93	0,23	45	3,33	0,08
71	25,68	4,15	3,91	3,33	3,81	3,06	3,65	1,03	0,19	46	3,18	0,04
Σ	150,98	30,55	32,85	26,30	31,80	28,05	29,91	1,96	-0,25	47	4,13	0,35
m	±12,62	±3,05	±3,20	±3,07	±3,29	±2,75	±3,07	0,00	0,00	*m*	±3,09	0,01

1866—68 nur der Mittelwerth

$$\pm\ 8,03$$

und den Maximaljahren 1848—49, 1859—61 und 1869—71 dagegen der Mittelwerth

$$\pm\ 19,04$$

zukömmt. Es zeigt sich also, dass die Excursionen zur Zeit des Maximums viel grösser sind als zur Zeit des Minimums, wodurch das früher von mir ausgesprochene Zacken-Gesetz eine neue Bestätigung erhält. — Die Δv nehmen mit den Δr ziemlich übereinstimmend ab und zu, so dass man wohl daran denken könnte, sie aus denselben in ähnlicher Weise zu berechnen, wie ich die v aus den r berechnet habe. Und in der That, wenn man z. B. den den Jahren

1844	1848	1856	1860	1867	1870

entsprechenden Werthen von Δr

6,40	19,69	2,52	11,79	6,70	24,33

die für Mailand erhaltenen Werthe von Δv

2,71	3,66	2,58	2,71	2,22	3,95

gegenüberstellt, so kann man letztere durch die Formel

$$\Delta v = 2,08 + 0,0746 \,.\, \Delta r$$

ziemlich befriedigend darstellen, indem sie dafür die Werthe

2,56	3,55	2,27	2,96	2,58	3,89

gibt, welche von ihnen durchschnittlich nur um $\pm$ 0,23 abweichen. Nichts desto weniger habe ich wenigstens für einstweilen Umgang davon genommen ernstlich zu versuchen solche Formeln aufzustellen; dagegen scheint mir das einfache Factum, dass die Δv einen ähnlichen Gang wie die Δr zeigen, dass also der in den magnetischen Variationen zu Tage tretende jährliche Gang ganz entschiedene Correspondenz mit der Sonnenfleckenperiode zeigt, von hervorragender Wich-

tigkeit, da es die innige Verwandtschaft der Variationen und Sonnenflecken noch von einer neuen Seite constatirt. — Die in Tab. IX für Mailand, München, Prag, Berlin und Christiania gegebenen Reihen der Δv und ihre Mittelwerthe kommen so nahe zusammen, dass man sie gemeinschaftlich durch eine Mittelreihe darstellen kann, mit der sodann auch noch Hobarton ganz gut zusammenkömmt, während Trevandrum und Batavia wesentlich geringere Werthe ergeben, so dass die geographische Breite ebenfalls Einfluss auf die Grösse der Excursion zu haben scheint. Ich fügte zur Vergleichung der Δr der europäischen Mittelreihe der Δv und der für Trevandrum, Batavia und Hobarton erhaltenen Δv endlich auch noch entsprechende δr und δv bei, welche erhalten wurden, indem von den einzelnen Δr das mittlere $\Delta r = 12{,}62$ abgezogen und der Rest durch dieses mittlere Δr getheilt, — und ebenso von den einzelnen Δv das mittlere europäische $\Delta v = 3{,}07$ abgezogen und der Rest durch dieses mittlere Δv getheilt wurde. — Nimmt man aus den in Tab. II—VI für die fünf europäischen Stationen erhaltenen Mittelwerthen m für Δv noch einmal das Mittel, so erhält man für die zwölf Monate die Werthe

-4,18 -2,29 1,37 3,37 2,48 3,04 2,57 2,27 0,57 -0.54 -3,53 -4,70 1

so dass zwar im Allgemeinen den Solstitien extreme und den Equinoctien mittlere Werthe entsprechen, aber zugleich März und April höhere Werthe zeigen, als man sie nach dem übrigen erwarten sollte, — eine Anomalie, welche schon wiederholt von mir und Andern hervorgehoben worden ist, und sich nicht nur in diesen Mitteln, sondern mehr oder weniger bei allen fünf Stationen und sogar in den meisten einzelnen Jahrgängen zeigt. Ist sie Folge localer Verumständungen, oder hat sie eine cosmische Ursache?

Wenn Letzteres der Fall sein sollte, so müsste diese Anomalie sich wohl auf der ganzen Erde, also auch bei Trevandrum, Batavia und Hobarton zeigen, was aber nach Tab. VIII nicht der Fall ist. Um diese Sache etwas genauer zu untersuchen, reducirte ich die verschiedenen Reihen mit Hülfe der betreffenden mittlern Δv annähernd auf dieselbe Einheit: Die obige Reihe I ergab durch Division, mit 3,07

-1,36 -0,75 0,45 1,10 0,81 0,99 0,84 0,74 0,19 -0,18 -1,15 -1,53 I′

während aus den Reihen für Trevandrum, Batavia und Hobarton unter Anwendung der Divisoren 2,34, 1,25 und 3,09

-1,17 -0,87 -0,33 0,43 0,91 1,11 1,09 1,27 0,90 -0,68 -1,31 -1,35
-0,96 -0,62 -0,44 0,52 0,67 1,74 1,53 0,47 0,07 -0,91 -1,04 -1,00 } II
-0,89 -0,95 -0,31 0,44 1,20 1,51 1,19 0,86 0,11 -0,86 -1,18 -1,14

folgten, aus deren Mittel die Reihe

-1,01 -0,81 -0,36 0,46 0,93 1,45 1,27 0,87 0,36 -0,82 -1,18 -1,16 II′

hervorging, aus welcher im Mittel mit I′ die schliessliche Reihe

-1,19 -0,78 0,04 0,78 0,87 1,22 1,05 0,80 0,27 -0,50 -1,17 -1,35 III

erhalten wurde, *in welcher jene Anomalie verschwunden ist, so dass sie wirklich nur locale und keine cosmische Bedeutung zu haben scheint.* Letztere Reihe lässt sich sehr annähernd durch

$$3{,}55 \,.\, \mathrm{Sin}\ D$$

ausdrücken, wo D die der Mitte des Monats entsprechende Sonnendeclination bezeichnet, indem letzterem Ausdrucke die Reihe

-1,28 -0,77 -0,13 0,60 1,15 1,41 1,30 0,86 0,19 -0,53 -1,13 -1,40 III′

entspricht, deren Zahlen von denjenigen der Reihe III durchschnittlich nur um ± 0,15 abweichen. Multiplicirt

Tab. X. **Werthe von a und 10000 . b.**

		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mitt. *m*
Mailand.	*a*	1,471	2,947	4,387	7,004	7,002	7,731	7,762	7,162	5,532	3,462	1,907	1,056	4,785
	a-m	-3,314	-1,838	-0,398	2,219	2,217	2,946	2,977	2,377	0,747	-1,323	-2,878	-3,729	
	b	433	436	649	673	559	483	432	480	556	561	397	279	495
	b-m	-62	-59	154	178	64	-12	-63	-15	61	66	-98	-216	
München.	*a*	3,400	4,616	7,280	9,310	9,590	9,526	9,483	9,143	7,883	5,860	3,527	2,382	6,833
	a-m	-3,433	-2,217	0,443	2,477	2,757	2,693	2,650	2,310	1,050	-0,978	-3,306	-4,451	
	b	267	310	490	495	408	468	456	494	437	462	316	241	404
	b-m	-137	-94	86	91	4	64	52	90	33	58	-88	-163	
Prag.	*a*	2,799	4,498	6,680	7,907	8,327	8,826	8,839	8,098	6,557	5,199	3,207	1,534	6,039
	a-m	-3,240	-1,541	0,641	1,868	2,288	2,787	2,800	2,059	0,518	-0,840	-2,832	-4,505	
	b	332	284	430	545	452	541	492	506	401	349	306	346	415
	b-m	-83	-131	15	130	47	126	77	91	-14	-66	-109	-69	
Berlin.	*a*	2,803	3,931	7,645	10,267	9,344	9,286	9,267	8,816	6,828	5,459	3,573	2,099	6,610
	a-m	-3,807	-2,679	1,035	3,657	2,734	2,676	2,657	2,206	0,218	-1,151	-3,037	-4,511	
	b	362	444	508	540	449	521	486	469	530	525	297	296	452
	b-m	-90	-8	56	88	-3	69	84	17	78	73	-155	-156	
Christiania.	*a*	1,903	4,211	6,133	6,963	6,900	7,441	7,555	6,888	4,080	4,139	2,219	1,022	4,955
	a-m	-3,052	-0,744	1,178	2,008	1,945	2,486	2,600	1,933	-0,875	-0,816	-2,736	-3,933	
	b	831	331	473	447	332	449	398	324	498	445	302	261	383
	b-m	-52	-52	90	64	-51	66	15	-59	115	62	-81	-122	
Trevandrum.	*a*	-1,842	-1,670	-0.205	1,869	2,765	2,733	2,717	2,841	2,322	-1,171	-2,229	-2,474	0,471
	a-m	-2,313	-2,141	-0,676	1,398	2,294	2,262	2,246	2,370	1,851	-1,642	-2,700	-2,945	
	b	-68	36	3	-64	-12	106	110	192	73	35	-57	-27	27
	b-m	-95	9	-24	-91	-39	79	83	165	46	8	-84	-54	
Hobarton.	*a*	-10,159	-9,818	-8,640	-5,602	-3,844	-3,070	-4,141	-4,692	-7,196	-8,864	-10,083	-9,965	-7,173
	a-m	-2,986	-2,645	-1,467	1,571	3,329	4,103	3,082	2,481	-0,023	-1,691	-2,910	-2,792	
	b	-351	-530	-230	-382	-203	-185	-217	-254	-217	-415	-424	-425	-819
	b-m	-32	-211	89	-68	116	134	102	65	102	-96	-105	-106	

man die Reihe III' rückwärts wieder mit 3,07, so erhält man die Reihe

-3,93 -2,36 -0,40 1,84 3,53 4,33 3,99 2,64 0,58 -1,63 -3,47 -4,30 (I)

welche mit I die Differenzreihe

-0,25 0,07 1,77 1,53 -1,05 -1,29 -1,42 -0,37 -0,01 1,09 -0,06 -0,40 (I)'

ergibt, in welcher die an den europäischen Stationen im Frühjahr und Vorsommer, und sodann auch im October gegenüber der allgemeinen Reihe hervortretende Anomalie nun ihr bestimmtes Maass findet. Leider muss ich mich wenigstens für den Augenblick darauf beschränken diese Anomalie genauer präcisirt zu haben, — den Grund derselben habe ich bis zur Stunde noch nicht auffinden können. — Noch früher als die vorstehenden Untersuchungen hatte ich, wie schon in Nr. XXXVIII angedeutet wurde, nicht nur für Mailand und Prag[15]), sondern auch für die übrigen der oben zunächst in Betracht gezogenen Stationen, mit Ausnahme von Batavia mit seiner zu solchem Zwecke noch gar zu kurzen Serie, die jedem Monate entsprechenden Werthe der Constanten a und b in der Formel

$$v = a + b \, . \, r$$

berechnen lassen, und so die in Tab. X eingetragenen Werthe, ihre Mittel und Differenzen mit den Mitteln erhalten. — Die a und $a—m$ zeigen einen sehr entschiedenen jährlichen Gang, welchen ich theils früher durch

$$a = A + B \, . \, \mathrm{Sin}\,(C + D)$$

theils neuerdings durch

$$a = m + \alpha \, . \, \mathrm{Sin}\, D$$

wo D die der Monatmitte entsprechende Sonnendeclination

---

[15]) Die schon in Nr. XXXVIII für Mailand und Prag gegebenen Werthe wiederhole ich hier um des Zusammenhangs willen, — verweise dagegen für die Art der Berechnung auf besagte Nummer.

bezeichnet, darzustellen suchte. Da ich bei Anwendung letzterer Formel für die 7 Stationen der Tab. X für α der Reihe nach die Werthe

9,64 9,43 8,47 8,73 7,47 7,96 9,58

erhielt, welche sich von ihrem Mittelwerthe 8,754 nur innerhalb ihrer Unsicherheit unterscheiden, so setzte ich schliesslich für alle Stationen $\alpha = 8{,}754$, und erhielt so nach den beiden Methoden für dieselben je die zwei Formeln:

Mailand . . .	$a = -\ 2{,}555 + 11{,}519 \,.\, \text{Sin}\,(41^\circ 19' + D)$	$\pm 0{,}257$
	$= \ \ 4{,}785 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	355
München . .	$a = -\ 10{,}852 + 20{,}541 \,.\, \text{Sin}\,(63^\circ 27' + D)$	243
	$= \ \ 6{,}833 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	606
Prag	$a = -\ 8{,}930 + 17{,}724 \,.\, \text{Sin}\,(61^\circ 19' + D)$	258
	$= \ \ 6{,}039 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	529
Berlin	$a = -\ 12{,}759 + 22{,}258 \,.\, \text{Sin}\,(64^\circ 44' + D)$	647
	$= \ \ 6{,}610 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	902
Christiania .	$a = -\ 7{,}673 + 15{,}151 \,.\, \text{Sin}\,(59^\circ 59' + D)$	646
	$= \ \ 4{,}955 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	830
Trevandrum .	$a = -\ 4{,}592 + 9{,}120 \,.\, \text{Sin}\,(34^\circ 59' + D)$	560
	$= \ \ 0{,}471 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	704
Hobarton . .	$a = \ \ 5{,}641 + 16{,}221 \,.\, \text{Sin}\,(-55^\circ 48' + D)$	348
	$= -\ 7{,}173 + 8{,}754 \,.\, \text{Sin}\,D$	544

von denen zwar je die erstere, wie die den sämmtlichen Formeln angehängten mittlern Abweichungen zwischen den durch sie darzustellenden und nach ihnen berechneten Werthen zeigen, sich merklich besser anschliesst, — die zweite aber dennoch nach meiner Ansicht dadurch den entschiedenen Vorzug verdient, dass sie viel einfacher gebaut und leichter deutbar ist, sich namentlich auch den Jahresformeln ganz gut anschliesst, während diess bei ersterer gar nicht der Fall ist. — Was endlich die b und $b—m$ betrifft, so tritt der jährliche Gang viel weniger deutlich hervor, — doch scheint er im grossen Ganzen, aber auch nur im grossen Ganzen einigermassen mit dem für

a und $a-m$ ermittelten übereinzustimmen. So erhält man noch im Mittel aus den fünf europäischen Stationen für $b-m$ die 12 Monat-Werthe

-85 -69 80 110 12 63 23 25 55 39 -105 -145

d. h. eine Zahlenreihe,' in welcher sich zwar die eigentlichen Wintermonate entschieden von den Sommermonaten abtrennen, aber namentlich Letztere nichts weniger als einen klaren Gang aufweisen, so dass es fast besser erscheint von denselben ganz Umgang zu nehmen, d. h. für das ganze Jahr den mittlern Werth von b zu gebrauchen. Wir werden somit schliesslich zu dem praktischen Resultate geführt, dass die für die mittlern Jahres-Variationen aufgestellten Formeln $v = a + b \cdot r$ auch zur annähernden Berechnung der mittlern monatlichen Variationen gebraucht werden können, wenn man a um etwa $8{,}754 \cdot \mathrm{Sin}\, D$ vermehrt[16]),

[16]) Die den 12 Monaten entsprechenden Werthe der allerdings strenge genommen nur für mittlere Fleckenjahre gültigen Grösse $8{,}754 \cdot \mathrm{Sin}\, D$ sind

-3,150 -1,907 -0,315 1,487 2,835 3,465 3,211 2,126 0,455 -1,304 -2,782 -3,456.

Für Maximaljahre dürften sie um circa 25% erhöht, für Minimaljahre um ebensoviel erniedrigt werden. Mit ihrer Hülfe erhält man z. B. nach den oben gegebenen Regeln und den Daten der Tab. VII die Variationen

Hobarton 1847 X ($r = 180{,}4$)

$$v = -7{,}17 - 0{,}032 \cdot 180{,}4 - \frac{5}{4} \cdot 1{,}30 = -14{,}56 \text{ anstatt } -16{,}60$$

Prag 1867 V ($r = 2{,}9$)

$$v = 6{,}12 + 0{,}040 \cdot 2{,}9 + \frac{3}{4} \cdot 2{,}83 = 8{,}36 \quad \text{„} \quad 7{,}25$$

Mailand 1857 XII ($r = 37{,}2$)

$$v = 5{,}28 + 0{,}043 \cdot 37{,}2 - 3{,}46 = 3{,}42 \quad \text{„} \quad 2{,}02$$

Beispiele welche, da sie ganz aufs Gerathewohl herausgegriffen wurden, zeigen, dass die gegebenen Regeln, wenn sie auch noch sehr unvollkommen sind, doch schon der Wahrheit entgegenführen.

und statt der mittlern jährlichen Relativzahl r die den betreffenden Monaten zukommende mittlere Relativzahl einsetzt.

Anhangsweise mag noch eine kleine Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur folgen:

352) Aus einem Schreiben von Herrn Dr. Sigmund Günther, datirt: Nürnberg den 29. December 1873.

Da Sie sich auch eifrig mit Vergleichung magnetischer Beobachtungen beschäftigen, so dürfte vielleicht eine auf die erdmagnetischen Constanten Nürnbergs bezügliche Stelle Ihnen von Interesse sein, welche ich in einer selten gewordenen Broschüre fand, betitelt: „Epistola eucharistica ad virum etc. Martinum Knorre, etc., quâ Uraniae Noricae templum Eimmartinum breviter descripsit M. Christoph. Jac. Glaser 1691." — Jene Stelle (S. 6) lautet: „Invitaverat Celeberrimus noster Sturmius Viros doctos rerumque naturalium scrutatores, per epistolam quandam, optimos quosque affectus spirantem, quâ specialis Magnetis observatio, methodusque egregia, observationes ejusmodi feliciter instituendi, modestissimè humanissimèque offerebatur. Quae res nullos sumtus, non multum temporis, nullum instrumentorum apparatum nullumque laborem postulat; sed fere frustra: cum tamen posteritati prodesse omnis boni viri sit. — Quicquid autem hujus sit, apud nos nihilo minus nuper, circa proximè praeteritum aequinoctium demum instituta est curiosa magnetis observatio, adhibitis in hanc rem quinquaginta et pluribus acubus magneticis, iisque & vetustissimis, priori seculo quibusdam, ab Hartmanno, égregio sui temporis mathematico naturaeque perscrutatore, hic loci paratis, aliisque, cum declinationibus antiquis gradatimque junioribus, & repetitis vicibus reperimus Magnetem, non ad ortum, à puncto scilicet in meridiano, plagae borealis, quo ante seculum 13. gr. aut quemadmodum hactenus communiter 8. gr. à plurimis credebatur, sed occasum versus declinare 6. gr. 37 m. eum ante annos XII. iisdem fere adhibitis acubus magneticis, eodem in loco, versus eandem occidentis plagam deviaverit 5. gr. 5 m." — Abgesehen von seiner etwaigen

Brauchbarkeit für die Lehre vom Erdmagnetismus scheint mir dieser Bericht — besonders das Sturm'sche Rundschreiben anlangend — von einiger Wichtigkeit für die Geschichte der kosmischen Physik zu sein. Sprachlich dürfte auf die Zusammenstellung des Mathematikers mit dem Naturforscher (rerum naturalium scrutator) aufmerksam zu machen sein.

353) Observations of magnetic declination made at Trevandrum and Augusta Malley in the observatories of his Higness the Maharajah of Travancore in the years 1852 to 1869. Discussed and edited by John Allan Broun. London 1874 in 4.

Da die Lage von Trevandrum ($4^h\ 58^m$; $+\ 8^\circ\ 30^1/_2{}'$) in grösster Nähe des magnetischen Equators den dortigen Variationsbeobachtungen ein ganz besonderes Interesse verleiht, so habe ich nicht nur die Publication von Herrn Broun im Allgemeinen mit grosser Freude begrüsst, sondern sie auch für meine speciellen Zwecke einlässlich studirt, und sie hat mich zunächst darauf geführt, dass, um für die verschiedensten Punkte der Erde vergleichbare Declinationsvariationen zu erhalten, es unerlässlich sei sie in einer auch durchweg brauchbaren Weise abzuleiten. Nach längerm Studium fand ich es am zweckmässigsten unter mittlerer monatlicher Variation die für nördliche Stationen immer positive, für südliche Stationen immer negative, und in der Nähe des Equators bald positive, bald negative Zahl zu verstehen, welche sich ergibt, wenn man aus den mittlern oder einzelnen Angaben für die spätern Morgenstunden (etwa 8 bis 11) einerseits, und aus denjenigen für die frühern Nachmittagsstunden (etwa 1 bis 4) anderseits, die extremsten Werthe aussucht*) und dann das Morgen-Extrem oder ihr Mittel von dem Nachmittags-Extrem oder ihrem Mittel abzieht, — unter mittlerer

*) Ist in einem Monate die westliche Declination (östliche als negativ betrachtet) in den Vormittagsstunden im Allgemeinen kleiner (oder grösser) als in den Nachmittagsstunden, so wähle man am Vormittag die kleinste (oder grösste) und am Nachmittag die grösste (oder kleinste) aus.

jährlicher Variation aber das arithmetische Mittel aus den sämmtlichen mittlern monatlichen Variationen. Seit ich diesen, wie ich glaube, rationellen Weg einschlug, sind eine Menge Disharmonien, welche mich früher störten, ganz verschwunden, und ich bedaure nur, dass ich ihn wenigstens für einstweilen, theils wegen Mangel an Zeit, theils weil mir nicht von allen Stationen die stündlichen Beobachtungen vorliegen, nicht ganz consequent durchführen, d. h. auch alle meine frühern Rechnungen entsprechend revidiren kann, wobei sich zwar allerdings muthmasslich kein sehr grosser, aber doch vielleicht da und dort ein nicht unerheblicher Unterschied ergeben würde. — Unter Befolgung der erwähnten Vorschriften habe ich nun für Trevandrum folgende mittlere monatliche und jährliche Variationen ableiten lassen:

Monat.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.	Jahr
1852	—	—	—	1,95	2,91	3,57	3,42	3,98	1,45	-0,67	-2,34	—	—
53	—	-2,57	-0,46	1,59	2,43	3,88	3,80	4,34	3,56	-1,13	-2,52	-2,75	—
54	-2,25	-1,17	0,72	1,37	3,28	3,15	3,07	3,93	2,87	-1,13	-2,48	-2,60	0,73
55	-2,27	-1,25	-0,69	2,21	2,86	3,05	2,83	3,31	3,08	-0,52	-1,67	-1,90	0,75
56	-1,78	-1,52	-0,47	1,82	2,06	2,63	2,87	3,30	2,83	-1,36	-2,55	-2,76	0,42
57	-2,23	-1,43	-0,67	1,42	2,89	2,31	2,73	3,33	3,63	-0,38	-2,21	-2,62	0,56
58	-2,44	-1,42	0,59	1,96	3,09	3,21	3,64	3,92	2,87	-0,84	-3,19	-1,93	0,79
59	-1,92	-0,55	-0,23	2,46	3,48	3,57	3,79	3,58	4,05	-1,15	-2,72	-3,45	0,91
60	-2,22	-1,65	0,22	0,82	2,55	3,75	3,47	5,66	3,37	-0,45	-2,83	-2,57	0,84
61	-2,04	-1,04	-0,65	0,94	2,06	3,64	3,47	4,78	2,34	-0,72	-2,51	-2,23	0,67
62	-1,36	-1,62	-0,53	1,45	2,61	3,55	3,16	2,64	2,44	-1,29	-2,24	-3,16	0,47
63	-1,97	-2,00	-0,38	1,00	3,18	3,05	3,66	3,42	1,60	-1,28	-2,40	-2,81	0,42
64	-2,05	-1,33	-0,27	1,58	2,94	3,26	3,12	3,26	2,56	-1,39	-2,34	-2,81	0,54
65	-3,42	-2,43	-0,09	1,63	2,49	3,11	2,64	3,32	2,79	-1,62	-2,48	-2,22	0,31
66	-1,28	-2,14	-0,30	1,56	2,44	2,68	2,33	2,48	1,83	-1,04	-2,47	-2,30	0,32
67	-1,62	-1,28	-0,36	1,97	2,50	2,58	2,82	2,55	1,13	-1,53	-2,53	-2,49	0,31
68	-1,79	-0,57	0,55	2,22	2,85	3,15	2,62	3,44	2,89	-0,60	-2,32	-2,95	0,79
69	-3,57	-2,08	-0,34	1.07	2,12	3,99	3,94	3,74	2,59	-1,00	-2,80	-2,48	0,43

Es ergibt sich daraus für Trevandum unter Benutzung sämmtlicher vollständiger Jahrgänge die Formel

$$v = 0',403 + 0,0041 \, . \, r$$

welche zwar die jährlichen Variationen durchschnittlich bis auf $\pm$ 0',17 genau darstellt, dagegen zu den Minimaljahren 1865 bis 67 ziemlich schlecht passt; lässt man dagegen die in ihren Resultaten von vorneherein etwas abnormen zwei ersten und zwei letzten Jahrgänge weg, so ergibt sich aus den übrigen 12 Jahrgängen 1856 bis 67 die Formel

$$v = 0',243 + 0,0066 \, . \, r$$

welche nun nicht nur die betreffenden jährlichen Variationen durchschnittlich sogar bis auf $\pm$ 0',11 genau darstellt, sondern namentlich auch zu jenen Minima ganz gut passt, und mir somit bedeutend vorzüglicher erscheint.

354) Neue Bestimmung der magnetischen Declinations-Variationen in Batavia in den Jahren 1867 bis 1870.

Durch das vergleichende Studium der magnetischen Variationen an nördlichen und südlichen Stationen und ganz besonders durch dasjenige der Bewegungen an der Uebergangsstation Trevandrum (v. Lit. 353) belehrt, dass vergleichbare Zahlen nur bei möglichst gleicher Behandlung erhalten werden, habe ich nach der in Nr. 311 benutzten Quelle die Variationen für Batavia nochmals in der Weise berechnet, dass ich das Max. der mittlern monatlichen Ablesungszahlen in den Morgenstunden 8 bis 11 von dem Min. derjenigen in den Nachmittagsstunden 1 bis 4 abzog, wodurch ich, da in Batavia zunehmende Zahlen abnehmender östlicher Declination entsprechen, als Betrag der hier beständig negativ ausfallenden Variationsbewegung von Osten nach Westen folgende Werthe erhielt:

Monat.		Variationen		Monat.		Variationen	
		Scalenth. à 0',802	Minuten.			Scalenth. à 0',802	Minuten.
1867	VII	- 2,3	- 1',84	1869	I	- 7,2	- 5',77
—	VIII	- 3,7	- 2,97	—	II	- 6,9	- 5,53
—	IX	- 4,6	- 3,69	—	III	- 5,3	- 4,25
—	X	- 6,3	- 5,05	—	IV	- 3,3	- 2,65
—	XI	- 5,9	- 4,73	—	V	- 4,8	- 3,85
—	XII	- 5,8	- 4,65	—	VI	- 2,9	- 2,33
1868	I	- 4,9	- 3,93	—	VII	- 3,8	- 3,05
—	II	- 5,2	- 4,17	—	VIII	- 5,5	- 4,41
—	III	- 4,8	- 3,85	—	IX	- 5,5	- 4,41
—	IV	- 3,2	- 2,57	—	X	- 6,9	- 5,53
—	V	- 2,7	- 2,17	—	XI	- 7,1	- 5,69
—	VI	- 1,5	- 1,20	—	XII	- 7,2	- 5,77
—	VII	- 2,3	- 1,84	1870	I	- 7,9	- 6,34
—	VIII	- 4,1	- 3,29	—	II	- 6,3	- 5,05
—	IX	- 5,1	- 4,09	—	III	- 7,5	- 6,01
—	X	- 6,6	- 5,29	—	IV	- 6,6	- 5,29
—	XI	- 7,4	- 5,93	—	V	- 4,9	- 3,93
—	XII	- 7,2	- 5,77	—	VI	- 3,0	- 2,41

Es ergeben sich hieraus für die drei je von Juli bis Juni gezählten Jahre

1867/68 die Variation $v = -3',40$ welchen die Relativzahlen $r = 18,3$
1868/69 — 4,22 60,1
1869/70 — 4,83 107,0

entsprechen, und diese beiden Zahlenreihen werden durch die Formel

$$v = -3',16 - 0,016 \,.\, r$$

ganz gut dargestellt, indem sie rückwärts für die drei Jahre die Variationen

$$-3',46 \qquad -4',12 \qquad -4',88$$

ergibt, welche sämmtlich von den Beobachteten nur um wenige Hundertstel abweichen, so dass die Formel, trotzdem dass sie aus wenigen, aber freilich dafür günstig situirten Jahren abgeleitet worden ist, ziemlich zuverlässig zu sein scheint.

355) Beobachtungen magnetischer Variationen in Lissabon in den Jahren 1858 bis 1875.

Die „Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie" berichtet in Nr. 10 des 11. Bandes, dass, nach Mittheilung des Herrn Brito Capello in Lissabon an Herrn John Allan Broun, daselbst die Jahresmittel der täglichen Schwankung der Declination zwischen 8^h Morgens und 2^h Nachmittags betragen haben:

Jahr	v	Jahr	v	Jahr	v
1858	8',74	1864	6',94	1870	10',83
59	10,54	65	6,61	71	10,60
60	10,11	66	6,19	72	9,45
61	9,00	67	6,15	73	8,22
62	7,84	68	7,17	74	7,23
63	7,65	69	8,42	75	6,09

Indem ich, wie für das mittlere Europa, $b = 0,045$ annahm, erhielt ich durch Einsetzung vorstehender Werthe und der entsprechenden Sonnenfleckenrelativzahlen in die Formel $v = a + b \,.\, r$ für a den Werth $5,42 \pm 0,11$ und somit für Lissabon die Formel

$$v = 5',42 + 0,045 \,.\, r$$

und merkwürdiger Weise ergab sich genau dieselbe Formel als ich sowohl a als b aus den 18 Gleichungen $v = a + b \cdot r$ ableitete, so dass also jedenfalls Lissabon in dieser Richtung noch zu dem mittlern Europa gerechnet werden darf. Die Abweichung der rückwärts nach dieser Formel berechneten Variationen von den beobachteten beträgt $\pm$ 0',44.

356) Beobachtungen magnetischer Variationen in Hobarton in den Jahren 1841 bis 1848.

Die schon in Nr. III und später wiederholt benutzten, den betreffenden Publikationen von Sabine entnommenen Variationen sind folgende:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel.
1841	-12,28	- 9,20	- 9,86	- 6,97	- 5,30	- 3,66	- 5,10	- 5,68	- 7,75	-10,51	-11,53	-11,50	- 8,28
42	-10,25	-10,42	- 9,15	- 6,42	- 4,48	- 3,98	- 4,47	- 5,28	- 7,29	- 9,71	-11,60	- 9,95	- 7,75
43	-10,07	-10,54	- 8,61	- 6,05	- 4,47	- 8,55	- 5,88	- 4,61	- 7,24	- 9,30	-11,04	-11,03	- 7,66
44	-10,49	-12,26	- 9,32	- 6,31	- 2,96	- 2,93	- 4,42	- 5,87	- 7,84	-10,32	- 9,86	-10,47	- 7,84
45	-11,12	-11,60	- 8,69	- 7,60	- 4,63	- 3,34	- 4,09	- 5,50	- 7,51	-10,63	-12,47	-13,44	- 8,39
46	-12,87	-12,37	-11,13	- 8,19	- 5,13	- 4,45	- 4,89	- 5,92	- 8,32	-10,35	-11,95	-13,14	- 9,06
47	-10,54	-13,06	- 8,87	- 7,94	- 4,97	- 4,27	- 4,71	- 7,41	-10,48	-16,60	-16,07	-14,06	- 9,99
48	-16,05	-16,14	-12,12	- 9,72	- 6,15	- 5,70	- 7,50	- 8,99	-11,18	—	—	—	—

357) Jahrbücher der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus von Carl Jelinek und Carl Fritsch. Neue Folge Bd. 8—11 (1871—1874).

Aus den 1871 noch wie früher für 18^h und 2^h, sodann 1874, nachdem die Beobachtungen wegen dem Umzuge in die „Hohe Warte" zwei Jahre grösstentheils unterbrochen worden waren, für 19^h und 2^h gegebenen mittlern monatlichen Declinationen folgen für Wien die Variationen:

Jahr.	1871	1874
Januar	4',3	3',2
Februar	6 ,1	4 ,4
März	11 .1	6 ,9
April	14 ,5	10 ,4
Mai	13 ,1	10 ,2
Juni	15 ,1	9 ,8
Juli	13 ,7	9 ,6
August	14 ,2	9 ,0
September	10 ,0	8 ,5
October	7 ,3	5 ,3
November	5 ,2	3 ,3
Dezember	4 ,3	1 ,7
Mittel	9,91	6,86

Aus diesen beiden mittlern Jahresvariationen ergibt sich aber in Verbindung mit den unter Nr. 312 für 1864—70 mitgetheilten Werthen für Wien die Variationsformel

$$v = 5',130 + 0,0394 \,.\, r$$

welche dieselben durchschnittlich bis auf $\pm$ 0',30, also ganz befriedigend darstellt.

358) Aus einer Mittheilung von Herrn Professor Lamont in Bogenhausen.

Herr Professor Lamont hatte die Güte mir als Auszug aus den Monatstabellen der Münchner Beobachtungen folgende Angaben mitzutheilen:

Minimum der Declination Morgens und Maximum Nachmittags

Jahr	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Dezbr.
1851	27,32	30,34	27,76	24,75	25,37	24,52	23,67	23,23	23,15	22,86	23,99	24,56
	33,12	36,25	36,85	37,54	37,35	37,02	35,78	34,79	33,42	31,85	29,66	28,08
1852	23,49	22,21	20,77	18,58	17,76	16,12	16,30	14,94	16,35	15,49	15,95	16,95
	29,52	29,08	31,26	32,23	29,87	28,52	28,41	27,70	25,90	25,40	21,81	20,59
1853	14,56	13,98	11,72	9,66	8,57	6,50	5,45	5,45	6,31	7,22	7,84	9,48
	19,73	20,19	21,59	21,95	19,94	19,41	18,50	17,31	16,69	15,67	12,47	12,35
1854	7,44	5,78	4,20	2,50	0,43	9,14	9,84	10,39	11,40	11,66	10,82	11,02
	11,28	10,75	12,87	14,20	12,28	19,72	20,70	20,96	21,01	18,25	14,87	13,68
1855	9,41	—	—	5,09	4,71	2,48	3,07	2,60	3,03	3,93	3,39	3,92
	14,19	—	—	16,30	14,86	12,84	12,92	12,56	12,38	11,35	8,13	6,76
1856	2,21	2,04	49,19	46,92	46,13	45,05	45,04	44,68	45,15	44,67	45,68	45,43
	6,25	6,50	56,57	57,67	55,30	55,18	54,40	55,26	54,00	52,31	49,56	47,95
1857	43,86	43,00	42,27	40,14	38,62	37,66	37,89	36,84	37,07	37,13	37,94	36,78
	47,65	48,97	50,17	50,61	49,59	48,60	48,54	48,14	46,99	44,76	42,62	41,04
1858	36,63	36,00	33,99	31,81	30,37	30,29	28,56	28,60	28,40	—	—	63,76
	41,65	42,61	45,20	45,30	42,43	41,08	41,32	40,41	40,23	—	—	70,64
1859	—	—	—	—	—	—	46,16	45,72	—	45,56	—	46,45
	—	—	—	—	—	—	60,15	61,25	—	58,30	—	52,15
1860	45,35	43,22	40,98	39,32	38,55	35,00	35,04	33,73	35,07	35,20	36,38	37,23
	51,14	52,22	54,27	54,03	52,98	51,53	49,77	49,43	47,26	46,31	42,82	41,26
1861	36,69	34,16	32,48	30,27	30,53	29,24	28,64	28,60	29,19	30,15	30,89	30,74
	42,26	43,24	43,76	46,01	43,80	43,05	41,07	42,52	40,67	38,68	37,09	35,88

Minimum der Declination Morgens und Maximum Nachmittags

Jahr	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.
1862	30,14	29,54	27,00	25,58	24,61	22,89	22,22	23,40	22,85	23,44	24,65	24,71
	35,39	35,44	36,64	37,04	34,96	35,56	35,15	35,00	33,76	31,61	29,76	28,19
1863	23,70	22,27	19,73	18,08	16,66	16,34	16,48	16,71	17,02	16,68	17,64	17,95
	28,06	28,52	30,42	30,63	29,28	28,16	27,42	27,66	26,27	24,70	21,90	20,66
1864	16,70	15,97	13,31	11,43	9,69	8,70	8,79	0,02	1,45	0,99	51,39	51,09
	21,20	21,44	24,04	22,83	20,93	20,38	19,34	10,42	8,85	7,80	55,96	53,15
1865	50,87	49,75	46,75	44,59	42,98	42,74	42,45	42,65	43,49	44,02	44,47	43,90
	53,44	54,48	56,18	56,41	54,56	53,68	52,38	53,23	52,68	50,18	48,03	46,98
1866	43,17	41,18	40,12	38,15	37,41	36,45	36,62	36,30	36,20	36,07	36,26	36,29
	47,21	47,93	47,90	49,47	47,14	46,58	46,00	44,79	43,33	42,26	39,97	39,02
1867	35,21	33,52	31,73	29,72	29,00	27,96	27,99	28,42	28,62	29,54	29,46	29,20
	39,25	38,98	39,97	40,00	38,88	38,20	37,96	38,12	36,33	35,15	33,41	31,98
1868	28,17	26,84	24,79	21,97	22,07	21,34	20,97	20,63	21,59	21,63	22,09	22,14
	31,61	31,91	33,65	34,77	32,33	31,88	31,82	31,79	30,33	28,42	26,94	25,81
1869	21,73	19,83	17,53	14,47	13,83	12,65	12,53	13,24	13,82	14,37	14,51	15,42
	25,26	25,86	27,22	27,70	26,42	26,62	25,81	25,97	25,30	23,18	20,36	18,97

Aenderungen des Nullpunktes der Scala sind mehrmals vorgekommen, und aus den Zahlen selbst leicht zu erkennen. Die Angaben sind Scalentheile; der Werth eines Scalentheils beträgt (s. Lit. 320) 0′,985.

359) Aus einem Schreiben von Herrn V. Knorre, datirt: Berlin 1875 I 15.

„Heute endlich bin ich soweit, Ihnen die magnetischen Declinationen mittheilen zu können. Ich bin dabei bis zum Jahre 1855 zurückgegangen, da mir Prof. Förster sagte, dass die Ihnen bereits mitgetheilten Declinationen von 1855—65 noch keine definitiven gewesen seien. Ich kann Ihnen aber die Declinationen nur bis 1871 incl. geben, da für das Jahr 1872 keine regelmässigen, und daher nicht gut verwendbaren Beobachtungen vorliegen, und im Jahre 1873 gar keine gemacht worden sind.

Magnetische Beobachtungen in Berlin.

Monatsmittel der westlichen Abweichungen.

	Maximum.	Minimum.	Maximum.	Minimum.	Maximum.	Minimum.
	1855		**1858**		**1861**	
Januar	14° 50′,5	14° 47′,1	14° 27′,2	14° 23′,9	14° 4′,7	13° 59′,6
Februar	49,9	45,6	28,1	21,7	5,4	56,4
März	51,8	42,8	30,3	19,5	5,8	54,5
April	52,6	42,0	31,2	18,8	7,7	51,4
Mai	55,0	39,0	28,3	16,4	6,0	52,5
Juni	49,8	40,1	27,2	16,5	3,8	53,5
Juli	49,5	39,7	27,6	15,7	7,6	52,0
August	50,4	40,8	26,5	16,1	4,7	52,0
September	49,6	40,7	26,6	15,4	14 6,3	52,3
October	45,1	39,2	25,5	14,7	13 59,7	51,4
November	44,0	39,5	22,3	16.3	13 58,1	13 52,6
December	14 42,4	14 39,8	14 19,9	14 15,8	—	—
	1856		**1859**		**1862**	
Januar	14 42,3	14 38,6	14 20,9	14 16,0	13 59,7	13 53,3
Februar	42,3	37,9	21,1	12,6	13 58,2	52,1
März	43,4	34,4	24,0	10,7	14 0,8	51,3
April	44,1	33,5	24,9	7,1	0,8	49,8
Mai	42,4	33,5	22,7	8,5	14 0,2	50,5
Juni	42,3	32,2	20,9	7,3	13 55,2	43,7
Juli	41,6	32,0	20,1	7,6	56,7	45,3
August	41,7	32,8	21,3	6,7	57,2	45,6
September	40,6	32,0	20,3	6,7	54,7	45,2
October	39,1	31,4	18,0	6,1	52,9	44,4
November	39,2	32,7	16,0	7,6	51,7	47,0
Dezember	14 36,4	14 32,4	14 13,6	14 7,5	13 50,0	13 42,9
	1857		**1860**		**1863**	
Januar	14 35,1	14 31,3	14 13,7	14 7,4	13 49,6	13 44,9
Februar	35,3	29,7	13,8	5,3	49,0	43,6
März	37,0	27,7	16,1	3,7	52,0	40,6
April	37,5	26,6	15,5	1,6	52,7	40,9
Mai	36,1	25,0	14,3	14 0,5	51,1	39,0
Juni	35,0	23,6	14,5	13 59,1	49,0	38,0
Juli	35,8	24,4	13,2	59,3	48,0	37,9
August	34,7	25,3	13,2	58,7	47,9	38,1
September	33,2	24,6	10,3	59,3	46,3	38,3
October	31,2	23,3	9,3	58,3	45,3	37,3
November	28,8	24,7	5,4	13 59,3	42,3	37,9
December	14 28,2	14 23,9	14 3,8	14 0,0	13 41,6	13 39,5

	Maximum.	Minimum.	Maximum.	Minimum.	Maximum.	Minimum.
	1864		**1867**		**1870**	
Januar	13° 41′,5	13° 37′,1	13° 18′,3	13° 14′,3	12° 56′,9	12° 52,0
Februar	41,4	36,1	18,6	13,0	12 57,1	48,7
März	44,0	32,4	19,7	10,9	13 0,7	46,5
April	44,1	33,2	20,3	9,2	12 58,9	42,5
Mai	41,2	30,2	18,3	9,0	57,9	40,9
Juni	39,4	30,0	17,8	7,5	57,8	42,7
Juli	38,7	29,7	17,0	6,8	12 58,8	43,1
August	40,4	31,2	16,9	6,9	13 1,1	47,1
September	38,1	31,0	15,0	7,3	12 57,1	44,4
October	37,2	30,6	12,4	8,2	53,1	41,9
November	37,9	35,2	11,5	7,7	52,0	42,4
December	13 35,2	13 33,6	13 9,7	13 7,1	12 49,8	12 43,2
	1865		**1868**		**1871**	
Januar	13 34,4	13 32,4	13 10,0	13 6,2	12 49,9	12 41,7
Februar	35,7	31,1	10,2	5,2	50,1	40,8
März	37,8	28,0	12,2	3,6	53,8	38,7
April	37,3	25,9	13,7	0,4	55,7	37,7
Mai	36,2	24,8	12,2	13 0,8	52,1	36,9
Juni	33,7	25,3	10,0	12 59,5	51,2	35,3
Juli	34,7	23,7	7,9	57,7	50,9	36,2
August	35,2	25,1	8,4	57,1	50,6	35,7
September	33,2	26,4	7,0	59,7	48,7	35,5
October	31,1	24,4	4,9	58,3	46,2	35,9
November	26,3	22,5	2,6	58,3	44,4	37,3
December	13 23,5	13 20,6	13 1,4	12 57,6	12 43,3	12 37,5
	1866		**1869**			
Januar	13 24,6	13 20,4	13 1,1	12 57,5		
Februar	26,1	20,1	2,0	55,6		
März	27,3	19,8	3,5	53,9		
April	28,1	16,9	4,6	51,8		
Mai	26,7	18,7	4,0	52,3		
Juni	25,3	16,1	3,9	49,5		
Juli	25,5	15,9	3,7	49,8		
August	22,6	14,0	3,5	50,4		
September	22,4	16,2	2,1	51,2		
October	21,8	16,3	13 0,0	12 50,6		
November	19,8	16,4	—	—		
December	13 18,9	13 16,4	—	—		

360) Lamont, Meteorologische und magnetische Beobachtungen der k. Sternwarte bei München. Jahrgang 1876.

Aus den täglichen Variationsbeobachtungen wurden von Herrn Lamont folgende mittlere Werthe für die extremen Stände abgeleitet:

1876	Minimum		Maximum		Variationen	
	Stand	um	Stand	um	Scalenth.	Minuten
I	17,96	9^h	21,58	1^h	3,62	3′,57
II	17,79	9	21,30	1	3,51	3 ,46
III	15,55	9	22,77	1	7,22	7 ,11
IV	13,50	9	23,07	1	9,57	9 ,43
V	12,87	7	21,02	1	8,15	8 ,03
VI	11,64	8	21,39	2	9,75	9 ,60
VII	11,00	7	20,99	2	9,99	9 ,84
VIII	11,27	8	21,00	1	9,73	9 ,58
IX	11,73	8	19,54	1	7,81	7 ,69
X	12,31	9	18,89	1	6,58	6 ,48
XI	11,97	9	16,14	1	4,17	4 ,11
XII	11,42	9	14,06	1	2,64	2 ,60
			Jahresmittel		6,89	6 ,79

Es betrug also 1876 die Variation in München laut den Beobachtungen 6′,79, während ich dafür aus den Sonnenflecken in Nr. XLII den Werth 7′,07 berechnet hatte; die Uebereinstimmung ist somit sehr befriedigend. Die Vergleichung mit der in Nr. 343 für 1875 gegebenen Variation 7,05 zeigt, dass in München sich 1876 die Variation gegenüber 1875 noch ganz entsprechend den Sonnenflecken etwas verminderte.

361) Beobachtungen der magnetischen Declinations-Variationen in Paris in den Jahren 1874 bis 1876.

Dieselben wurden theils dem „Bulletin mensuel“, theils dem „Annuaire“ des Observatoriums in Montsouris, theils schriftlicher Mittheilung seines Directors, Herrn Marié-Davy, in folgender Weise entnommen: Da bei den üblichen Beobachtungsstunden 18^h, 21^h, 0^h, 3^h, 6^h, 9^h und 12^h nur das Morgenextrem durch 21^h ziemlich vertreten ist, das Nachmittagsextrem dagegen meistens zwischen 0^h und 3^h fällt, so wählte ich für Bestimmung der Variation, um einerseits sie in möglichst

ähnlicher Weise wie für Prag, München etc. zu erhalten und doch anderseits ihren Betrag nicht zu sehr abzuschwächen, die Combination

$$v = \frac{1}{2} (\text{Max.} + 3^h - 21^h - \text{Min.})$$

und erhielt so folgende Werthe:

	1874	1875	1876
Januar	5,43	2,70	5,15
Februar	7,20	4,15	5,45
März	8,20	7,55	8,05
April	9,35	8,22	8,95
Mai	8,65	7,60	8,65
Juni	8,65	7,90	9,45
Juli	8,55	7,95	10,00
August	8,10	8,10	9,75
September	8,30	7,55	6,40
October	7,15	6,55	6,35
November	4,80	4,65	5,25
December	2,90	3,65	3,75
Jahr	7,27	6,38	7,27

wo die Bestimmungen für Januar 1874 (wo noch nicht beobachtet wurde) und April 1875 (wo neue Instrumente installirt wurden) durch eine Art Interpolation mit Hülfe der in München etc. erhaltenen Variationen ausgemittelt worden sind. — Nimmt man den für Mitteleuropa und noch (s. Nr. 355) für Lissabon sehr nahe geltenden Factor 0,045 auch für Paris an, so erhält man für dasselbe die Formel

$$v = 5'{,}88 + 0{,}045 \, . \, r$$

d. h. fast die gleiche Formel wie für Prag, und nahezu das Mittel zwischen demjenigen von München und Lissabon, was durchaus nichts stossendes hat. Immerhin wird man noch ein paar Jahrgänge weiterer Beobachtungen abwarten müssen um ein sicheres Resultat ermitteln zu können.

362) Memorie della Societá degli spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini (Forts. zu Nr. 338).

Die Herren Prof. Tacchini und G. De Lisa haben in Palermo im Anschlusse an die frühere Serie folgende Beobachtungen erhalten:

1876			1876			1876			1876			1876		
I	31	1.2	IV	24	0.0	VI	28	1.11	VIII	16	1.8	X	10	0.0
II	2	1.5	-	27	0.0	-	29	1.4	-	17	1.10	-	11	1.10
-	9	1.1	-	28	0.0	-	30	0.0	-	18	1.13	-	12	1.28
-	13	1.1	-	29	0.0	VII	3	2.10	-	19	1.17	-	13	1.22
-	15	1.16	-	30	0.0	-	4	2.22	-	20	1.14	-	14	1.14
-	17	2.10	V	1	1.2	-	5	2.12	-	21	1.10	-	15	1.11
-	18	2.7	-	2	0.0	-	7	3.16	-	22	1.5	-	17	1.3
-	19	1.2	-	4	1.1	-	8	3.24	-	24	1.13	-	18	2.4
-	20	1.3	-	5	0.0	-	10	4.31	-	26	1.10	-	19	1.3
-	21	2.8	-	9	2.7	-	12	0.0	-	27	1.9	-	20	1.2
-	22	1.4	-	12	2.9	-	13	0.0	-	30	1.9	-	22	1.14
-	23	0.0	-	13	2.6	-	15	0.0	IX	2	1.16	-	23	1.11
-	25	1.6	-	15	2.6	-	17	0.0	-	5	1.6	-	25	2.11
-	26	2.6	-	16	1.3	-	18	0.0	-	6	0.0	-	26	1.2
-	27	2.8	-	17	1.2	-	19	1.5	-	8	0.0	-	31	0.0
-	29	1.12	-	18	0.0	-	20	2.7	-	11	0.0	XI	4	1.3
III	1	2.23	-	21	0.0	-	22	3.7	-	12	0.0	-	7	1.2
-	4	0.0	-	22	0.0	-	23	2.4	-	16	1.7	-	9	2.2
-	5	0.0	-	23	0.0	-	24	3.8	-	18	1.2	-	10	2.11
-	9	1.2	-	24	0.0	-	25	1.2	-	19	2.8	-	12	3.5
-	13	2.6	-	25	1.2	-	28	1.5	-	20	4.17	-	15	3.6
-	15	3.9	-	27	4.9	-	29	1.2	-	21	0.0	-	21	2.7
-	16	3.33	-	29	1.7	-	30	1.4	-	22	0.0	-	24	1.2
-	22	5.39	-	30	2.8	-	31	1.4	-	23	0.0	XII	1	0.0
-	23	6.35	-	31	2.6	VIII	1	1.2	-	24	0.0	-	3	0.0
-	27	4.10	VI	8	0.0	-	2	1.2	-	27	1.20	-	7	1.4
-	30	2.4	-	9	0.0	-	3	0.0	-	29	1.17	-	8	0.0
-	31	0.0	-	11	0.0	-	5	0.0	-	30	2.38	-	10	0.0
IV	2	0.0	-	15	0.0	-	6	0.0	X	1	2.23	-	13	0.0
-	3	0.0	-	16	0.0	-	7	0.0	-	2	1.9	-	14	0.0
-	7	1.5	-	19	0.0	-	8	0.0	-	3	1.7	-	17	1.2
-	10	1.5	-	21	1.2	-	10	0.0	-	4	1.11	-	19	1.2
-	11	1.10	-	22	1.2	-	11	0.0	-	5	1.7	-	20	1.11
-	12	3.5	-	23	1.2	-	12	0.0	-	6	1.2	-	28	1.2
-	13	3.10	-	25	2.9	-	13	0.0	-	7	1.3	-	30	0.0
-	18	2.5	-	26	1.6	-	14	0.0	-	8	2.2	-	31	0.0
-	20	0.0	-	27	1.2	-	15	0.0	-	9	1.2			

Specielle Probleme über die Bewegung geradliniger paralleler Wirbelfäden.

Von

Dr. W. Gröbli.

---

§ 1.

Die Wirbeltheorie beschäftigt sich mit solchen Flüssigkeitsbewegungen, bei denen die einzelnen Flüssigkeitstheilchen auch Rotationsbewegungen besitzen dürfen. Eine Linie, deren Richtung überall mit der Richtung der augenblicklichen Drehungsaxe der dort befindlichen Wassertheilchen zusammentrifft, nennt man nach Herrn Helmholtz *) eine Wirbellinie. Sämmtliche Wirbellinien durch die Punkte einer unendlich kleinen geschlossenen Curve schneiden aus der Flüssigkeit einen Wirbelfaden heraus. Ein Wirbelfaden besteht fortwährend aus denselben Flüssigkeitstheilchen, läuft entweder in sich zurück oder endigt an der Oberfläche der Flüssigkeit; das Product aus der Drehungsgeschwindigkeit in den Querschnitt ist für alle Querschnitte und zu allen Zeiten dasselbe.

In der vorliegenden Arbeit ist vorausgesetzt, dass die Flüssigkeit begrenzt sei durch zwei zur z-Axe senkrechte Ebenen, sich zwischen diesen in's Unendliche erstrecke und in der Unendlichkeit ruhe, dass die Bewegung parallel

---

*) Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. Borchardt's Journal, Band 55.

der xy-Ebene und unabhängig von der z-Ordinate sei. Die Wirbelfäden, deren Anzahl eine endliche sein soll, sind dann der z-Axe parallel. Es sei df ein Element des Querschnittes eines der Wirbelfäden mit der xy-Ebene, ζ die Drehungsgeschwindigkeit dieses Elementes; wir definiren eine Grösse m durch die Gleichung

$$m = \int \zeta \, df \,, \tag{1}$$

wobei die Integration über den Querschnitt dieses Fadens auszudehnen ist. Da die Bewegung in jeder Ebene parallel der xy-Ebene dieselbe ist, so genügt es, wenn wir sie in dieser bestimmen. Die rechtwinkligen Coordinaten der Wirbelfäden seien

$$x_1, y_1; \; x_2, y_2; \; x_3, y_3; \; \ldots\ldots\ldots ,$$

die Werthe der zugehörigen Constanten m

$$m_1, \quad m_2, \quad m_3, \quad \ldots\ldots\ldots .$$

Die Differentialgleichungen, welche die Bewegung der Wirbelfäden bestimmen, sind dann nach Herrn Kirchhoff*)

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dx_1}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial y_1}, \quad m_2 \frac{dx_2}{dt} = \frac{\partial P}{\partial y_2}, \ldots\ldots\ldots \\ m_1 \frac{dy_1}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial x_1}, \quad m_2 \frac{dy_2}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_2}, \ldots\ldots\ldots , \end{aligned} \tag{2}$$

wobei

$$P = -\frac{1}{\pi} \Sigma \, m_1 m_2 \log \varrho_{12} \quad . \tag{3}$$

ϱ_{12} bezeichnet die Entfernung der Fäden 1 und 2 von einander, die Summe ist zu nehmen in Bezug auf alle Combinationen je zweier verschiedener Indices.

Führt man Polarcoordinaten ϱ, ϑ ein vermittelst der Gleichungen

---

*) Vorlesungen über mathematische Physik, 1. Auflage, p. 259.

$$x_1 = \varrho_1 \cos\vartheta_1\,,\quad x_2 = \varrho_2 \cos\vartheta_2\,,\;\ldots\ldots\ldots$$
$$y_1 = \varrho_1 \sin\vartheta_1\,,\quad y_2 = \varrho_2 \sin\vartheta_2\,,\;\ldots\ldots\ldots \qquad 4)$$

so ergeben sich aus 2) die Gleichungen

$$m_1\varrho_1\frac{d\varrho_1}{dt} = \frac{\partial P}{\partial\vartheta_1}\,,\quad m_2\varrho_2\frac{d\varrho_2}{dt} = \frac{\partial P}{\partial\vartheta_2}\,,\;\ldots\ldots$$
$$m_1\varrho_1\frac{d\vartheta_1}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial\varrho_1}\,,\quad m_2\varrho_2\frac{d\vartheta_2}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial\varrho_2}\,,\;\ldots\ldots \qquad 5)$$

Von den Gleichungen 2) oder 5) kennt man folgende vier Integrale

$$\Sigma\, m_1 x_1 = \text{const.}\,,\qquad \Sigma\, m_1 y_1 = \text{const.}\,,$$
$$\Sigma\, m_1 \varrho_1{}^2 = \text{const.}\,,\qquad P = \text{const.} \qquad 6)$$

Denken wir uns die Drehungsgeschwindigkeit ζ als Dichtigkeit einer auf dem Elemente df ausgebreiteten Masse, so sprechen die beiden ersten dieser Integrale den Satz aus, dass der Schwerpunkt dieser Massenvertheilung, den man, da zu ihr nur die Wirbelfäden beitragen, als Schwerpunkt der Wirbelfäden bezeichnen kann, in Ruhe bleibt.

Ist nur ein Wirbelfaden vorhanden, so bleibt derselbe an seinem Orte; sind zwei Wirbelfäden vorhanden, so drehen sich dieselben mit der constanten Winkelgeschwindigkeit

$$\frac{1}{\pi}\,\frac{m_1 m_2}{m_1\varrho_1{}^2 + m_2\varrho_2{}^2}$$

um den Schwerpunkt herum.

Im Folgenden beschäftigen wir uns mit der Bewegung von drei Wirbelfäden; von vier Wirbelfäden unter Voraussetzung einer Symmetrieebene; endlich von $2n$ Wirbelfäden unter Voraussetzung von n Symmetrieebenen.

Auf die Bestimmung der Bewegung von Flüssigkeitstheilchen welche sich in endlicher Entfernung von den Wirbelfäden befinden, werden wir nicht eingehen.

Ueber die Bewegung von drei Wirbelfäden.

§ 2.

Für die Entfernungen ϱ_{23}, ϱ_{31}, ϱ_{12} der drei Wirbelfäden von einander werden wir die etwas bequemeren Zeichen s_1, s_2, s_3 einführen. Die Differentialgleichungen, welche die Bewegung des Systems dreier Wirbelfäden bestimmen, sind in rechtwinkligen Coordinaten

$$\begin{aligned}
\pi \frac{dx_1}{dt} &= -m_2 \frac{y_1 - y_2}{s_3^2} + m_3 \frac{y_3 - y_1}{s_2^2} \\
\pi \frac{dx_2}{dt} &= -m_3 \frac{y_2 - y_3}{s_1^2} + m_1 \frac{y_1 - y_2}{s_3^2} \qquad 1) \\
\pi \frac{dx_3}{dt} &= -m_1 \frac{y_3 - y_1}{s_2^2} + m_2 \frac{y_2 - y_3}{s_1^2} \,;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi \frac{dy_1}{dt} &= m_2 \frac{x_1 - x_2}{s_3^2} - m_3 \frac{x_3 - x_1}{s_2^2} \\
\pi \frac{dy_2}{dt} &= m_3 \frac{x_2 - x_3}{s_1^2} - m_1 \frac{x_1 - x_2}{s_3^2} \qquad 2) \\
\pi \frac{dy_3}{dt} &= m_1 \frac{x_3 - x_1}{s_2^2} - m_2 \frac{x_2 - x_3}{s_1^2} \,;
\end{aligned}$$

und in Polarcoordinaten

$$\begin{aligned}
\pi \frac{d\varrho_1}{dt} &= -\frac{m_2 \varrho_2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{s_3^2} + \frac{m_3 \varrho_3 \sin(\vartheta_3 - \vartheta_1)}{s_2^2} \\
\pi \frac{d\varrho_2}{dt} &= -\frac{m_3 \varrho_3 \sin(\vartheta_2 - \vartheta_3)}{s_1^2} + \frac{m_1 \varrho_1 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{s_3^2} \qquad 3) \\
\pi \frac{d\varrho_3}{dt} &= -\frac{m_1 \varrho_1 \sin(\vartheta_3 - \vartheta_1)}{s_2^2} + \frac{m_2 \varrho_2 \sin(\vartheta_2 - \vartheta_3)}{s_1^2} \,;
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\pi \varrho_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} &= m_2 \frac{\varrho_1 - \varrho_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{s_3^2} + m_3 \frac{\varrho_1 - \varrho_3 \cos(\vartheta_3 - \vartheta_1)}{s_2^2} \\
\pi \varrho_2 \frac{d\vartheta_2}{dt} &= m_3 \frac{\varrho_2 - \varrho_3 \cos(\vartheta_2 - \vartheta_3)}{s_1^2} + m_1 \frac{\varrho_2 - \varrho_1 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{s_3^2} \qquad 4) \\
\pi \varrho_3 \frac{d\vartheta_3}{dt} &= m_1 \frac{\varrho_3 - \varrho_1 \cos(\vartheta_3 - \vartheta_1)}{s_2^2} + m_2 \frac{\varrho_3 - \varrho_2 \cos(\vartheta_2 - \vartheta_3)}{s_1^2} .
\end{aligned}
$$

Hierbei ist

$$
\begin{aligned}
s_1^2 &= (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = \varrho_2^2 + \varrho_3^2 - 2\varrho_2\varrho_3 \cos(\vartheta_2 - \vartheta_3) \\
s_2^2 &= (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 = \varrho_3^2 + \varrho_1^2 - 2\varrho_3\varrho_1 \cos(\vartheta_3 - \vartheta_1) \qquad 5) \\
s_3^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = \varrho_1^2 + \varrho_2^2 - 2\varrho_1\varrho_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) .
\end{aligned}
$$

Wir setzen zunächst voraus, es sei $m_1 + m_2 + m_3$ von Null verschieden. Es kann dann der Schwerpunkt der drei Wirbelfäden zum Anfangspunkt der Coordinaten gemacht werden und die beiden ersten Gleichungen 6) § 1, welche den Satz aussprechen, dass der Schwerpunkt in Ruhe bleibt, werden

$$
\begin{aligned}
m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 &= 0 \\
m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 &= 0 ,
\end{aligned} \qquad 6)
$$

oder in Polarcoordinaten

$$
\begin{aligned}
m_1 \varrho_1 \cos\vartheta_1 + m_2 \varrho_2 \cos\vartheta_2 + m_3 \varrho_3 \cos\vartheta_3 &= 0 \\
m_1 \varrho_1 \sin\vartheta_1 + m_2 \varrho_2 \sin\vartheta_2 + m_3 \varrho_3 \sin\vartheta_3 &= 0 .
\end{aligned} \qquad 7)
$$

Das dritte und vierte der allgemeinen Integrale 6) § 1 wollen wir in folgender Form schreiben

$$
m_1 \varrho_1^2 + m_2 \varrho_2^2 + m_3 \varrho_3^2 = C' \qquad 8)
$$

$$
\frac{1}{m_1} \log s_1 + \frac{1}{m_2} \log s_2 + \frac{1}{m_3} \log s_3 = C. \qquad 9)
$$

Die erste der Gleichungen 7) multipliciren wir mit $\sin\vartheta_1$, $\sin\vartheta_2$, $\sin\vartheta_3$, die zweite mit $-\cos\vartheta_1$, $-\cos\vartheta_2$, $-\cos\vartheta_3$ und addiren jedesmal. Auf diese Weise ergeben sich drei Gleichungen, welche am einfachsten geschrieben werden können

$$\frac{\sin(\vartheta_2 - \vartheta_3)}{m_1 \varrho_1} = \frac{\sin(\vartheta_3 - \vartheta_1)}{m_2 \varrho_2} = \frac{\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{m_3 \varrho_3}. \qquad 10)$$

Bringt man ferner in den genannten Gleichungen das erste Glied auf die rechte Seite, erhebt dann in's Quadrat und addirt, so erhält man die erste der unten folgenden Gleichungen, aus welcher die beiden andern durch cyclische Vertauschung der Indices 1, 2, 3 hervorgehen, nämlich

$$\begin{aligned}
\cos(\vartheta_2 - \vartheta_3) &= \frac{m_1^2 \varrho_1^2 - m_2^2 \varrho_2^2 - m_3^2 \varrho_3^2}{2\, m_2\, m_3\, \varrho_2\, \varrho_3} \\
\cos(\vartheta_3 - \vartheta_1) &= \frac{-m_1^2 \varrho_1^2 + m_2^2 \varrho_2^2 - m_3^2 \varrho_3^2}{2\, m_3\, m_1\, \varrho_3\, \varrho_1} \qquad 11) \\
\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) &= \frac{-m_1^2 \varrho_1^2 - m_2^2 \varrho_2^2 + m_3^2 \varrho_3^2}{2\, m_1\, m_2\, \varrho_1\, \varrho_2}.
\end{aligned}$$

Diese Ausdrücke für $\cos(\vartheta_2 - \vartheta_3)$, $\cos(\vartheta_3 - \vartheta_1)$, $\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ setzen wir unter gleichzeitiger Benutzung von 8) in 5) ein und gelangen so zu folgenden Formeln

$$\begin{aligned}
m_2\, m_3\, s_1^2 &= (m_2 + m_3)\, C' - m_1\, (m_1 + m_2 + m_3)\, \varrho_1^2 \\
m_3\, m_1\, s_2^2 &= (m_3 + m_1)\, C' - m_2\, (m_1 + m_2 + m_3)\, \varrho_2^2 \qquad 12) \\
m_1\, m_2\, s_3^2 &= (m_1 + m_2)\, C' - m_3\, (m_1 + m_2 + m_3)\, \varrho_3^2.
\end{aligned}$$

Wir führen eine neue Constante C'' ein, welche mit C' durch die Gleichung

$$m_1\, m_2\, m_3\, C'' = (m_1 + m_2 + m_3)\, C' \qquad 13)$$

verbunden ist. Aus den vorigen Gleichungen folgt dann

$$\frac{s_1^2}{m_1} + \frac{s_2^2}{m_2} + \frac{s_3^2}{m_3} = C''. \qquad 14)$$

In den Gleichungen 9) und 14) besitzen wir zwei Integrale der Differentialgleichungen unseres Problems, in welche nur die Seiten des Dreiecks der drei Wirbelfäden eintreten. Es liegt daher die Annahme nahe, es möchten sich in ziemlich einfacher Weise drei Differentialgleichungen aufstellen lassen, welche nur die Zeit und die Dreieck-

seiten s_1, s_2, s_3 enthalten und aus denen sich die Gestalt des Dreiecks in jedem Augenblicke ermitteln liesse. Um diese Gleichungen herzustellen, subtrahire man in 1) und 2) je die dritte Gleichung von der zweiten, multiplicire die erste der so entstehenden Gleichungen mit $x_2 - x_3$, die zweite mit $y_2 - y_3$ und addire. Auf diese Weise ergibt sich

$$\frac{\pi}{2}\frac{d(s_1^2)}{dt} = m_1 \frac{s_2^2 - s_3^2}{s_2^2 s_3^2}\left\{y_1(x_2 - x_3) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_1 - x_2)\right\}.$$

Wir setzen voraus, das Axensystem x, y sei so gewählt, dass die positive y-Axe durch eine Drehung um 90° in negativem Sinne, d. h. im Sinne der Drehung eines Uhrzeigers, mit der positiven x-Axe zur Deckung gebracht wird. Der in der obigen Gleichung rechter Hand in Klammern stehende Ausdruck stellt dann den positiven oder negativen doppelten Inhalt des Dreiecks dar, je nachdem man das Dreieck in negativem oder positivem Sinne umfahren muss, um der Reihe nach zu den Fäden 1, 2, 3 zu gelangen. Dieser Inhalt lässt sich in bekannter Weise durch die Seiten ausdrücken. Bezeichnen wir den obigen Ausdruck mit $2J$, so ergibt sich die erste der Gleichungen 15) und aus dieser folgen durch cyclische Vertauschung der Indices 1, 2, 3 die beiden andern, nämlich

$$\begin{aligned}
\frac{d(s_1^2)}{dt} &= \frac{m_1}{\pi}\, 4J\, \frac{s_2^2 - s_3^2}{s_2^2 s_3^2} \\
\frac{d(s_2^2)}{dt} &= \frac{m_2}{\pi}\, 4J\, \frac{s_3^2 - s_1^2}{s_3^2 s_1^2} \qquad 15) \\
\frac{d(s_3^2)}{dt} &= \frac{m_3}{\pi}\, 4J\, \frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1^2 s_2^2}.
\end{aligned}$$

J ist bestimmt durch die Gleichung

$$16\, J^2 = 2\, s_2^2 s_3^2 + 2\, s_3^2 s_1^2 + 2\, s_1^2 s_2^2 - s_1^4 - s_2^4 - s_3^4. \qquad 16)$$

Die beiden schon bekannten Integrale 9) und 14) ergeben sich, wenn man die Gleichungen 15) einmal durch m_1, m_2, m_3, dann durch $m_1\, s_1^2$, $m_2\, s_2^2$, $m_3\, s_3^2$ dividirt und jedesmal addirt.

Die vollständige Lösung der Aufgabe, in jedem Augenblicke die Gestalt des Dreieckes zu bestimmen, verlangt nur die Ausführung von Eliminationen und einer Quadratur.

Die Bewegung ist vollkommen bestimmt, wenn man noch eine Gleichung besitzt, in der eine oder mehrere Coordinaten und die Zeit vorkommen. Mit Benutzung von 11) und 12) lassen sich die Gleichungen 4) so transformiren, dass sie ausser je einem der Differentialquotienten

$$\frac{d\vartheta_1}{dt}, \quad \frac{d\vartheta_2}{dt}, \quad \frac{d\vartheta_3}{dt}$$

nur noch die Seiten s_1, s_2, s_3 enthalten. Man erhält nämlich das folgende System von Gleichungen

$$\begin{aligned}
&2\pi\,(m_1+m_2+m_3)\,\varrho_1^2\, s_2^2\, s_3^2\,\frac{d\vartheta_1}{dt} = \\
&\quad = m_2\, m_3\,\left\{(s_2^2-s_3^2)^2 - s_1^2\,(s_2^2+s_3^2)\right\} + 2\,(m_2+m_3)^2\, s_2^2\, s_3^2 \\
&2\pi\,(m_1+m_2+m_3)\,\varrho_2^2\, s_3^2\, s_1^2\,\frac{d\vartheta_2}{dt} = \\
&\quad = m_3\, m_1\,\left\{(s_3^2-s_1^2)^2 - s_2^2\,(s_3^2+s_1^2)\right\} + 2\,(m_3+m_1)^2\, s_3^2\, s_1^2 \qquad 16) \\
&2\pi\,(m_1+m_2+m_3)\,\varrho_3^2\, s_1^2\, s_2^2\,\frac{d\vartheta_3}{dt} = \\
&\quad = m_1\, m_2\,\left\{(s_1^2-s_2^2)^2 - s_3^2\,(s_1^2+s_2^2)\right\} + 2\,(m_1+m_2)^2\, s_1^2\, s_2^2,
\end{aligned}$$

in welchem die Grössen ϱ mit den s durch die Gleichungen 12) zusammenhängen und nur des einfachern Schreibens wegen geblieben sind. Diese Gruppe von Differentialgleichungen gilt nur unter der Voraussetzung, dass der Schwerpunkt Anfangspunkt der Coordinaten sei.

Das vorliegende Problem lässt sich nun in allgemeinster Weise wie folgt erledigen. Aus den Gleichungen 8), 9), 11), 12) und 14) können die neun Grössen

$$\begin{array}{ccc} s_1\,, & s_2\,, & s_3 \\ \rho_1\,, & \rho_2\,, & \rho_3 \\ \cos(\vartheta_2-\vartheta_3)\,, & \cos(\vartheta_3-\vartheta_1)\,, & \cos(\vartheta_1-\vartheta_2) \end{array}$$

sämmtlich als Functionen einer einzigen Variabelen τ dargestellt werden. Setzt man die so erhaltenen Ausdrücke in irgend eine der Gleichungen 3) oder 15) ein, so ergibt sich durch Quadratur t als Function von τ und durch Umkehrung τ als Function von t. Mittelst der Gleichungen 4) oder 17) erhält man nun auch durch Quadraturen die Grössen ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 als Functionen der Zeit.

Die genannten Rechnungen lassen sich indessen allgemein, d. h. bei willkürlichen Werthen der Constanten m, nicht durchführen, und man muss sich daher darauf beschränken, die Differentialgleichungen des Problems nur für einige ganz specielle Werthsysteme der Grössen m zu integriren. Gleichung 9) ist im Allgemeinen transcendent und nur algebraisch, wenn die Verhältnisse der m_1, m_2, m_3 rationale Zahlen sind.

Die einfachsten Annahmen, die man über die m machen kann, sind folgende drei

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 = -m_3 \\ m_1 &= m_2 = m_3 \\ m_1 &= 2\,m_2 = -2\,m_3 \end{aligned}$$

und mit diesen wollen wir uns weiter beschäftigen.

Im Vorigen wurde vorausgesetzt, es falle der Anfangspunkt des Coordinatensystems mit dem Schwerpunkte der Wirbelfäden zusammen. Diese Voraussetzung ist nicht mehr zulässig, wenn $m_1+m_2+m_3=0$ ist, indem der Schwerpunkt sich dann im Unendlichen befindet.

In diesem Fall wird man am besten in rechtwinkligen Coordinaten rechnen. Einer der Axen, z. B. der x-Axe, kann man die Richtung nach dem Schwerpunkte hin geben, so dass an Stelle der Gleichungen 6) die folgenden treten

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 = \text{const.}$$
$$m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 = 0.$$

Durch passende Wahl des Coordinatenanfangs kann man noch bewirken, dass die Constante C' in 8) verschwindet. Indessen führt auch die denkbar einfachste Annahme über die Constanten m, nämlich

$$-m_1 = 2\,m_2 = 2\,m_3,$$

zu sehr complicirten Gleichungen, die sich einer eingehenden Discussion entziehen. Handelt es sich nur darum, die Gestalt des Dreiecks zu ermitteln, so wird man die Gleichungen 15) benutzen, welche für alle Werthe der Grössen m gelten, da sie von jedem Coordinatensystem unabhängig sind.

Wir gehen nun zur Behandlung der oben erwähnten Specialfälle über.

---

§ 3.

Erster Fall. $m_1 = m_2 = -m_3$.

Die Gleichungen 6) § 2 gehen über in

$$x_3 = x_1 + x_2, \qquad y_3 = y_1 + y_2 \qquad 1)$$

und sprechen den Satz aus, dass die Wirbelfäden und ihr Schwerpunkt stets die Ecken eines Parallelogrammes bilden, in welchem 3 und der Schwerpunkt Gegenecken sind. An Stelle der willkürlichen Constanten C' in 8) § 2

führen wir eine andere Constante λ ein, indem wir $C' = 4\, m_1\, \lambda$ setzen. Die genannte Gleichung wird so

$$\varrho_1^2 + \varrho_2^2 - \varrho_3^2 = 4\,\lambda. \qquad 2)$$

Aus 12) § 2 ergibt sich

$$s_1^2 = \varrho_1^2, \quad s_2^2 = \varrho_2^2, \quad s_3^2 = \varrho_3^2 + 8\,\lambda \qquad 3)$$

und nun aus 9)

$$\frac{\varrho_3^2 + 8\,\lambda}{\varrho_1^2\, \varrho_2^2} = \text{const.}$$

Ohne die Allgemeinheit zu beeinträchtigen, darf man dieser Constanten einen speciellen Werth beilegen, es wird durch eine solche Annahme nur eine Verfügung über die Längeneinheit getroffen. Wir geben der Constanten den Werth 1, so dass man erhält

$$\varrho_1^2\, \varrho_2^2 - \varrho_3^2 = 8\,\lambda. \qquad 4)$$

Aus 2) und 4) ergibt sich durch Elimination von ϱ_3

$$(\varrho_1^2 - 1)\,(\varrho_2^2 - 1) = 1 + 4\,\lambda \qquad 5)$$

und hieraus folgt, wenn wir $1 + 4\,\lambda$ von Null verschieden annehmen

$$\varrho_2^2 = \frac{\varrho_1^2 + 4\,\lambda}{\varrho_1^2 - 1}. \qquad 6)$$

Ist $1 + 4\,\lambda = 0$, so wird 5)

$$(\varrho_1^2 - 1)\,(\varrho_2^2 - 1) = 0$$

und in dieser Gleichung kann man nun entweder beide Factoren oder bloss einen derselben verschwinden lassen.

Setzt man beide Factoren gleichzeitig gleich Null, so ergibt sich

$$\begin{array}{lll} \varrho_1 = 1, & \varrho_2 = 1, & \varrho_3 = \sqrt{3} \\ s_1 = 1, & s_2 = 1, & s_3 = 1; \end{array} \qquad 7)$$

das Dreieck der drei Wirbelfäden ist beständig gleichseitig und ändert auch seine Grösse nicht. Aus den Gleichungen 17) § 2 folgt nun

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{m_1}{\pi}; \qquad 8)$$

es rotirt also das Dreieck mit constanter Geschwindigkeit um den Schwerpunkt.

Will man nur einen der beiden Factoren gleich Null setzen, so ist es, da auf eine Vertauschung der Fäden 1 und 2 nichts ankommt, gleichgültig ob man $\varrho_1 = 1$ oder $\varrho_2 = 1$ annimmt; wir wollen $\varrho_2 = 1$ voraussetzen, damit Gleichung 6) auch für den Fall $\lambda = -\frac{1}{4}$ Gültigkeit behält. Aus 4) und 6) ergibt sich für $\varrho_3{}^2$ die Gleichung

$$\varrho_3{}^2 = \frac{\varrho_1{}^4 - 4\lambda\varrho_1{}^2 + 8\lambda}{\varrho_1{}^2 - 1}. \qquad 9)$$

Mit Benutzung des Bisherigen gehen die beiden letzten Gleichungen 11) § 2 in die folgenden über

$$\cos(\vartheta_3 - \vartheta_1) = \frac{\varrho_1{}^2 - 2\lambda}{\varrho_1\varrho_3} = \frac{\varrho_1{}^2 - 2\lambda}{\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1{}^2 - 1}{\varrho_1{}^4 - 4\lambda\varrho_1{}^2 + 8\lambda}}$$
$$\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{-2\lambda}{\varrho_1\varrho_2} = \frac{-2\lambda}{\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1{}^2 - 1}{\varrho_1{}^2 + 4\lambda}}. \qquad 10)$$

Insofern nicht ausdrücklich etwas anderes bemerkt wird sollen die Grössen ϱ positiv sein. Es sind daher auch die Quadratwurzeln in den vorigen Gleichungen positiv zu nehmen. Für $\sin(\vartheta_3 - \vartheta_1)$, $\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ ergeben sich die nachstehenden Ausdrücke

$$\sin(\vartheta_3 - \vartheta_1) = \frac{1}{\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1{}^4 - 4(\lambda^2 - \lambda)\varrho_1{}^2 + 4\lambda^2}{\varrho_1{}^4 - 4\lambda\varrho_1{}^2 + 8\lambda}}$$
$$\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -\frac{1}{\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1{}^4 - 4(\lambda^2 - \lambda)\varrho_1{}^2 + 4\lambda^2}{\varrho_1{}^2 + 4\lambda}}. \qquad 11)$$

Das Vorzeichen des einen der beiden Sinus kann willkürlich gewählt werden, das Zeichen des andern ist dann nach 10) § 2 bestimmt.

Auch der Grösse m_1, die wir als positiv voraussetzen wollen, darf ein specieller Werth beigelegt werden; es wird durch eine solche Annahme die Einheit der Zeit bestimmt. Wir wollen $m_1 = \pi$ annehmen. Mit Benutzung der bisher entwickelten Formeln gehen nun die ersten Gleichungen der Systeme 3) und 4) § 2 in folgende über

$$\frac{d\varrho_1}{dt} = -\frac{(\varrho_1^2 - 1)^{3/2}(\varrho_1^4 - 4(\lambda^2 - \lambda)\varrho_1^2 + 4\lambda^2)^{1/2}}{\varrho_1^3(\varrho_1^2 + 4\lambda)} \qquad 12)$$

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{(\varrho_1^2 - 1)((1 - 2\lambda)\varrho_1^2 + 2\lambda)}{\varrho_1^4(\varrho_1^2 + 4\lambda)} \qquad 13)$$

und aus diesen ergibt sich durch Elimination der Zeit

$$\frac{d\varrho_1}{d\vartheta_1} = -\frac{\varrho_1(\varrho_1^2 - 1)^{1/2}(\varrho_1^4 - 4(\lambda^2 - \lambda)\varrho_1^2 + 4\lambda^2)^{1/2}}{(1 - 2\lambda)\varrho_1^2 + 2\lambda}. \qquad 14)$$

In diesen Gleichungen braucht man nur den Index 1 durch den Index 2 zu ersetzen, um die Formeln für den Faden 2 zu erhalten.

Ehe wir die vorstehenden Gleichungen weiter behandeln, wollen wir die Geschwindigkeiten bestimmen, mit denen sich die Fäden bewegen. Bedeutet w die Geschwindigkeit eines bewegten Punktes, dessen Polarcoordinaten ϱ und ϑ sind, so ist

$$w^2 = \left(\frac{d\varrho}{dt}\right)^2 + \varrho^2\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2.$$

Für w_1 ergibt sich nach 12) und 13) die Gleichung

$$w_1 = \frac{1}{\varrho_2^2} \qquad 15)$$

und aus dieser durch Vertauschung der Indices 1 und 2

$$w_2 = \frac{1}{\varrho_1^2}. \qquad 16)$$

Die letzten Gleichungen der Systeme 3) und 4) § 2 gehen, mit Benutzung von 6), 9) u. s. f. in folgende über

$$\frac{d\varrho_3}{dt} = -\frac{\varrho_1^4 - 2\varrho_1^2 - 4\lambda}{\varrho_1^2(\varrho_1^2 + 4\lambda)} \sqrt{\frac{\varrho_1^4 - 4(\lambda^2 - \lambda)\varrho_1^2 + 4\lambda^2}{\varrho_1^4 - 4\lambda\varrho_1^2 + 8\lambda}} \qquad 17)$$

$$\frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{2(\varrho_1^2 - 1)((1-\lambda)\varrho_1^4 + 4\lambda\varrho_1^2 - 4\lambda^2)}{\varrho_1^2(\varrho_1^2 + 4\lambda)(\varrho_1^4 - 4\lambda\varrho_1^2 + 8\lambda)} \qquad 18)$$

und es wird

$$w_3 = \frac{\varrho_3}{\varrho_1 \varrho_2}\,. \qquad 19)$$

Aus den Gleichungen 12), 13), 17) und 18) ergeben sich die Maxima und Minima der Grössen ϱ und ϑ.

Aus 12) und 14) erhält man t und ϑ_1 durch elliptische Integrale als Functionen von ϱ_1^2 und zwar ist, wenn wir

$$\varrho_1^2 = z \qquad 20)$$

setzen

$$t = \int \frac{z(z+4\lambda)}{2(1-z)} \frac{dz}{\sqrt{(z-1)(z^2 - 4(\lambda^2-\lambda)z + 4\lambda^2)}} \qquad 21)$$

$$\vartheta_1 = \int \frac{(2\lambda-1)z - 2\lambda}{z} \frac{dz}{\sqrt{(z-1)(z^2 - 4(\lambda^2-\lambda)z + 4\lambda^2)}}\,. \qquad 22)$$

Die Gleichung

$$z^2 - 4(\lambda^2 - \lambda)z + 4\lambda^2 = 0$$

hat die Wurzeln

$$z_1 = (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda})^2, \qquad z_2 = (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda})^2, \qquad 23)$$

welche einander gleich werden für $\lambda = 0$ und für $\lambda = 2$. Die Integrale sind dann nicht mehr elliptische, sondern logarithmische. Für $\lambda = -\frac{1}{4}$ wird $z_1 = 1$ und es tritt die nämliche Reduction ein. Diese drei Werthe von λ sind die einzigen, welche auf logarithmische Integrale führen; die denselben entsprechenden Bewegungen werden wir ausführlicher behandeln.

Bei der Reduction der Integrale 21) und 22) hat man, dem Vorigen zufolge, vier Fälle zu unterscheiden, nämlich

1) $-\infty < \lambda < -\frac{1}{4}$, 2) $-\frac{1}{4} < \lambda < 0$

3) $0 < \lambda < 2$, 4) $2 < \lambda < \infty$.

Die Wurzeln z_1 und z_2 liegen dabei innerhalb folgender Grenzen

1) $\infty > z_1 > 1$, $1 > z_2 > \frac{1}{4}$

2) $1 > z_1 > 0$, $\frac{1}{4} > z_2 > 0$

3) z_1 und z_2 complex

4) $4 > z_1 > 1$, $4 < z_2 < \infty$.

Es möge genügen, die Reduction für einen dieser Fälle durchzuführen. Wir wählen dazu den zweiten Fall. Die Werthe, für welche die Function dritten Grades unter dem Wurzelzeichen verschwindet, sind in absteigender Reihenfolge 1, z_1, z_2, die ganze Function ist positiv, wenn entweder z zwischen z_1 und z_2 liegt, oder aber > 1 ist. Nur unter der ersten Annahme führen wir die Rechnung weiter. Setzt man

$$z = z_2 + (z_1 - z_2)\sin^2\psi\,, \tag{24}$$

so wird

$$\frac{dz}{\sqrt{(z-1)(z^2 - 4(\lambda^2 - \lambda)z + 4\lambda^2)}} = \frac{2}{\sqrt{1-z_2}}\,\frac{d\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}\,,$$

wobei

$$\varkappa^2 = \frac{z_1 - z_2}{1 - z_2}$$

einen positiven echten Bruch bedeutet. Nach Ausfüh-

rung einiger leichter Rechnungen erhält man aus 21) und 22)

$$t = \frac{-1}{\sqrt{1-z_2}}\left\{2(1+2\lambda)F(\varkappa,\psi) - 2\frac{1+4\lambda}{1-z_1}E(\varkappa,\psi) + (z_1-z_2)\frac{\sin\psi\cos\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}\right\} \quad 25)$$

$$\vartheta_1 = \frac{-1}{\sqrt{1-z_2}}\left\{(1-2\lambda)F(\varkappa,\psi) + \frac{2\lambda}{z_2}\Pi(\varkappa,\mu,\psi)\right\} \quad 26)$$

$$\varkappa^2 = \frac{z_1-z_2}{1-z_2}, \quad \mu = \frac{z_1-z_2}{z_2}.$$

$F(\varkappa, \psi)$, $E(\varkappa, \psi)$, $\Pi(\varkappa, \mu, \psi)$ bedeuten die Legendre'schen Normalintegrale erster, zweiter und dritter Gattung

$$F(\varkappa,\psi) = \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}, \quad E(\varkappa,\psi) = \int_0^\psi \sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}\, d\psi$$

$$\Pi(\varkappa,\mu,\psi) = \int_0^\psi \frac{d\psi}{(1+\mu\sin^2\psi)\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}};$$

die Integrationsconstanten sind so bestimmt worden, dass die Grössen t, ϑ_1, ψ gleichzeitig verschwinden. Das Integral dritter Gattung ist beständig endlich, da der Parameter μ positiv ist.

Setzt man in den obigen Gleichungen $\psi - \pi$ an Stelle von ψ, so vermehren sich die Grössen t und ϑ_1 respective um

$$T = \frac{4}{\sqrt{1-z_2}}\left\{(1+2\lambda)K - \frac{1+4\lambda}{1-z_1}E\right\} \quad 27)$$

$$\Theta = \frac{2}{\sqrt{1-z_2}}\left\{(1-2\lambda)K + \frac{2\lambda}{z_2}\Pi\right\}, \quad 28)$$

wenn K, E, Π die vollständigen elliptischen Integrale aller drei Gattungen bedeuten; die Grössen ϱ und s bleiben sämmtlich ungeändert. Es ist daher die Bewegung eine periodische in dem Sinne, dass zur Zeit $t + T$ die

Fäden zwar nicht mehr an demselben Orte sind wie zur Zeit t, wohl aber in derselben gegenseitigen Lage und in demselben Bewegungszustande. Die Bahnen der Fäden sind transcendente Curven, welche aus unendlich vielen congruenten Stücken bestehen und zwar ist die Bahn von 2 dieselbe Curve, wie die Bahn von 1, nur um den Winkel $\frac{1}{2}\Theta$ gedreht.

Für $t = 0$ ist

$$\varrho_1 = \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda}, \quad \varrho_2 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda}, \quad \varrho_3 = 2\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda}$$
$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = 0$$

und für $t = \frac{1}{2}T$

$$\varrho_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda}, \quad \varrho_2 = \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda}, \quad \varrho_3 = 2\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda}$$
$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = \frac{1}{2}\Theta.$$

Die Bewegung für das Intervall $t = 0$ bis $t = \frac{1}{2}T$ ist folgende. Im Augenblicke $t = 0$ befinden sich die drei Fäden in gerader Linie; ϱ_1, ϱ_3, ebenso die Geschwindigkeit w_1 sind Minima, ϱ_2 wie auch w_2 und w_3 Maxima. ϱ_1 und w_1 wachsen nun beständig, ϑ_1 nimmt erst ab, bis $\varrho_1 = \sqrt{\frac{2\lambda}{2\lambda - 1}}$ geworden ist, dann auch zu, zur Zeit $t = \frac{1}{2}T$ haben ϱ_1 und w_1 ihre grössten Werthe erlangt, ϑ_1 ist $= \frac{1}{2}\Theta$ geworden. ϱ_2 und w_2 nehmen fortwährend ab, ϑ_2 nimmt erst zu, dann ab, für $t = \frac{1}{2}T$ sind ϱ_2 und w_2 Minima, ϑ_2 ist $= \frac{1}{2}\Theta$. ϱ_3 endlich nimmt zu, w_3 ab, zur Zeit $t = \frac{1}{4}T$ ist ϱ_3 ein Maximum, $= (2 - 4\lambda - 2\sqrt{1 + 4\lambda})^{1/2}$, $\vartheta_3 = \frac{1}{4}\Theta$, w_3 ein Minimum. Das Dreieck der

drei Wirbelfäden ist in diesem Augenblicke gleichschenklig. Von nun an nimmt ϱ_3 ab, w_3 zu, für $t = \frac{1}{2} T$ haben ϱ_3 und w_3 die ursprünglichen Werthe erlangt. Die drei Wirbelfäden sind jetzt wieder in der anfänglichen gegenseitigen Lage, wenn man nur 1 und 2 mit einander vertauscht und unter demselben Vorbehalte ist die Bewegung für das Intervall $t = \frac{1}{2} T$ bis $t = T$ dieselbe, wie für das eben beschriebene von $t = 0$ bis $t = \frac{1}{2} T$. Figur 1, welcher die Annahme $\lambda = -\frac{1}{12}$ zu Grunde liegt, soll ein ungefähres Bild von dem Verlaufe der Bewegung geben. Die zugehörigen Werthe von T und Θ sind

$$T = 0{,}1068\,, \qquad \Theta = 0{,}6086\,;$$

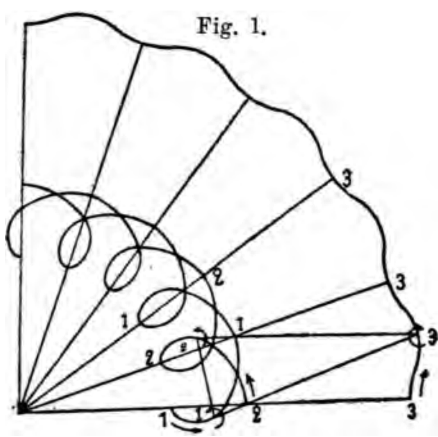
für $t = 0$ ist

$$\varrho_1 = \frac{1}{3}\,,\ \varrho_2 = \frac{1}{2}\,,\ \varrho_3 = \frac{5}{6}$$

$$s_1 = \frac{1}{3}\,,\ s_2 = \frac{1}{2}\,,\ s_3 = \frac{1}{6}$$

$$w_1 = 4\,,\ w_2 = 9\,,\ w_3 = 5\,.$$

Fig. 1.



Die Fälle 1), 3) und 4) pag. 19 lassen sich in ähnlicher Weise behandeln. Die Bewegung ist aber nicht mehr periodisch; die Zeit, die nöthig ist, damit z von einem extremen Werthe in den andern extremen Werth

übergehen kann, ist unendlich gross. Denn entweder ist eine der Grenzen des Integrals gleich 1 und für diesen Werth wird die Function unter dem Integralzeichen in 21) unendlich gross von der Ordnung $\frac{3}{2}$, also das Integral selbst von der Ordnung $\frac{1}{2}$, oder aber es ist $z = \infty$ eine der Grenzen; für diesen Werth von z wird $\frac{dt}{dz}$ Null von der Ordnung $\frac{1}{2}$ und t selbst unendlich von dieser Ordnung. ϑ_1 ändert sich nur um eine endliche Grösse, wenn z sämmtliche Werthe durchläuft, die es annehmen kann.

Wir gehen zur Behandlung der oben erwähnten Grenzfälle über.

---

§ 4.

Erster Grenzfall. $\lambda = 0$.

Aus 14) § 2 ergibt sich

$$s_3^2 = s_1^2 + s_2^2; \qquad 29)$$

das Dreieck der drei Wirbelfäden ist beständig rechtwinklig. Die in 21) und 22) angedeuteten Integrationen lassen sich sehr leicht ausführen; verfügt man in passender Weise über die Integrationsconstanten und setzt an Stelle von z wieder $\varrho_1{}^2$, so erhält man

$$t = \frac{2 - \varrho_1^2}{\sqrt{\varrho_1^2 - 1}} \qquad 30)$$

$$\vartheta_1 = - \operatorname{arctg} \sqrt{\varrho_1^2 - 1}. \qquad 31)$$

Die Function arcustangens wollen wir im ersten Quadranten annehmen. $\frac{d\varrho_1}{dt}$ ist fortwährend negativ, $\frac{d\vartheta_1}{dt}$ po-

sitiv, es nimmt daher ϱ_1 ab, ϑ_1 zu. Aus 31) ergibt sich

$$x_1 = 1; \qquad 32)$$

der Faden 1 bewegt sich in einer der y-Axe parallelen Geraden. Nach 6) ist

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{\sqrt{\varrho_1^2 - 1}};$$

führt man in dieser Gleichung rechtwinklige Coordinaten ein und beachtet, dass nach 10) und 11)

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = \frac{\pi}{2},$$

so ergibt sich

$$x_2 = 1; \qquad 33)$$

der Faden 2 durchläuft dieselbe Gerade wie der Faden 1. Endlich folgt aus 1) mit Benutzung des Vorigen

$$x_3 = 2; \qquad 34)$$

die Bahn des Fadens 3 ist ebenfalls eine der y-Axe parallele Gerade. Da die Bewegung parallel der y-Axe vor sich geht, führen wir rechtwinklige Coordinaten ein. Es ist

$$\varrho_1^2 = 1 + y_1^2;$$

setzt man diesen Ausdruck in 30) ein und berücksichtigt, dass zu positiven Werthen von t negative Werthe von y_1 gehören, so ergibt sich

$$t = \frac{y_1^2 - 1}{y_1}$$

und hieraus

$$y_1 = \frac{t - \sqrt{t^2 + 4}}{2}. \qquad 35)$$

Für y_2 und y_3 erhält man die Gleichungen

$$y_2 = \frac{t + \sqrt{t^2 + 4}}{2} \qquad 36)$$

$$y_3 = t. \qquad 37)$$

Differentiirt man diese Gleichungen nach t, so ergeben sich die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Fäden bewegen.

Fassen wir die gewonnenen Ergebnisse zusammen, so können wir, ausgehend von dem Augenblicke $t = 0$, die Bewegung wie folgt beschreiben. Der Faden 1 bewegt sich in der Geraden $x_1 = 1$, befindet sich zur Zeit $t = 0$ im Punkte $y_1 = -1$, seine Geschwindigkeit ist in diesem Augenblicke gleich $\frac{1}{2}$. Von dieser Lage aus bewegt er sich in der Richtung der positiven y-Axe mit beständig abnehmender Geschwindigkeit und nähert sich mehr und mehr der x-Axe, ohne sie je zu erreichen. Der Faden 2 durchläuft dieselbe Gerade wie 1 und geht von der Anfangslage $y_2 = 1$ im Sinne der positiven y weiter. Seine Geschwindigkeit wächst beständig und convergirt gegen die Grenze 1. Der Faden 3 endlich bewegt sich in der Geraden $x_3 = 2$, von der Anfangslage $y_3 = 0$ aus, mit der constanten Geschwindigkeit 1, in derselben Richtung wie die beiden andern Fäden.

---

§ 5.

Zweiter Grenzfall. $\lambda = -\frac{1}{4}$.

Durch Ausführung der in 21) und 22) angedeuteten Integrationen ergeben sich die Gleichungen

$$t = -\frac{1}{2}\sqrt{4z-1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{4z-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4z-1}-\sqrt{3}}\right) + \text{const.}$$

$$\vartheta_1 = -\operatorname{arctg}\sqrt{4z-1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{4z-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4z-1}-\sqrt{3}}\right) + \text{const.}$$

Man hat die beiden Fälle

$$1 < z < \infty, \qquad \frac{1}{4} < z < 1$$

zu unterscheiden; führt man an Stelle von z wieder ϱ_1^2 ein und bestimmt die Integrationsconstanten in passender Weise, so erhält man folgende Gleichungen

$$t = -\frac{1}{2}\sqrt{4\varrho_1^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{4\varrho_1^2-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4\varrho_1^2-1}-\sqrt{3}}\right) \qquad 38)$$

$$\vartheta_1 = -\operatorname{arctg}\sqrt{4\varrho_1^2-1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{4\varrho_1^2-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4\varrho_1^2-1}-\sqrt{3}}\right) \qquad 39)$$

$$1 < \varrho_1 < \infty;$$

$$t = -\frac{1}{2}\sqrt{4\varrho_1^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4\varrho_1^2-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{4\varrho_1^2-1}}\right) \qquad 40)$$

$$\vartheta_1 = -\operatorname{arctg}\sqrt{4\varrho_1^2-1} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4\varrho_1^2-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{4\varrho_1^2-1}}\right) \qquad 41)$$

$$\frac{1}{2} < \varrho_1 < 1.$$

Aus den Gleichungen 3), 6), 9) und 15) ergibt sich

$$\varrho_2 = 1, \qquad s_2 = 1, \qquad w_1 = 1, \qquad s_1 = s_3. \qquad 42)$$

Der Faden 2 bewegt sich demnach in einem Kreise, dessen Mittelpunkt der Schwerpunkt der drei Wirbelfäden ist; der Faden 1 durchläuft seine Bahn mit constanter Geschwindigkeit; die drei Wirbelfäden bilden die Ecken eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Basis constant ist. Für ϑ_2 und ϑ_3 ergeben sich aus 9), 10), 11), 39) und 41) folgende Gleichungen

$$\vartheta_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\pm\frac{\sqrt{4\varrho_1^2-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4\varrho_1^2-1}-\sqrt{3}}\right) \qquad 43)$$

$$\vartheta_3 = -\operatorname{arctg}\frac{1}{3}\sqrt{4\varrho_3^2-9} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\pm\frac{\sqrt{4\varrho_3^2-9}+\sqrt{3}}{\sqrt{4\varrho_3^2-9}-\sqrt{3}}\right), \qquad 44)$$

in denen unter dem Zeichen des Logarithmus das positive oder negative Zeichen zu nehmen ist, jenachdem $\varrho_1 \gtrless 1$ ist. Für die Discussion der aufgestellten Gleichungen müssen noch die Fälle $\varrho_1 > 1$ und $\varrho_1 < 1$ von einander getrennt werden.

1). $1 < \varrho_1 < \infty$. ϱ_3 liegt zwischen $\sqrt{3}$ und ∞, ϱ_1 und ϱ_3 nehmen fortwährend ab, dagegen ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, w_2, w_3 zu; die Fäden bewegen sich in positivem Sinne um den Schwerpunkt herum. Gleichung 39) kann geschrieben werden

$$\vartheta_1 + \frac{\pi}{2} = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{4\varrho_1^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{4\varrho_1^2-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4\varrho_1^2-1}-\sqrt{3}}\right).$$

Entwickelt man, unter der Voraussetzung es sei ϱ_1 sehr gross, die rechte Seite nach Potenzen von $\frac{1}{\varrho_1}$ und behält nur die Glieder erster Ordnung bei, so ergibt sich

$$\vartheta_1 + \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2\varrho_1},$$

oder

$$x_1 = \frac{3}{2}.$$

Die Gerade $x_1 = \frac{3}{2}$ ist eine Asymptote der Bahn des Fadens 1. Ebenso folgt aus 44), dass die Gerade

$$x_3 = \frac{5}{2}$$

eine Asymptote der Curve, welche vom Faden 3 durchlaufen wird, ist.

Die Bahn des Fadens 1 ist eine Spirale, welche die Gerade $x_1 = \frac{3}{2}$ und den Kreis vom Radius 1 zu Asymp-

toten hat; die Bahn des Fadens 3 ist eine Spirale, für welche die Gerade $x_3 = \frac{5}{2}$ und der Kreis vom Radius $\sqrt{3}$ Asymptoten sind. Beide Spiralen nähern sich ungemein rasch ihren asymptotischen Kreisen.

Für $t = -\infty$ ergibt sich

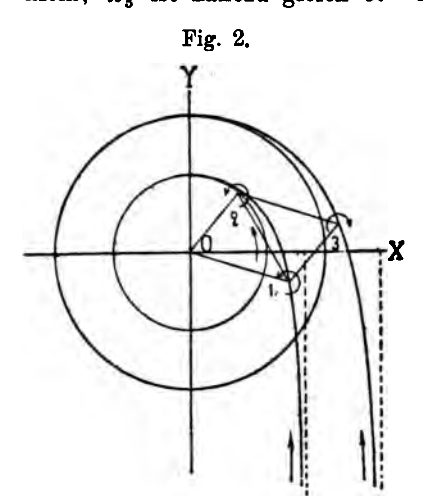
$$\varrho_1 = \infty, \quad \vartheta_1 = -\frac{\pi}{2}, \quad \vartheta_2 = 0, \quad \varrho_3 = \infty, \quad \vartheta_3 = -\frac{\pi}{2}$$

und für $t = \infty$

$$\varrho_1 = 1, \quad \vartheta_1 = -\frac{\pi}{3} + \vartheta_2, \quad \vartheta_2 = \infty, \quad \varrho_3 = \sqrt{3}, \quad \vartheta_3 = -\frac{\pi}{6} + \vartheta_2.$$

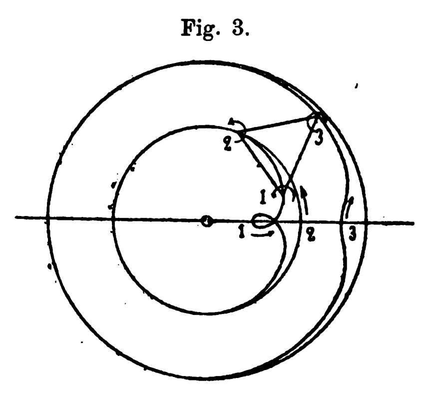
Wir wollen annehmen, es seien die Fäden 1 und 3 beim Beginne der Bewegung noch sehr weit vom Schwerpunkte entfernt. Es befindet sich dann 2 sehr nahe beim Punkte $x_2 = 1$, $y_2 = 0$, die Geschwindigkeit w_2 ist sehr klein, w_3 ist nahezu gleich 1. Beide Geschwindigkeiten wachsen nun rasch und convergiren gegen die Werthe 1 und $\sqrt{3}$, ohne dieselben je zu erreichen. Nachdem der Faden 2 einmal seinen Kreis durchlaufen hat, ist die Bewegung sehr angenähert die, dass sich die Fäden 1 und 2 auf dem Kreise vom Radius 1 mit der Geschwindigkeit 1 bewegen, während 3 den Kreis vom Radius $\sqrt{3}$ mit der Geschwindigkeit $\sqrt{3}$ durchläuft. Das Dreieck der drei Fäden ist gleichseitig und rotirt mit constanter Geschwindigkeit um den Schwerpunkt.

Fig. 2.



2). $\frac{1}{2} < \varrho_1 < 1$. ϱ_3 liegt zwischen $\frac{3}{2}$ und $\sqrt{3}$. Die Curve in der sich 1 bewegt, ist eine Spirale, deren kleinster Radiusvector gleich $\frac{1}{2}$ ist, für welche der Kreis vom Radius 1 asymptotischer Kreis und die x-Axe Symmetrieaxe ist. Der Faden 2 bewegt sich auf dem Kreise vom Radius 1, der Faden 3 beschreibt eine Spirale, welche die x-Axe zur Symmetrieaxe und den Kreis vom Radius $\sqrt{3}$ zum asymptotischen Kreise hat. Der kleinste Radiusvector ist $\frac{3}{2}$. Beide Spiralen schliessen sich sehr rasch an ihre asymptotischen Kreise an. Im Augenblicke $t = 0$, von welchem wir ausgehen wollen, befinden sich alle drei Fäden in der x-Axe, in den Entfernungen $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$ vom Schwerpunkte. Die Geschwindigkeiten sind respective 1, 4, 3. ϑ_1 nimmt erst ab, erreicht das Minimum für $\varrho_1 = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ und nimmt dann beständig zu. ϱ_3, ϑ_1, ϑ_3 nehmen ebenfalls zu. Der Faden 1 bewegt sich mit der Geschwindigkeit 1, die Fäden 2 und 3 durchlaufen ihre Bahnen mit abnehmender, gegen die Grenzen 1 und $\sqrt{3}$ convergirender Geschwindigkeit. Wenn 2 einmal seinen Kreis durchlaufen hat, was nach einer bestimmten endlichen Zeit geschehen ist, so findet die Bewegung sehr nahe so statt, als ob das Dreieck der drei Fäden gleichseitig wäre und mit der Geschwindigkeit 1 um den Schwerpunkt rotirte.

Fig. 3.



Die Figuren 2 und 3 sollen eine ungefähre Vorstellung von dem Verlaufe der Bewegung geben.

Zu ganz ähnlichen Bewegungen wie die eben behandelten führt die Annahme $\lambda = 2$; wir wollen hierauf nicht näher eingehen.

---

§ 6.

Zweiter Fall. $m_1 = m_2 = m_3$.

Die Gleichungen 8) und 9) § 2 können geschrieben werden

$$\varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 = 1 \qquad 1)$$

$$s_1\, s_2\, s_3 = \lambda\,. \qquad 2)$$

Die Einheit der Länge ist passend gewählt, λ bedeutet eine positive, im Uebrigen vorläufig willkürliche Constante.

Die Gleichungen 12) § 2, welche den Zusammenhang zwischen den Grössen ϱ und s vermitteln, gehen über in

$$s_1^2 = 2 - 3\,\varrho_1^2, \quad s_2^2 = 2 - 3\,\varrho_2^2, \quad s_3^2 = 2 - 3\,\varrho_3^2. \qquad 3)$$

Addirt man diese drei Gleichungen, so ergibt sich mit Rücksicht auf 1)

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 3\,. \qquad 4)$$

Mit Hülfe der Gleichungen 2) und 4) lässt sich bereits ein Ueberblick über die Bewegung gewinnen, soweit nur die Gestalt des Dreiecks in Betracht kommt, und eine Eintheilung der verschiedenen möglichen Fälle aufstellen. Denken wir uns etwa s_1, s_2, s_3 als rechtwinklige Cordinaten eines Punktes im Raume aufgefasst, so stellt Gleichung 4) eine Kugel vom Radius $\sqrt{3}$ dar und Gleichung 2) eine Fläche dritter Ordnung, welche die Coordinatenebenen zu Asymp-

totenebenen hat und von Ebenen parallel denselben in gleichseitigen Hyperbeln geschnitten wird. Da die Grössen s_1, s_2, s_3 positiv sind, können wir uns auf den ersten Octanten beschränken. Die Ebenen

$$s_2 = s_3\,, \quad s_3 = s_1\,, \quad s_1 = s_2$$

sind Symmetrieebenen für die Kugel sowohl, als für die Fläche dritter Ordnung, und daher auch für die Schnittcurve beider, eine ovalartige Figur. Jedem Punkte dieser Curve entspricht eine bestimmte Gestalt des Dreiecks der drei Fäden. Das Oval besitzt einen höchsten und einen tiefsten Punkt, entsprechend den beiden extremen Werthen zwischen denen s_3 liegen muss. Innerhalb derselben Grenzen befinden sich selbstverständlich auch s_1 und s_2. Da die Ebene $s_1 = s_2$ eine Symmetrieebene ist, so ist sicher s_3 ein Maximum und ein Minimum für $s_1 = s_2$. Andere Maxima und Minima sind nicht vorhanden. Setzen wir $s_1 = s_2$, so erhalten wir für s_3 die Gleichung dritten Grades

$$s_3^{\,3} - 3\,s_3 + 2\,\lambda = 0\,. \qquad 5)$$

Eine Wurzel dieser Gleichung ist stets reell, aber nicht zu gebrauchen, weil sie negativ ist. Die beiden andern Wurzeln geben das Maximum, respective Minimum von s_3 und können reell und verschieden, oder reell und gleich, oder imaginär sein, je nachdem sich die beiden Flächen schneiden, berühren, oder nicht schneiden. Die Berührung tritt ein für $\lambda = 1$, die Schnittcurve reducirt sich auf den Punkt

$$s_1 = s_2 = s_3 = 1\,; \qquad 6)$$

die drei Fäden bilden ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seiten constant sind. Nach 3) ist

$$\varrho_1^{\,2} = \varrho_2^{\,2} = \varrho_3^{\,2} = \frac{1}{3}\,.$$

Bezeichnen wir den gemeinschaftlichen Werth der Grössen m_1, m_2, m_3 mit m, so ergibt sich aus den Gleichungen 17) § 2

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{3\,m}{\pi}. \tag{7}$$

Das Dreieck der drei Fäden dreht sich daher mit constanter Geschwindigkeit um seinen Mittelpunkt.

Fassen wir das Bisherige zusammen, so besteht es in Folgendem. Die Seiten s_1, s_2, s_3 des Dreiecks der drei Wirbelfäden haben den Gleichungen 2) und 4) zu genügen, in deren ersterer λ eine positive, von Null verschiedene, zwischen 0 und 1 liegende Constante bedeutet. In Folge dieser Bedingungen kann jede Seite nur zwischen zwei bestimmten endlichen Grenzen schwanken, die für alle drei Seiten dieselben sind und bestimmt als die positiven Wurzeln der Gleichung

$$s^3 - 3\,s + 2\,\lambda = 0\,.$$

Hat eine der Seiten ihren extremen Werth erlangt, so ist das Dreieck gleichschenklig.

Nun ist noch Folgendes zu beachten. Damit das Dreieck reell sei, muss die Summe zweier Seiten grösser sein als die dritte Seite. Diese Bedingung ist sicher erfüllt, wenn eine der Seiten, z. B. s_3, ein Minimum ist, denn die kleinere Wurzel der obigen Gleichung ist kleiner als 1, die zugehörigen Werthe von s_1 und s_2 sind nach 4) grösser als 1, also ist $s_1 + s_2 > s_3$. Ist dagegen s_3 ein Maximum, so ist es grösser als 1, daher sind s_1 und s_2 kleiner als 1 und es kommt ganz auf den Werth von λ an, ob $s_1 + s_2 \gtreqless s_3$ sei. Der Grenzfall $s_1 + s_2 = s_3$ tritt ein für $s_3 = \sqrt{2}$; die Gleichung dritten Grades gibt $\sqrt{\frac{1}{2}}$ als zugehörigen Werth von λ. In der einen Grenzlage

befinden sich dann die drei Fäden in gerader Linie, der eine in der Mitte zwischen den beiden andern. Die drei Gleichungen

$$s_2 + s_3 = s_1\,,\quad s_3 + s_1 = s_2\,,\quad s_1 + s_2 = s_3$$

repräsentiren die Ebenen durch je zwei der Winkelhalbirenden der positiven Coordinatenaxen. Diese Ebenen schneiden die Kugel in einem gleichseitigen sphärischen Dreiecke und die drei Fälle $\lambda^2 \gtreqless \frac{1}{2}$ sind dadurch unterschieden, dass das Oval ganz im Innern des Dreiecks liegt, oder es berührt, oder schneidet. Im letzten Falle ist nur noch eine gleichschenklige Dreiecksform möglich; eine andere ausgezeichnete Lage ist dann die, bei welcher die drei Fäden sich in gerader Linie befinden, aber nicht der eine in der Mitte zwischen den beiden andern.

Wir gehen nun zur Bestimmung der Bewegung über, und wollen dazu die Differentialgleichungen 15) und 17) § 2 verwenden. Aus den Gleichungen 2) und 4) ergibt sich zunächst

$$\begin{aligned} s_2 + s_3 &= \sqrt{\frac{-s_1{}^3 + 3\,s_1 + 2\,\lambda}{s_1}} \\ s_2 - s_3 &= \sqrt{\frac{-s_1{}^3 + 3\,s_1 - 2\,\lambda}{s_1}} \\ s_2{}^2 - s_3{}^2 &= \frac{\sqrt{s_1{}^6 - 6\,s_1{}^4 + 9\,s_1{}^2 - 4\,\lambda^2}}{s_1}\,. \end{aligned} \tag{8}$$

Mit Benutzung dieser Formeln erhält man aus 16) § 2

$$4\,J = \frac{\sqrt{-4\,s_1{}^6 + 12\,s_1{}^4 - 9\,s_1{}^2 + 4\,\lambda^2}}{s_1} \tag{9}$$

und nun aus den ersten Gleichungen 15) und 17) § 2 bei passender Wahl der Zeiteinheit

$$\frac{d(s_1^2)}{dt} = \frac{1}{\lambda^2}\sqrt{(s_1^6-6s_1^4+9s_1^2-4\lambda^2)(-4s_1^6+12s_1^4-9s_1^2+4\lambda^2)} \quad 10)$$

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{2s_1^6-9s_1^4+9s_1^2+4\lambda^2}{2\lambda^2(2-s_1^2)}. \quad 11)$$

Durch Elimination von t aus 10) und 11) folgt

$$\frac{d(s_1^2)}{d\vartheta_1} = \frac{2(2-s_1^2)\sqrt{(s_1^6-6s_1^4+9s_1^2-4\lambda^2)(-4s_1^6+12s_1^4-9s_1^2+4\lambda^2)}}{2s_1^6-9s_1^4+9s_1^2+4\lambda^2}. \quad 12)$$

Aus 10) und 12) ergeben sich durch Quadratur t und ϑ_1 durch hyperelliptische Integrale als Functionen von s_1^2, nämlich, wenn wir

$$s_1^2 = z \quad 13)$$

setzen,

$$t = \int \frac{\lambda^2\, dz}{\sqrt{(z^3-6z^2+9z-4\lambda^2)(-4z^3+12z^2-9z+4\lambda^2)}} \quad 14)$$

$$\vartheta_1 = \int \frac{(2z^3-9z^2+9z+4\lambda^2)\, dz}{2(2-z)\sqrt{(z^3-6z^2+9z-4\lambda^2)(-4z^3+12z^2-9z+4\lambda^2)}}. \quad 15)$$

In der zweiten dieser Gleichungen braucht man nur z mit Hülfe von 3) durch ϱ_1^2 auszudrücken, um die Gleichung der Bahn des Fadens 1 zu erhalten.

Die obigen Gleichungen gelten auch für die Fäden 2 und 3, wenn man nur die Zeichen s_1, ϑ_1 durch s_2, ϑ_2, respective s_3, ϑ_3 ersetzt.

Für die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Fäden bewegen, erhält man folgende Gleichungen

$$w_1 = \frac{3\varrho_1 s_1}{\lambda}, \quad w_2 = \frac{3\varrho_2 s_2}{\lambda}, \quad w_3 = \frac{3\varrho_3 s_3}{\lambda}. \quad 16)$$

In den Gleichungen 14) und 15) steht unter dem Wurzelzeichen die Function sechsten Grades

$$f(z) = (z^3-6z^2+9z-4\lambda^2)(-4z^3+12z^2-9z+4\lambda^2). \quad 17)$$

Die Gleichung $f(z) = 0$ besitzt nur dann Doppelwurzeln, wenn λ^2 einen der Werthe $0, \frac{1}{2}$, oder 1 besitzt. Vom

Falle $\lambda = 0$ dürfen wir absehen, da er auf zwei Wirbelfäden zurückführt, den Fall $\lambda = 1$ haben wir schon erledigt, den Fall $\lambda^2 = \frac{1}{2}$ endlich werden wir nachher behandeln. Ist nun λ von einer der Zahlen $0, \sqrt{\frac{1}{2}}, 1$, verschieden, so sind keine zwei der sechs Linearfactoren, in die sich $f(z)$ zerlegen lässt, einander gleich und die Integrale in 14) und 15) sind wirklich hyperelliptische. Das Integral in 14) bleibt daher beständig endlich. In 15) steht neben der Wurzel aus der Function sechsten Grades noch eine rationale Function von z, welche unendlich gross wird für $z = 2$. Da aber z niemals gleich 2 werden kann, so ist auch dieses Integral stets endlich. Die Bewegung ist daher eine periodische, in der Art, dass nach Verfluss einer bestimmten endlichen Zeit die Fäden sich zwar nicht mehr am ursprünglichen Orte befinden, aber in derselben gegenseitigen Lage und im selben Bewegungszustande. ϑ_1 wächst beständig. Wir haben nun noch die Fälle $\lambda^2 \gtrless \frac{1}{2}$ zu unterscheiden.

1). $\lambda^2 > \frac{1}{2}$. Die Gleichung

$$z^3 - 6z^2 + 9z - 4\lambda^2 = 0$$

besitzt drei reelle positive Wurzeln z_1, z_2, z_3 innerhalb folgender Grenzen

$$2 - \sqrt{3} < z_1 < 1, \quad 1 < z_2 < 2, \quad 2 + \sqrt{3} < z_3 < 4. \qquad 18)$$

Die Gleichung

$$-4z^3 + 12z^2 - 9z + 4\lambda^2 = 0$$

hat nur eine reelle Wurzel, welche zwischen 2 und 3 liegt. Den Werthen z_1 und z_2 entsprechen das Minimum und Maximum von s_1, es kann daher z nur zwischen z_1 und z_2 liegen.

Die Zeit die nothwendig ist, damit die drei Fäden aus einer gewissen Lage wieder in dieselbe gegenseitige Lage und in denselben Bewegungszustand gelangen, ist nach 14)

$$T = 2\lambda^2 \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{f(z)}}. \tag{19}$$

Die Winkel ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 haben sich während dieser Zeit um

$$\Theta = \int_{z_1}^{z_2} \frac{(2z^3 - 9z^2 + 9z + 4\lambda^2)\,dz}{(2-z)\sqrt{f(z)}} \tag{20}$$

vermehrt. Wir wollen uns die Bewegung in dem Augenblicke begonnen denken, in welchem das Dreieck der drei Fäden gleichschenklig ist, 1 an der Spitze, s_1 ein Minimum. Das Dreieck dreht sich nun in positivem Sinne um den Schwerpunkt herum, dabei zugleich seine Gestalt verändernd. s_1 und s_3 nehmen zu, s_2 nimmt ab, zur Zeit $t = \frac{1}{6}T$ ist das Dreieck wieder gleichschenklig und zwar ist jetzt 3 an der Spitze, s_3 ist ein Maximum, das Dreieck also stumpfer als vorhin. Das Dreieck dreht sich weiter, s_1 nimmt zu, s_2 und s_3 nehmen ab, zur Zeit $t = \frac{1}{3}T$ hat das Dreieck wieder die anfängliche gleichschenklige Gestalt, nur ist jetzt 2 an der Spitze. So geht es weiter. Einem Maximum oder Minimum einer der Seiten entspricht nach 3) allemal ein Minimum oder Maximum der Entfernung des der betreffenden Seite gegenüberliegenden Fadens vom Schwerpunkte. Die Fäden beschreiben gewisse aus unendlich vielen congruenten Stücken bestehende Curven. Dreht man die Bahn eines der Fäden um den Winkel $\frac{2\pi - \Theta}{3}$ vorwärts und rückwärts, so erhält man die

Bahnen der beiden andern Fäden. Für $\lambda = 1$ ist $\Theta = 0$, für $\lambda = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ist $\Theta = \infty$. Es gibt daher unzählig viele Werthe von λ, für welche $\frac{2\pi - \Theta}{3}$ ein Vielfaches von 2π ist. In einem solchen Falle bewegen sich die drei Fäden auf derselben Curve vorwärts, bald sich einander nähernd, bald sich wieder von einander entfernend. — Die Geschwindigkeit w_1 als Function der Zeit betrachtet, ist ein Minimum für $t = 0$, nimmt dann zu und erreicht nach einer gewissen Zeit ein Maximum, $\frac{\sqrt{3}}{\lambda}$; in diesem Augenblicke ist $s_1 = 1$; nimmt dann ab, ist ein Minimum für $t = \frac{1}{2} T$, wächst wieder bis zu $\frac{\sqrt{3}}{\lambda}$ und nimmt schliesslich ab, um für $t = T$ den anfänglichen Werth zu erreichen.

Figur 4 entspricht der Annahme $\lambda^2 = \frac{243}{343}$. Für diesen Werth von λ^2 erhält man

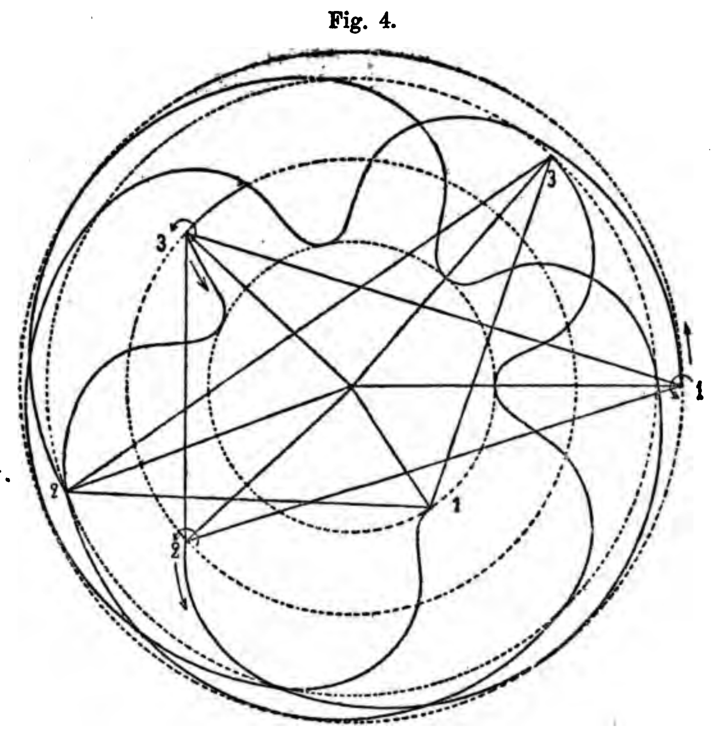
$$T = 2\lambda^2 \int_{\frac{6}{14}}^{\frac{24}{14}} \frac{dz}{\sqrt{f(z)}} = 6\lambda^2 \int_{\frac{6}{14}}^{\frac{9}{14}} \frac{dz}{\sqrt{f(z)}} = 2{,}1078$$

$$\Theta = \int_{\frac{6}{14}}^{\frac{24}{14}} \frac{(2z^3 - 9z^2 + 9z + 4\lambda^2)\,dz}{(2-z)\sqrt{f(z)}}$$

$$= 3\int_{\frac{6}{14}}^{\frac{9}{14}} \frac{(2z^3 - 9z^2 + 9z + 4\lambda^2)\,dz}{(2-z)\sqrt{f(z)}} + 3 \arccos \frac{17}{19} - \pi = 3{,}5355$$

und berechnet sich leicht die folgenden Daten, nach denen die Zeichnung ausgeführt ist.

Fig. 4.



$6\frac{t}{T}$	$6\vartheta_1$	$14 s_1^2$	$14 s_2^2$	$14 s_3^2$	$42\varrho_1^2$	$42\varrho_2^2$	$42\varrho_3^2$
0	0	6	18	18	22	10	10
1	$\Theta + \pi - 3 \arccos \frac{17}{19}$	9	9	24	19	19	4
2	$2\Theta + 2\pi - 3 \arccos \frac{1}{10}$	18	6	18	10	22	10
3	3Θ	24	9	9	4	19	19
4	$4\Theta - 2\pi + 3 \arccos \frac{1}{10}$	18	18	6	10	10	22
5	$5\Theta - \pi + 3 \arccos \frac{17}{19}$	9	24	9	19	4	19
6	6Θ	6	18	18	22	10	10

2). $\lambda^2 < \frac{1}{2}$. Die Gleichung

$$z^3 - 6z^2 + 9z - 4\lambda^2 = 0$$

besitzt drei reelle Wurzeln innerhalb folgender Grenzen

$$0 < z_1 < 2 - \sqrt{3}\,, \quad 2 < z_2 < 3\,, \quad 3 < z_3 < 2 + \sqrt{3}\,. \qquad 21)$$

Die Wurzel z_1 entspricht dem Minimum von s_1, die Werthe z_2 und z_3 sind mit einem reellen Dreiecke nicht verträglich. Die Gleichung

$$-4z^3 + 12z^2 - 9z + 4\lambda^2 = 0$$

besitzt ebenfalls drei reelle positive Wurzeln innerhalb der Grenzen

$$0 < z' < \frac{1}{2}\,, \quad \frac{1}{2} < z'' < \frac{3}{2}\,, \quad \frac{3}{2} < z''' < 2\,, \qquad 22)$$

welche alle drei mit einem reellen Dreiecke verträglich sind. Die sechs Wurzeln der Gleichung $f(z) = 0$ sind, ihrer Grösse nach geordnet,

$$z_1 < z' < z'' < z''' < z_2 < z_3$$

und es ist

$$f(z) = -4(z - z_1)(z - z')(z - z'')(z - z''')(z - z_2)(z - z_3)\,,$$

also positiv wenn z zwischen z_1 und z', oder zwischen z'' und z''', oder endlich zwischen z_2 und z_3 liegt. $z = z'''$ ist der grösste Werth, den z überhaupt annehmen kann, es muss daher entweder $z_1 \leqq z \leqq z'$ sein, oder aber $z'' \leqq z \leqq z'''$. Der Unterschied zwischen beiden Fällen besteht einfach in einer Vertauschung des Fadens 1 mit einem der Fäden 2 und 3. Wir wollen voraussetzen es befinde sich z zwischen z_1 und z'. Die Zeit, die verfliessen muss, damit die drei Fäden wieder in die anfängliche gegenseitige Lage und denselben Bewegungszustand gelangen, ist

$$T = 4\lambda^2 \int_{z_1}^{z'} \frac{dz}{\sqrt{f(z)}} \tag{23}$$

und während dieser Zeit haben sich die Grössen ϑ um

$$\Theta = 2 \int_{z_1}^{z'} \frac{(2z^3 - 9z^2 + 9z + 4\lambda^2)\,dz}{(2-z)\sqrt{f(z)}} \tag{24}$$

vermehrt. $s_1{}^2$ liegt zwischen den Grenzen z_1 und z', $s_2{}^2$ und $s_3{}^2$ befinden sich innerhalb der Grenzen z'' und z'''. Wir wollen ausgehen von dem Augenblicke, in welchem das Dreieck gleichschenklig ist, 1 an der Spitze, s_1 ein Minimum. s_1 und s_3 nehmen zu, s_2 nimmt ab, zur Zeit $t = \frac{1}{4} T$ sind die drei Fäden in gerader Linie, 3 zwischen 1 und 2 und zwar näher an 2 als an 1. Das Dreieck ändert sich weiter, hat zur Zeit $t = \frac{1}{2} T$ wieder die anfängliche Gestalt, zur Zeit $t = \frac{3}{4} T$ sind die drei Fäden wieder in gerader Linie und zwar in der vorigen gegenseitigen Lage, nur 2 mit 3 vertauscht, u. s. f. Die Curven, welche von den Fäden 2 und 3 durchlaufen werden, können durch Drehung um den Schwerpunkt zur Deckung gebracht werden.

Es bleibt noch übrig, den Fall $\lambda^2 = \frac{1}{2}$ zu behandeln. Die Integrale in 14) und 15) lassen sich leicht ausführen, man findet

$$t = \frac{1}{6\sqrt{3}} \log\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{-s_1{}^4 + 4s_1{}^2 - 1}}{2 - s_1{}^2}\right) - \frac{1}{3\sqrt{3}} \log\left(\frac{\sqrt{3}\,s_1{}^2 + \sqrt{-s_1{}^4 + 4s_1{}^2 - 1}}{1 - 2s_1{}^2}\right) \tag{25}$$

$$\vartheta_1 = -\frac{1}{2}\arccos\frac{2-s_1^2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{-s_1^4+4s_1^2-1}}{2-s_1^2}\right)$$

$$+\frac{1}{\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{3}\,s_1^2+\sqrt{-s_1^4+4s_1^2-1}}{1-2s_1^2}\right). \quad 26)$$

s_1^2 muss zwischen $2-\sqrt{3}$ und $\frac{1}{2}$ liegen; sowohl t als ϑ_1 verschwinden für $s_1^2 = 2-\sqrt{3}$. Im Augenblicke $t = 0$ ist das Dreieck gleichschenklig und zwar ist

$$s_1^2 = 2-\sqrt{3},\ s_2^2 = s_3^2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}.$$

Mit der Zeit nehmen s_1 und s_2 zu, s_3 nimmt ab; erst nach unendlich langer Zeit liegen die drei Fäden in gerader Linie, und zwar ist dann $s_1^2 = s_3^2 = \frac{1}{2}$, $s_2^2 =$ 2, der Faden 2 ist in der Mitte zwischen den Fäden 1 und 3. Die Bahnen aller drei Fäden sind Spiralen, welche den Kreis vom Radius $\sqrt{\frac{1}{2}}$ zum asymptotischen Kreise haben; für die Bahnen von 1 und 3 ist überdiess der Anfangspunkt ein asymptotischer Punkt. Wenn t einigermassen gross ist, so ist die Bewegung sehr angenähert die, dass sich die Fäden 1 und 3 auf dem Kreise vom Radius $\sqrt{\frac{1}{2}}$, einander diametral gegenüberliegend, mit der Geschwindigkeit $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ bewegen, während 2 sich im Anfangspunkt befindet.

---

§ 7.

Dritter Fall. $m_1 = 2\,m_2 = -2\,m_3$.

Die Gleichungen 8) und 9) § 2 können geschrieben werden

$$2\,\varrho_1^{\,2} + \varrho_2^{\,2} - \varrho_3^{\,2} = 2\,\lambda \qquad 1)$$

$$s_1\, s_2^{\,2} = s_3^{\,2}\,. \qquad 2)$$

λ bedeutet eine willkürliche Constante; über die Einheit der Länge wurde in passender Weise verfügt. Aus 12) § 2 ergibt sich

$$s_1^{\,2} = 4\,\varrho_1^{\,2}\,, \quad s_2^{\,2} = \varrho_2^{\,2} - \lambda\,, \quad s_3^{\,2} = \varrho_3^{\,2} + 3\,\lambda\,. \qquad 3)$$

Mit Benutzung dieser Gleichungen geht 2) in

$$\varrho_1\,(\varrho_2^{\,2} - \lambda) = \varrho_3^{\,2} + 3\,\lambda \qquad 4)$$

über. Aus 1) und 4) folgt durch Elimination von ϱ_3

$$(\varrho_1 - 1)\,(\varrho_2^{\,2} - 2\,\varrho_2 - \lambda - 2) = 2\,\lambda + 2\,. \qquad 5)$$

Unter der Voraussetzung, es sei $\lambda + 1$ von Null verschieden, ergibt sich aus dieser Gleichung

$$\varrho_2^{\,2} = \frac{2\,\varrho_1^{\,2} + \lambda\,\varrho_1 + \lambda}{\varrho_1 - 1} \qquad 6)$$

und nun aus 1)

$$\varrho_3^{\,2} = \frac{2\,\varrho_1^{\,3} - \lambda\,\varrho_1 + 3\,\lambda}{\varrho_1 - 1}\,. \qquad 7)$$

Hat λ den Werth -1, so verschwindet die rechte Seite in 5) und die Gleichung kann befriedigt werden, indem man von den beiden linker Hand stehenden Factoren irgend einen, oder beide zugleich, gleich Null setzt. Die Formeln, die sich ergeben, wenn man den zweiten Factor verschwinden lässt, sind in den allgemeinen Gleichungen 6) und 7) enthalten. Setzen wir den ersten Factor der Null gleich, so erhalten wir

$$\varrho_1 = 1\,, \quad \varrho_2^{\,2} - \varrho_3^{\,2} = 4$$
$$s_1 = 2\,, \quad s_2 = s_3\,.$$

Das Dreieck der drei Wirbelfäden ist diesen Gleichungen zufolge beständig gleichschenklig. Wir wollen auf diesen Fall nicht näher eingehen, da wir später, § 11, allgemein die Differentialgleichungen für die Bewegung

dreier Wirbelfäden, unter der Voraussetzung, dass das Dreieck der drei Fäden fortwährend gleichschenklig sei, integriren werden.

Nehmen wir an, es verschwinden beide Factoren zugleich, so bekommen wir

$$\varrho_1^2 = 1\,, \quad \varrho_2^2 = 3\,, \quad \varrho_3^2 = 7$$
$$s_1 = 2\,, \quad s_2 = 2\,, \quad s_3 = 2\,;$$

das Dreieck der drei Wirbelfäden ist beständig gleichseitig und ändert auch seine Grösse nicht. Die Bewegung besteht in einer Rotation des Dreieckes mit constanter Geschwindigkeit um den Schwerpunkt.

Bei willkürlichem Werthe von λ erhalten wir aus 11) § 2, mit Hülfe der Gleichungen 6) und 7)

$$\begin{aligned} \cos(\vartheta_3 - \vartheta_1) &= \frac{3\varrho_1^2 - \lambda}{2\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1 - 1}{2\varrho_1^3 - \lambda\varrho_1 + 3\lambda}} \\ \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) &= -\frac{\varrho_1^2 + \lambda}{2\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1 - 1}{2\varrho_1^3 + \lambda\varrho_1 + \lambda}}\,; \end{aligned} \tag{8}$$

und hieraus

$$\begin{aligned} \sin(\vartheta_3 - \vartheta_1) &= \frac{1}{2\varrho_1}\sqrt{\frac{-\varrho_1^5 + 9\varrho_1^4 + 2\lambda\varrho_1^3 + 6\lambda\varrho_1^2 - \lambda^2\varrho_1 + \lambda^2}{2\varrho_1^3 - \lambda\varrho_1 + 3\lambda}} \\ \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) &= -\frac{1}{2\varrho_1}\sqrt{\frac{-\varrho_1^5 + 9\varrho_1^4 + 2\lambda\varrho_1^3 + 6\lambda\varrho_1^2 - \lambda^2\varrho_1 + \lambda^2}{2\varrho_1^3 + \lambda\varrho_1 + \lambda}}\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Das Vorzeichen des einen der beiden Sinus kann nach Belieben gewählt werden, das Vorzeichen des andern ist dann nach 10) § 2 bestimmt. Mit Benutzung des Bisherigen ergeben sich aus den ersten der Differentialgleichungen 3) und 4) § 2 folgende Gleichungen

$$\frac{d\varrho_1}{dt} = -\frac{(\varrho_1 - 1)^{3/2}(-\varrho_1^5 + 9\varrho_1^4 + 2\lambda\varrho_1^3 + 6\lambda\varrho_1^2 - \lambda^2\varrho_1 + \lambda^2)^{1/2}}{4\varrho_1^2(\varrho_1^2 + \lambda)} \tag{10}$$

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{(\varrho_1 - 1)(\varrho_1^3 + 3\varrho_1^2 - \lambda\varrho_1 + \lambda)}{4\varrho_1^3(\varrho_1^2 + \lambda)}. \qquad 11)$$

Die Elimination von t aus 10) und 11) gibt

$$\frac{d\varrho_1}{d\vartheta_1} = \frac{-\varrho_1(\varrho_1-1)^{1/2}(-\varrho_1^5+9\varrho_1^4+2\lambda\varrho_1^3+6\lambda\varrho_1^2-\lambda^2\varrho_1+\lambda^2)^{1/2}}{\varrho_1^3+3\varrho_1^2-\lambda\varrho_1+\lambda}. \qquad 12)$$

Durch Quadratur erhält man aus 10) und 12) t und ϑ_1 durch hyperelliptische Integrale als Functionen von ϱ_1. Für einige Werthe von λ treten Reductionen ein. Ist $\lambda = -1$ oder genügt es der Gleichung

$$\lambda^2 - 35\lambda - 243 = 0$$

so sind die Integrale elliptische. Am einfachsten gestalten sich die Rechnungen für $\lambda = 0$; nur für diesen Werth von λ wollen wir dieselben weiter führen. Aus 10) und 12) erhalten wir für $\lambda = 0$

$$dt = \frac{-4\varrho_1^2 d\varrho_1}{(\varrho_1-1)\sqrt{(\varrho_1-1)(9-\varrho_1)}} \qquad 13)$$

$$d\vartheta_1 = \frac{-(\varrho_1+3)d\varrho_1}{\varrho_1\sqrt{(\varrho_1-1)(9-\varrho_1)}} \qquad 14)$$

und durch Integration dieser Gleichungen folgt

$$t = \sqrt{\frac{9-\varrho_1}{\varrho_1-1}} + 4\sqrt{(\varrho_1-1)(9-\varrho_1)} + 24 \arccos\frac{\varrho_1-5}{4} \qquad 15)$$

$$\vartheta_1 = \arccos\frac{\varrho_1^2 - 8\varrho_1 + 9}{2\varrho_1}. \qquad 16)$$

Die Integrationsconstanten sind so bestimmt worden, dass für $\varrho_1 = 9$ sowohl t als ϑ_1 verschwinden.

Vom Augenblicke $t = 0$ an nimmt ϱ_1 fortwährend ab von 9 bis 1, ϑ_1 zu von 0 bis 2π. Gleichung 16) stellt die Bahn des Fadens 1 dar. Diese Bahn ist eine Curve vierter Ordnung, deren Gleichung sich in rechtwinkligen Coordinaten wie folgt schreiben lässt

$$y_1^4 + 2(x_1^2 + 2x_1 - 23)y_1^2 + (x_1+3)^2(x_1-1)(x_1-9) = 0. \qquad 17)$$

Die x-Axe ist Symmetrieaxe, der Punkt $x_1 = -3$, $y_1 = 0$ Doppelpunkt. Setzen wir

$$x_1 + 3 = \varrho \cos\vartheta, \quad y = \varrho \sin\vartheta,$$

d. h. machen wir den Doppelpunkt zum Anfangspunkte von Polarcoordinaten, so ergibt sich aus 17)

$$\varrho = 4 + 8\cos\vartheta. \qquad 18)$$

Die Bahn des Fadens 1 ist dieser Gleichung zufolge die Fusspunktcurve eines Kreises vom Radius 4 in Bezug auf einen Punkt, der vom Mittelpunkte die Entfernung 8 hat.

Aus 16) ergibt sich

$$\cos\vartheta_1 = \frac{\varrho_1^2 - 8\varrho_1 + 9}{2\varrho_1}$$

$$\sin\vartheta_1 = \frac{\varrho_1 - 3}{2\varrho_1}\sqrt{(\varrho_1 - 1)(9 - \varrho_1)},$$

ferner aus 8) und 9)

$$\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varrho_1 - 1}{2}}$$

$$\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{9 - \varrho_1}{2}}.$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung

$$\cos\vartheta_2 = \cos\vartheta_1\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + \sin\vartheta_1\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2),$$

ein, so erhält man

$$\cos\vartheta_2 = -\frac{2\varrho_1 - 9}{2\varrho_1}\sqrt{\frac{\varrho_1 - 1}{2}},$$

oder

$$x_2 = -\frac{2\varrho_1 - 9}{2}.$$

Aus 6) folgt für $\lambda = 0$

$$\varrho_1 = \frac{\varrho_2^2 - \sqrt{\varrho_2^4 - 8\varrho_2^2}}{4}.$$

Führt man diesen Ausdruck für ϱ_1 in die vorige Gleichung ein und geht zu rechtwinkligen Coordinaten über, so ergibt sich die Gleichung der Bahn des Fadens 2, welche in folgender Form geschrieben werden kann

$$(2x_2 - 7)y_2^2 + (x_2 - 3)^2(2x_2 + 9) = 0. \qquad 19)$$

Diese Gleichung stellt eine Curve dritter Ordnung dar, für welche die x-Axe eine Symmetrieaxe, der Punkt $x_2 = 3$, $y_2 = 0$ ein Doppelpunkt, die Gerade $2x_2 - 7 = 0$ eine Asymptote ist. Die Curve besitzt nur eine reelle Asymptote. Reelle Werthe ergeben sich für y_2 nur, wenn x_2 zwischen $-\frac{9}{2}$ und $\frac{7}{2}$ liegt.

In derselben Weise wie wir die Bahn von 2 bestimmten, ergibt sich die Bahn von 3. Man findet zunächst

$$x_3 = \varrho_1^2 - 9\varrho_1 + \frac{27}{2}$$

und hieraus

$$\varrho_1 = \frac{9 + \sqrt{27 + 4x_3}}{2}.$$

Substituirt man diesen Ausdruck für ϱ_1 in 7) und führt dann rechtwinklige Coordinaten ein, so ergibt sich folgende Gleichung

$$(2x_3 - 11)y_3^4 + 2(x_3 - 9)(2x_3^2 + 3x_3 - 81)y_3^2 + (2x_3 - 27)(x_3^2 + 2x_3 - 27)^2 = 0. \qquad 20)$$

Die Bahn des Fadens 3) ist eine Curve fünfter Ordnung, für welche die x-Axe Symmetrieaxe, die Gerade $2x_3 - 11 = 0$ die einzige reelle Asymptote, die Punkte

$$x_3 = -1 \pm 2\sqrt{7}, \; y_3 = 0$$

Doppelpunkte sind. Reelle Werthe erhält y_3 nur, so lange x_3 zwischen $-\frac{27}{4}$ und $\frac{27}{2}$ liegt und zwar sind vier

Werthe reell, falls x_3 zwischen $-\frac{27}{4}$ und $\frac{11}{2}$ ist, dagegen nur zwei, wenn x_3 sich zwischen $\frac{11}{2}$ und $\frac{27}{2}$ befindet. Die Curve fünfter Ordnung besitzt noch zwei reelle Doppelpunkte. Um dieselben zu finden, löse man Gleichung 20) auf nach y_3^2. Es ergibt sich

$$y_3^2 = \frac{-(x_3-9)(2x_3^2+3x_3-81) \pm 4(5x_3-27)\sqrt{4x_3+27}}{2x_3-11}. \quad 21)$$

Die beiden Werthe von y_3^2 welche jedem x_3 entsprechen fallen zusammen, wenn entweder $5x_3 - 27$ oder $4x_3 + 27$ gleich Null ist. Dem Verschwinden der ersten Grösse entsprechen zwei Doppelpunkte; die Coordinaten derselben sind

$$x_3 = \frac{27}{5}, \quad y_3 = \pm\frac{54}{5}.$$

$x_3 = -\frac{27}{4}$ ist eine der oben angegebenen Grenzen für x_3, $4x_3 + 27 = 0$ ist die Gleichung einer Doppeltangente.

Wir wollen noch die Geschwindigkeiten bestimmen, mit denen sich die Fäden bewegen. Aus 10) und 12) ergibt sich für $\lambda = 0$

$$\frac{d\varrho_1}{dt} = -\frac{\varrho_1-1}{4\varrho_1^2}\sqrt{(\varrho_1-1)(9-\varrho_1)}$$
$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{(\varrho_1-1)(\varrho_1+3)}{4\varrho_1^3} \quad 22)$$

und hieraus folgt

$$w_1 = \frac{\varrho_1-1}{\varrho_1\sqrt{\varrho_1}}. \quad 23)$$

Aus den Differentialgleichungen 3) und 4) § 2 erhält man ferner

$$\frac{d\varrho_2}{dt} = -\frac{\varrho_1-2}{4\varrho_1^2}\sqrt{\frac{9-\varrho_1}{2}}, \quad \frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{(\varrho_1-1)(\varrho_1+6)}{2\varrho_1^3} \quad 24)$$

$$\frac{d\varrho_3}{dt} = -\frac{2\varrho_1 - 3}{4\varrho_1}\sqrt{\frac{9-\varrho_1}{2\varrho_1}}, \quad \frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{(\varrho_1 - 1)(2\varrho_1 + 9)}{2\varrho_1^3} \tag{25}$$

und nun aus 24) und 25)

$$w_2 = \frac{1}{2\varrho_1}\sqrt{\frac{3\varrho_1 - 2}{\varrho_1}} \tag{26}$$

$$w_3 = \frac{\sqrt{10\varrho_1 - 9}}{2\varrho_1}. \tag{27}$$

Für $\varrho_1 = 3$ ist $w_1 = \frac{2}{9}\sqrt{3}$ ein Maximum, für $\varrho_1 = \frac{9}{5}$, $w_3 = \frac{5}{6}$ ebenfalls ein Maximum. w_2 wächst von $t = 0$ an beständig. Wir sind nun im Stande, die Bewegung vollständig zu beschreiben.

Zur Zeit $t = 0$ befinden sich alle drei Fäden in der x-Axe, und zwar ist

$$x_1 = 9, \quad x_2 = -\frac{9}{2}, \quad x_3 = \frac{27}{2}.$$

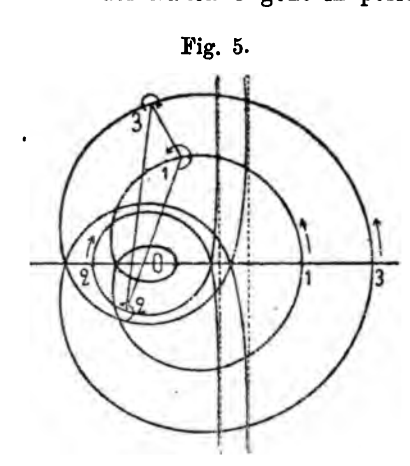
Die Geschwindigkeiten sind in diesem Augenblicke

$$w_1 = \frac{8}{27}, \quad w_2 = \frac{5}{54}, \quad w_3 = \frac{1}{2}.$$

Der Faden 1 bewegt sich in positivem Sinne um den Schwerpunkt herum, nähert sich demselben mehr und mehr, zuerst mit wachsender Geschwindigkeit. Nach einem halben Umlaufe, wenn $x_1 = -3$, $y_1 = 0$ geworden ist, hat die Geschwindigkeit das Maximum erreicht und nimmt von jetzt an beständig ab, so dass erst nach unendlich langer Zeit der Faden in die Lage $x_1 = 1$, $y_1 = 0$ gelangt. — Der Faden 2 geht ebenfalls in positivem Sinne um den Schwerpunkt herum, mit beständig zunehmender Geschwindigkeit, nähert sich demselben erst bis auf die Entfernung $2\sqrt{2}$; in diesem Augenblicke ist das Dreieck

der drei Fäden gleichschenklig, $s_1 = s_3 = 4$, $s_2 = 2\sqrt{2}$; entfernt sich dann aber mehr und mehr und bewegt sich schliesslich sehr angenähert mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ auf der Geraden $x_2 = \frac{7}{2}$ im Sinne der wachsenden y. Auch der Faden 3 geht in positivem Sinne um den Anfangspunkt herum und nähert sich demselben anfänglich mit zunehmender Geschwindigkeit. Für $\varrho_3 = \frac{27}{10}\sqrt{2}$ erreicht die Geschwindigkeit den Maximalwerth $\frac{5}{6}$ und nimmt von nun an ab, um gegen die Grenze $\frac{1}{2}$ zu convergiren. Die Entfernung vom Schwerpunkte wird noch kleiner, erreicht das Minimum, $\frac{3}{2}\sqrt{6}$, in einem Augenblicke, in welchem das Dreieck gleichschenklig ist, $s_1 = s_2 = 3$, $s_3 = \frac{3}{2}\sqrt{6}$; nimmt dann ins Unbegrenzte zu und bald ist die Bewegung angenähert die, dass der Faden die Gerade $x_3 = \frac{11}{2}$ mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ durchläuft. y_3 ist dann gleich y_2. (Schluss folgt.)

Fig. 5.



Zur Reform des geometrischen Unterrichts.

Von

Wilh. Fiedler.

Seit Anfang unseres Jahrhunderts — um von früherer Zeit ganz abzusehen — haben eine lange Reihe von Mathematikern den Unterricht in der Elementargeometrie und die demselben gewidmeten Lehrbücher unzureichend gefunden und zur Verbesserung des ersteren durch Aufstellung neuer in mannichfachen Arten veränderter Lehrgebäude mit zu wirken gesucht. Und dass diese Bemühungen ebenso wohl von den Lehrern der Mittelschulen wie von den Professoren der Hochschulen ausgingen, zeigt wenigstens das Eine sicher an, dass das Gefühl der Unvollkommenheit des Hergebrachten ein allgemein getheiltes war — ungeachtet und wohl auch unbeschadet alles Lobes und Preisens für die Elemente des Euklid, welches ja schon fast ebenso altehrwürdig herkömmlich war wie diese Elemente selbst.

Fast jedes neue Unternehmen dieser Art konnte sich mit dem Hinweis darauf einführen, dass auch die besten Schüler unter der Einwirkung der bisherigen Methode schliesslich aus dem Unterricht über Geometrie nicht den Eindruck eines wohlgeordneten Ganzen davontrugen, sondern vielmehr nur eine Fülle von Einzelheiten, leicht verlierbar und von einem viel geringeren Bildungswerth als sie nach der darin niedergelegten Kunst und Feinheit zahlreicher scharfer Denker sicher haben sollten. Wenn aber auch diese Motivirung in letzter Zeit aus der Mode gekommen ist, so geschah das doch kaum, weil sie nicht mehr richtig, sondern wohl nur, weil sie so gar nicht mehr neu ist und weil sie nicht zu denen gehört,

die eine öftere Wiederholung ohne Selbstbeschädigung ertragen.

Dass das Uebel aber das alte ist wird gleichwohl kaum geleugnet werden; denn noch heute wie früher ist es eine Erfahrung der Pädagogen, der nicht widersprochen wird, dass gute Erfolge in der Geometrie sehr selten sind unter den Schülern aller Schulen. Und doch kann eine schlimmere Kritik der Methode kaum gedacht werden, weil bei einiger Prüfung einem unbefangenen Beurtheiler die Wahrheit der Behauptung schwerlich einleuchten wird, durch die man jene Erfahrung erklären will, der Behauptung nämlich, dass das Talent für Geometrie ein ganz ausnahmsweise seltenes und vereinzeltes sei. Es ist ja so viel einfacher und natürlicher, zu denken, dass die betreffende Anlage nicht recht geweckt und entwickelt wurde; denn wie sollte die Anlage und das Interesse gerade für diese Richtung des menschlichen Denkens so vielen sonst gut begabten Köpfen fehlen? Ist doch der Mensch zur Orientirung im Raum sinnlich ebenso reich wie fein ausgerüstet und ist ihm doch diese Orientirung selbst ein erstes und unumgängliches Lebenserforderniss! Und das wissenschaftliche Denken in dem Gebiete dieser Orientirung sollte unter denen, welche überhaupt wissenschaftlicher Durchbildung und Arbeit zugewendet und für dieselbe ausgerüstet sind, nur so wenigen adäquat sein? Gewiss, so lange noch eine Möglichkeit bleibt, die Erfahrungen der Pädagogen anders zu erklären, wird diess nicht anzunehmen sein; und die Kritik, welche die Verfasser neuer Lehrbücher an den Systemen und Methoden ihrer Vorgänger immer von neuem geübt haben, dürfte selbst um Vieles weniger lebhaft, energisch und eingehend gewesen sein, um doch jedem ruhig prüfenden Leser diese Möglichkeit als eine noch offene, ja eigentlich als die einzig zulässige kenntlich zu machen.

Wenn nun zugleich je länger desto mehr die fundamentale Wichtigkeit der Mathematik für alle auf das Verständniss der Natur gerichteten wissenschaftlichen Bestrebungen zur Geltung kam, so ist es angesichts der unbestreitbaren Wahrheit, dass alle Anwendung der Mathematik auf die Naturwirklichkeit durch die Geometrie hindurchgehen oder doch mit ihr in Verbindung treten muss, nur ganz natürlich, dass die erwähnten Reformbestrebungen nicht ermüden und dass sie nicht ruhen wollen und können, bevor sie ihr Ziel wenigstens einigermassen vollständig erreicht haben.

Und so regt sich heute so lebhaft, nein lebhafter als jemals früher das Bedürfniss nach einem organischen Aufbau des Systems unserer Kenntnisse vom Raum und seinen Gestalten. Man weiss nun längst, dass die Gegensätze von synthetisch und analytisch, von dogmatisch und heuristisch den Kern der Sache nicht treffen, dass die blosse Einfügung einiger moderner Elemente in das herkömmliche Lehrgebäude wahrscheinlich mehr schadet als nützt und dass selbst eine genetische Entwicklung die Schwierigkeiten nicht beseitigt und das Problem nicht löst, weil sie ja nicht ernstlich möglich ist, so lange nicht ein allgemeines Princip von unmittelbar einleuchtender Berechtigung an die Spitze der Entwickelung gestellt werden kann. Die Frage aber, ob die Forderung nach einem solchen Princip nicht eine unmöglich zu erfüllende und daher eine unberechtigte ist, legt jedem Kenner die Erinnerung an die berühmte Anfangsstelle der Vorrede Jacob Steiner's zu seinem Hauptwerke »Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander« (1832) nahe, von der hier einige Sätze stehen mögen, weil das Werk jetzt selten geworden ist. Es heisst dort: »Gegenwärtige Schrift hat es versucht, den Organismus aufzudecken, durch welchen die verschiedenartigsten Erschei-

nungen in der Raumwelt mit einander verbunden sind. Es giebt eine geringe Zahl von ganz einfachen Fundamentalbeziehungen, worin sich der Schematismus ausspricht, nach welchem sich die übrige Masse von Sätzen folgerecht und ohne alle Schwierigkeit entwickelt. Durch gehörige Aneignung der wenigen Grundbeziehungen macht man sich zum Herrn des ganzen Gegenstandes; es tritt Ordnung in das Chaos ein und man sieht, wie alle Theile naturgemäss in einander greifen, in schönster Ordnung sich in Reihen stellen und verwandte sich zu wohlbegrenzten Gruppen vereinigen. Man gelangt auf diese Weise gleichsam in den Besitz der Elemente, von welchen die Natur ausgeht, um mit möglichster Sparsamkeit und auf die einfachste Weise den Figuren unzählig viele Eigenschaften verleihen zu können!« Und die Kenner wissen auch, dass diese Worte nicht phantasievoll überschwänglich das Errungene vergrössern, sondern dass sie einfach das Ziel schildern, welches mit Steiner im Wesentlichen erreicht wurde; sie wissen, dass der Besitz einer geringen Anzahl von Fundamentalbeziehungen, aus welchen sich das Ganze organisch aufbauen lässt, den grossen Vorzug der neueren oder projectivischen Geometrie und ihren höchsten Reiz bildet.

Aber das gilt, so fügt man hinzu, nur von der »neueren« oder wie man auch gesagt hat von der »höheren« Geometrie und kommt den Elementen nicht zu gut, weil die Bedeutung jener Fundamentalbeziehungen erst auf Grund derselben in's Licht gestellt und eben zum Ausgangspunkt einer neuen und höheren Reihe von Entwicklungen gemacht wird. Indessen erscheint es so doch nur dann, wenn man die Steiner'sche Schöpfung losgelöst betrachtet von ihren historischen Voraussetzungen, von den Arbeiten von Möbius, Poncelet, Monge, von Lambert, Taylor und Desargues. Wenn aber eine solche

unhistorische Betrachtungsweise in der Wissenschaft und besonders für die Unterweisung in derselben überhaupt sehr selten oder niemals statthaft ist, weil die Geschichte des Werdens der beste Führer zum Studium des Gewordenen zu sein pflegt, wenn uns das Verständniss des Letzteren vollauf gesichert ist — so besonders in diesem Falle. Denn die historische Betrachtung zeigt sofort, dass die Erkenntniss jener Fundamentalbeziehungen sich wesentlich an die Wiedererweckung der darstellend geometrischen Methode knüpft, insbesondere an Poncelet's Wiederaufnahme der allgemeinen Methode der Perspective, welche schon fast zwei Jahrhunderte früher bei Desargues zur Theorie der Involution in einer vor der Wiederentdeckung eines grossen Theils seiner Schriften ungeahnten und kaum glaublichen Ausdehnung und Vollständigkeit geführt hatte. (Für die Belege und weitere Ausführung verweise ich auf mein Buch: »Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage« 2. Aufl. 1875, Quellen- und Literatur-Nachweisungen p. 731 f.).

Und diese Einsicht schien mir immer nicht blos für die richtige Behandlungsweise der darstellenden Geometrie und der Geometrie der Lage oder der projectivischen Geometrie, für welche ich seit vielen Jahren als Lehrer und Schriftsteller eingetreten bin, sondern auch für die nothwendige Umgestaltung des gesammten geometrischen Unterrichts auf allen Stufen den rechten Wegweiser darzubieten. Wie es meinem Wirkungskreise entsprach, habe ich den Nachweis für die einfache Möglichkeit einer solchen Umgestaltung im Gebiete des Hochschul-Unterrichts für die Sphäre der allgemeinen algebraisch - geometrischen Untersuchungsmethoden geführt (vergl. a. a. O. Dritter Theil, insbesondere die Theorie der projectivischen Coordinaten p. 521—568 etc., und diese Vierteljahrsschrift Bd. 15, p. 152 f.); aber ich bin niemals

darüber in Zweifel gewesen, dass das Nämliche auch für den Elementarunterricht gelte, weil die darstellend geometrische Methode allein die fundamentale Bedeutung der Steiner'schen Elementargebilde und die natürliche Richtung der Untersuchung auf die projectivischen Eigenschaften der Figuren ganz direct hervortreten lässt durch ihre Bedeutung im Vorgange des Projicirens. Ich habe es nur für unzweckmässig und für wirkungslos gehalten, früher meinerseits die bezüglichen Ansichten näher und auch über meine eigentliche Wirkungssphäre hinaus zu besprechen; wenn ich aber in der Vorrede meines Buches von 1870 sagte: Ich habe eine Reform des Unterrichts in den Elementen — nämlich der darstellenden Geometrie — nicht im Auge und halte sie für entbehrlich, glaube aber auch, dass man sie in keinem Falle wird vollziehen können ohne eine Reform des gesammten geometrischen Unterrichts damit zu verbinden — so lag dem dieselbe Gesammtanschauung der Frage zu Grunde. Jetzt lassen gewisse Zeichen der Zeit es mir angebracht erscheinen, aus dieser Zurückhaltung herauszutreten; ich darf jetzt auch wohl hoffen, dass ein offenes Aussprechen meiner Ansichten zur Klärung und Förderung der Sache beitragen kann, die im Zuge ist; aber ich übersehe dabei auch jetzt nicht, dass die wirkliche Durchführung in allem Einzelnen der Einsicht und Ueberzeugung der an unsern Mittelschulen wirkenden Lehrer überlassen werden muss, und ich beschränke mich desshalb auf die Betonung dessen, was mir als entscheidende Hauptsache erscheint.

Die Ueberlegung des Inhalts geometrischer Elementarbücher macht ersichtlich, dass derselbe beginnen muss mit einer Erläuterung und construirenden Verbindung der Grundbegriffe, der Raumelemente, mit der Erörterung ihrer gegenseitigen Beziehungen und ihrer Verbindungen zu Figuren

und Systemen; es ist natürlich, dass dieser Theil der Erörterung in der Stereometrie einen wesentlich grösseren Raum einnimmt als in der Planimetrie, und man sieht kein schlimmeres Hinderniss als das Herkommen, welches einer Verbindung dieser beiden Parthien zu einem Ganzen im Wege stände, das von einem Anschauungsunterricht und einer geometrischen Propädeutik zur wissenschaftlichen Betreibung der Geometrie hinüberführte. In demjenigen, was dann in den geometrischen Lehrbüchern folgt, treten als wesentlich und characteristisch die Lehren von der Congruenz und der Aehnlichkeit, von der Gleichheit und etwa auch von der Symmetrie in beiden Theilen hervor, und im Zusammenhang mit diesen Lehren sehen wir eine Reihe von Anwendungen auf die Untersuchung der Figuren, besonders auch des Kreises, und eine Fülle von mehr oder weniger nothwendigen Sätzen, die je nach dem Umfang der Bücher und den Standpunkten der Verfasser wechseln. Endlich folgt die Trigonometrie mit ihren Anwendungen.

Von diesen Hauptbestandtheilen ist offenbar der erste wesentlich beschreibend oder darstellend; zuerst gewissermassen von sinnlichen Anschauungen zu geistigen überführend, die nöthigen Abstractionen bildend und klärend, um sodann mit denselben construirend vorzugehen. Ich frage hierzu: Warum sollte man in diesem Theil des Unterrichts nicht zum bessern Verständniss und der Verwerthung der Definitionen Uebungen machen, wie folgende: Eine drei- oder mehrseitige Ecke, ein Tetraeder, Parallelepiped, etc. ist gegeben — respective liegt etwa nach Stabmodell gezeichnet vor; man kennt von einer geraden Linie die beiden Punkte, in welchen sie zwei der zugehörigen Flächen durchstösst, und verlangt zu zeigen, wie die Schnittpunkte derselben mit den übrigen Flächen und die Querschnitte der Gesammtoberfläche

der Ecke und des Körpers mit einer durch die Gerade nach einem gegebenen Punkte einer Fläche oder mit den durch sie nach den Eckpunkten des Körpers gehenden Ebenen zu bestimmen respective zu verzeichnen sind. Oder es ist der Querschnitt der Körperoberfläche mit einer Ebene zu construiren, die durch drei auf solchen Geraden gegebene Punkte bestimmt ist; oder es sind die durch einen so gegebenen Punkt gehenden Transversalen zu den Paaren der nicht in einer Ebene liegenden Kanten des Körpers respective ihre Querschnitte mit diesen Kanten anzugeben; etc. Eigentliche descriptive Geometrie ist zur Ausführung solcher Probleme nicht erforderlich; sie bilden eine einfache Verbindung der Uebung im Zeichnen nach Stabmodellen mit den fundamentalen Definitionen der Geometrie und führen sofort zur Correctur des etwa der Wahrnehmung nicht treu genug Abgesehenen und zu der Einsicht von der Unentbehrlichkeit einer solchen Correctur in allen Fällen, wo es sich um mathematisch bestimmte Formen handelt. In der üblichen Behandlung der Elemente der descriptiven Geometrie ist sogar nicht einmal der rechte Platz für dergleichen; es bildet vielmehr die Unterlassung solcher Uebungen heutzutage eines der wesentlichsten Hindernisse des Verständnisses dieser Elemente; sie gehören ohne Zweifel zu dem bezeichneten ersten Hauptbestandtheil der Geometrie.

Ich wende mich zum zweiten. Man weiss seit Möbius' classischem Werke: »Der barycentrische Calcul« 1827. (Vergl. Abschnitt 2.), dass Congruenz und Aehnlichkeit zwei von den Verwandtschaften der ebenen Figuren sind, bei welchen jedem Punkte der einen Figur ein Punkt der andern und zugleich jeder geraden Linie eine gerade Linie entspricht; und Möbius hat ebendort im 3. und 4. Kapitel (p. 191 und p. 273 f.) diesen beiden die Verwandtschaft der Affinität und diejenige der Flächengleichheit als weitere elementargeo-

metrische Verwandtschaften angeschlossen, nicht bloss für ebene Figuren, sondern ebenso für den Raum von drei Dimensionen; er hat sodann gezeigt, dass diese Verwandtschaften als specielle Fälle in der allgemeinen Verwandtschaft der Collineation enthalten sind, für welche eben nur jene beiden Bestimmungen gelten, wonach der Punkt, die gerade Linie und also auch die Ebene stets den Punkt, die Gerade und die Ebene zu entsprechenden Elementen haben; endlich auch, dass die Collineation zweier ebenen Systeme stets in die perspectivische Lage derselben übergeführt werden kann. So hat er die elementargeometrischen und vorzugsweise metrischen Verwandtschaften der Homologie Poncelet's eingefügt und sie zugleich für den Raum als in der allgemeinen Collineation enthalten aufgezeigt. Die Folgezeit hat dann den besonderen Fall der centrischen Collineation vereinigter ebener Systeme, den man Involution nennt und den schon Desargues so gründlich studirt hatte, als hochbedeutsam erwiesen; das Projectionscentrum liegt in der Halbirungsebene desjenigen Winkels zwischen der Original- und der Bildebene, um welchen die eine zum Zwecke der Vereinigung mit der andern gedreht wird. Man hat erkannt, was eben Desargues wahrscheinlich schon übersah, dass alle Formen derjenigen Beziehung vereinigt liegender ebener Systeme, welche man Symmetrie nennt, aus diesem Falle des perspectivischen Zusammenhangs hervorgehen. (Vergl. auch meinen Aufsatz »über die Symmetrie« in Bd. XXI dieser Vierteljahrsschrift p. 50 f.). Diesen elementar-geometrischen Erscheinungsformen der Involution hat auch bereits vor längerer Zeit (1866) ein tüchtiger Kenner und Lehrer der Geometrie eine Ausarbeitung gewidmet, aus welcher, obschon sie in einem ganz andern Zusammenhange der geometrischen Unterrichtsfächer gedacht ist, für eine Reform reichliche Anhaltspunkte entnommen wer-

den können, ich meine die Schrift: »Zeichnende Geometrie zum Schul-Unterricht und zum Privatstudium. Von Christoph Paulus. (Stuttgart.) Ich habe in meinem schon genannten Buche (Abschn. B. des ersten Theiles p. 6 f.) gezeigt, wie die einfache Ausbildung der Centralprojection als Darstellungsmethode für das ebene System zur Einsicht in den allgemeinen Zusammenhang der Collineation hinführt, ohne für die Entwicklung derselben andere als ganz elementare Hilfsmittel zu erfordern; ich habe auch (vergl. a. a. O. § 21 und § 15—19, sowie p. XV der Vorrede) bewiesen, dass dabei zugleich die Grundlagen der projectivischen Geometrie mit innerer Nothwendigkeit und in aller Vollständigkeit hervortreten. Mit andern Worten, die abstracte Nachbildung des Sehprozesses, der selbst die wichtigste der physischen Grundlagen unserer Raumanschauung ist, führt sofort auch zur Entdeckung des organischen Zusammenhangs zwischen den mannigfachen Erscheinungen der Raumwelt; von diesen aus ordnet sich dann von selbst — wieder durch die Verfolgung des Sehvorganges gefördert, wenn man will (vergl. a. a. O. § 37 f.) — unser Wissen von den Gestalten und Systemen im Raume von drei Dimensionen und damit der weitere Auf- und Ausbau der Geometrie. Ein wichtigeres und schöneres Beispiel von der Zusammenstimmung zwichen den Anforderungen unserer Natur und unseres Denkens dürfte in aller Wissenschaft nicht zu finden sein. Und wird dieselbe nicht tagtäglich uns erinnert und erläutert durch das Wohlgefallen unseres Auges an den Gestalten von mehr oder weniger leicht ersichtlicher Symmetrie?

Nun wohl, ich sehe in diesen thatsächlichen Wahrheiten den rechten Wegweiser zur Reform des wissenschaftlichen Unterrichts in der Geometrie auf allen Stufen und kann also meine Meinung kurz dahin zusammenfassen, dass ich sage,

die ganze Geometrie muss darstellend werden, muss projicirend verfahren, um projectivisch zu sein — unmissverständlich, wenn man mich nicht missverstehen will, namentlich bei Berücksichtigung dessen, was ich schon in den Vorreden zu dem mehrgenannten Buche besprochen habe und hier nicht wiederhole. Ich hoffe aber Missverständnissen nochweiter dadurch vorzubeugen, dass ich meine Ansicht an einer neuen literarischen Erscheinung erläutere, welche mir vielseitiger Beachtung sicher zu sein scheint — an dem Buche »Geometrie der Ebene, systematisch entwickelt von Dr. Fr. Kruse.« (Berlin 1875. 320 p. 8^{0}). Nur einige allgemeine Bemerkungen will ich dem noch vorausschicken.

Zuerst ist ersichtlich, dass die Stellung des Princips der Projection an der Spitze der wissenschaftlichen Entwickelung die Trennung zwischen Planimetrie und Stereometrie, welche ohne Ausnahme üblich ist, verwischt und an eine weit spätere Stelle verschiebt; ich sehe dieselbe in der That als eine zu früh durchgeführte Abstraction für fehlerhaft an, pädagogisch wie systematisch, und gebe in letzterer Hinsicht zu bedenken, dass die strenge Begründung der projectivischen Geometrie auf den Satz von den perspectivischen Dreiecken das im Grunde längst gezeigt hat; dieser Satz ist evident, sobald die beiden Dreiecke nicht in derselben Ebene liegen und er kann dagegen bei Voraussetzung ihrer Lage in derselben Ebene nur gleich einfach bewiesen werden durch einen vermittelnden Projectionsvorgang, also durch Hinausgehen aus der Ebene in den Raum von drei Dimensionen. Diese höhere Bedeutung der Stereometrie ist von einzelnen Schriftstellern wohl betont worden, z. B. von Schlömilch, indem er sagt (Vorrede zu seiner »Geometrie des Raumes« Eisenach 1854): »Daraus — nämlich aus dem Umstande, dass dem geometrischen Unterricht die Uebung der figürlichen Anschauung als Hauptauf-

gabe zufällt — folgt aber weiter, dass die so häufige Bevorzugung der Planimetrie ein pädagogischer Missgriff ist, dass im Gegentheil der Accent auf die Stereometrie gelegt werden muss; denn nicht in der Ebene, sondern im Raume bewegt sich das vielgestaltige Leben.« Das muss aber noch immer und noch in einem ganz andern Sinne wiederholt werden. Und wenn a. a. O. Schlömilch sofort die descriptive Geometrie empfiehlt, der er die beiden letzten Kapitel seines Buches widmet, so geschieht das doch in einem ganz andern Sinne als in dem, den ich hier vertrete. Nicht, dass die bereits untersuchten Raumgestalten durch zwei Orthogonalprojectionen oder eine noch dazu aus jenen abgeleitete Centralprojection bildlich dargestellt und ihre gegenseitigen Beziehungen auf dem graphischen Wege untersucht werden können, ist das Wesentliche; sondern das ist es, dass die Methode der Darstellung naturgemäss und nothwendig zur Entdeckung der Grundgebilde, aus deren Verbindung alle Formen hervorgehen, und der projectivischen Eigenschaften jener wie dieser hinführt: zu der Einsicht, dass die Methode der Vergleichung zwischen zwei in projectivischer Abhängigkeit stehenden Systemen die natürliche Untersuchungsmethode der Geometrie ist; und dass es die Untersuchung dieser Abhängigkeit in gewissen speciellen Formen ist, welche in der Vergleichung von Winkeln und Strecken von gleicher Grösse, von Strecken, die in festem Verhältniss stehen, auch den Hauptinhalt der Geometrie des Euklid und nicht minder die Trigonometrie liefert.

Sodann ist offenbar, dass mit einem solchen Vorgang das Princip der Bewegung und der Veränderlichkeit zur frühesten und zugleich organischen Einführung in die Geometrie gelangt, weil die Methode der Darstellung von selbst dazu führt, die Figuren nicht als isolirt und starr, sondern

als Theile der z. B. ebenen Systeme und als veränderlich unter gewissen Bedingungen zu betrachten — mich dünkt auch das eine Nothwendigkeit, die sich heutzutage jedem Lehrer der Mathematik aufdrängen muss. Und dabei bietet doch wieder der darstellend geometrische Gesichtspunkt den natürlichsten Anlass zum Verweilen bei bestimmt specialisirten Einzelfällen, gewissermassen zu der Abstraction der Ruhe in dem Bewegungs- und Veränderungszustand der Raumwelt.

Dass mit demselben Vorgange dem Pestalozzi'schen guten Grundsatze nachgelebt wird, der Unterricht solle mit der Anschauung beginnen und stetsfort mit der Anschauung in Wechselwirkung erhalten werden, wird auch nicht vom Uebel sein. Endlich erblicke ich in einer Anordnung des geometrischen Unterrichts nach den bezeichneten Principien die einzige sichere Möglichkeit, Zeit zu ersparen und rascher zum Ziele zu kommen, während man zugleich Dank dem Besitz eines einleuchtenden methodischen Grundgedankens sicherer auf dasselbe lossteuert; die Aussonderung vieles Entbehrlichen aus dem Vortragsstoff wird möglich und wird in vielen Fällen ein pädagogischer Gewinn sein, weil es als Material zu selbständigen geometrischen Uebungen der Denkkraft der Schüler Verwendung finden kann. Die Einschränkung auf das Wichtige und Wesentliche muss aber unter unseren heutigen Unterrichtsverhältnissen als ein Hauptziel alles und jedes Unterrichts angesehen werden.

Und nun zu Kruse. Wer die Inhaltsangabe seines Buches überfliegt, könnte einen Augenblick glauben, das Buch sei eine genaue Ausführung des in seinen Hauptpunkten hier besprochenen Programms, wenn auch unter Anpassung an die Scheidung von Planimetrie und Stereometrie. Denn da folgen auf die Grundbegriffe und die Gliederung der Gebilde (p. 1 bis 34) die fünf Hauptstücke: Congruenz, Affingleichheit,

Affinität, Aehnlichkeit, Collineation; endlich von p. 265 ab diesen als Thesimetrie oder Geometrie der Lage zusammengefassten Theilen die Trigonometrie. Aber ich will sofort bemerken, dass das Buch in dem allerwichtigsten Stück meinem Ideal nicht entspricht, und dass es mir nur besonders willkommen ist als der aus dem Kreise der Lehrer heraus gelieferte Nachweis von der Möglichkeit einer Anordnung vorläufig des planimetrischen Unterrichtstoffes nach dem Gesichtspunkte der geometrischen Verwandtschaften — eine Anordnung, die natürlich nicht die einzig mögliche und nicht die definitive zu sein den Anspruch machen kann, während sie doch von Geist und tüchtiger Gelehrsamkeit getragen erscheint. Wenn ich aber z. B. den wesentlichen Wortlaut des § 31 anführe, welcher das Hauptstück von der Affingleichheit eröffnet, so wird sofort erhellen, worin das interessante Buch meinen Anforderungen nicht entspricht. Es heisst dort: »Zwei Gebilde heissen affingleich, wenn sie auf einem Strahlbündel — will sagen Parallelenbüschel — so liegen können, dass die perspectivisch entsprechenden Geraden auf demselben Strahle, welcher die Axe der Affingleichheit genannt wird, einander schneiden.« (Es folgen historische Nachweisungen und die Bemerkung, dass von zwei solchen Gebilden das eine durch das andere bestimmt ist, wenn man zu einer Strecke des ersten die entsprechende Strecke des zweiten kennt.) Eine dogmatisch hingestellte Erklärung, von deren Richtigkeit und Brauchbarkeit dem Schüler das Verständniss erst nachträglich kommt, während ihm erst viel später und in vielen Fällen niemals die Einsicht in ihre so äusserst einfache natürliche Herkunft aufgehen wird! Derselbe Abweg in die Dogmatik, der selbst in der darstellenden Geometrie nach dem Beispiele von Schlesinger sofort in der vielbegrüssten Schrift von Scherling

»Vorschule und Anfangsgründe der descriptiven Geometrie« (Hannover 1870) nachgeahmt wurde. Es ist ja nicht unnatürlich, dass uns Lehrern die Dogmatik so nahe liegt, aber darum nicht minder gefährlich! Mit wie viel mehr Vertrauen und Interesse wird doch der Schüler den aus der Beziehung der Affingleichheit fliessenden Folgerungen nachgehen — die §§ des Kruse'schen 4. Hauptstücks heissen: 32. Zwei affingleiche Punktreihen. 33. Affingleiche Gebilde zwischen zwei Parallelen. 34. Summirung der Flächen von Parallelogrammen oder Dreiecken. 35. Affingleiche Gebilde zwischen drei und mehr Parallelen — wenn dieselbe auf dem Wege der Darstellung ihm vorgeführt worden ist! Ob man dabei als eine erste Gruppe von geometrischen Verwandtschaften diejenigen der Parallelprojection: Die Congruenz, Affinität, Axensymmetrie und Affingleichheit, von der zweiten Gruppe: Aehnlichkeit, centrische Symmetrie, Collineation und Involution als von denen der allgemeinen Centralprojection abscheiden und ihnen vorausschicken will, kann dahingestellt bleiben, — aber ich denke, dass es pädagogisch richtig sein wird. In jedem Falle würde sich ergeben, dass die Affingleichheit als specieller Fall zu derjenigen besonderen Collineation gehört, bei welcher das Centrum in der Axe der Collineation enthalten ist und welche immer hervorgeht aus der entgegengesetzten Umlegung von der zum Falle der Involution führenden, wenn das Centrum der Projection in einer der Halbirungsebenen des Winkels zwischen der Original- und Bild-Ebene liegt. Dass dieser besondere Fall der Collineation im Kruse'schen System ganz fehlt, kann zeigen, dass die dogmatische Entwickelung selbst für einen gewiegten Sachkenner ihre Gefahren hat; denn dass die Unterordnung der Affingleichheit unter denselben nicht ohne Werth ist, wird schon zur Genüge angedeutet durch den daraus fliessenden

für die Affingleichheit characteristischen allgemeinen noch nicht bemerkten Satz, dass zwischen dem einen der affingleichen Systeme und dem zum andern in Bezug auf die Axe oder Ebene orthogonal-symmetrischen System schräge Symmetrie in Bezug auf dieselbe Axe oder Ebene stattfindet. Von hier aus wäre Vieles zu dem Kruse'schen System zu bemerken, wenn ich bei Einzelheiten verweilen wollte.

Ich betrachte das System von Kruse als ein willkommenes Zeichen davon, dass von verschiedenen Standpunkten her der geometrische Unterricht der Reform entgegenreift, deren er bedarf, der Reform in der Richtung auf grössere Anschaulichkeit und Natürlichkeit. Aber ich glaube noch immer, dass die Initiative der Universitäten zur regelmässigen Pflege und Ausdehnung der geometrischen Studien für diese Reform vom höchsten Werthe sein müsste. Das geringe Maass und die hier und da daran geknüpfte Missachtung dieser Studien hat manche eigenthümliche Erscheinung bedingt; wie z. B. die beliebte aber principiell irreleitende Begründung der harmonischen Theilung auf Zirkel-Constructionen; oder in höherer Region die mannichfachen Missverständnisse der Bedeutung, welche die Theorie der Metrik für die Geometrie hat, in der Form der Nicht-Euklid'schen Räume, der Räume von n Dimensionen, etc.; auch die vielfachen Beweise von Unkenntniss des Geleisteten, welche selbst in unseren leitenden Zeitschriften so oft mit unterlaufen. Sie sind theils ernstlich schädlich, theils unerfreulich und durch die Universitäten leicht zu beseitigen. Oder sollte sich die Reform des Lehrsystems der Geometrie ohne die leitende Mitwirkung der Universitäten vollziehen müssen? Auch das ist in unserer literarischen von der Professorengelehrsamkeit so sehr viel unabhängigeren Zeit nicht unmöglich.

Notizen.

Erdbeben vom 2. Mai 1877. Am Abend des 2. Mai wurde in einem grossen Theile der Schweiz ein Erdbeben verspürt. Auf der Sternwarte in Zürich zeigte die Uhr in dem betreffenden Momente 8 ^{h} 40 ^{m}, so dass der Zeitpunkt bis auf circa 3 Secunden festgestellt sein dürfte. Die Erscheinung wurde nicht überall in gleicher Weise wahrgenommen, so wohl was Art der Bewegung als was die Zeitdauer betrifft. Einige Beobachter sprechen von 2 Stössen, die in der Richtung von NO gegen SW erfolgt sein sollen, andere wollen nur von einem Stoss und zwar in verticaler Richtung wissen. Letztere Wahrnehmung ist jedenfalls die allgemeinere; fast jeder Beobachter hatte das Gefühl, welches das Fallen eines schweren Körpers in der Nähe verursacht. Mehrfach wurde auch ein unterirdisches Geräusch, ein sogen. „Klapf" vernommen. Als nächstliegende Ursache kann angenommen werden, dass von der festen Erdrinde sich etwas ablöste und in die Tiefe (das flüssige Erdinnere) stürzte. Der Verbreitungsbezirk, wie er bis jetzt festgestellt werden kann, umfasst hauptsächlich die Nord- und Ostschweiz, namentlich Thurgau, Toggenburg, Glarus, Zug, Schwyz, Aargau, Solothurn, Basel, Schaffhausen und den ganzen Kanton Zürich. [R. Billwiller.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 15. Januar 1877.

1) Herr Lehrer Müller in Enge wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

2) Herr Staatsschreiber Stüssi meldet seinen Austritt aus der Gesellschaft, weil seine gegenwärtige Thätigkeit ihn zu weit ab von den Zwecken der Gesellschaft führe.

3) In Verhinderung des Herrn Bibliothekars legt der Actuar folgende seit der letzten Sitzung eingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Von der eidgenössischen Kanzlei.

Rapport mensuel sur les travaux de la ligne du St. Gotthard. 45. 46.

Von der British association for the advancement of science.

Report of the 45th meeting of the B. A. for the advancement of science. 8. London 1876.

Von der Smithson. institution.

Memoirs of the American association for the advancement of science. I. 4. Salem 1875.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Monatsbericht d. Preuss. Akademie. 1876. Aug.
Vierteljahrschrift d. astronom. Gesellschaft. XI. 4.
Zeitschrift des Ferdinandeum's f. Tirol u. Vorarlberg. III. 20.
Mittheilungen a. d. naturw. Vereine von Neuvorpommern und Rügen. VIII.
Sitzungsberichte d. Akad. zu München. 1876. 2.
Mémoires de la soc. des sciences phys. et nat. de Bordeaux. II. T. I. 3.
Bulletin de la soc. Imp. des naturalistes de Moscou. 1876. 2.
Jahrbuch der K. K. geolog. Reichsanstalt. XXVI. 3.
" " " " Verhandlungen 11—13.
Nouveaux mémoires de la soc. Imp. des naturalistes de Moscou. T. XIII. 5.
Mémoires de la soc. nationale des sciences naturelles de Cherbourg. T. XIX.
Bulletin de l'acad. I. des sciences de S. Pétersbourg. XXII. 3.
Mémoires de la section des sciences de l'acad. de Montpellier. VIII. 4.
Annalen der K. K. Sternwarte in Wien. III. 25.
Notizblatt d. techn. Vereins zu Riga. 1875. 8. 9.
Riga'sche Industriezeitung. 1876. 10—12.
Tableau général des matières contenues dans les publications de l'acad. de S. Pétersbourg. I.
Sitzungsberichte d. Akad. d. Wissensch. (in Wien.) Abth. I. 72. 1—5. Abth. II. 72. 1—5. 73. 1—5. Abth. III. 71. 3—5. 72. 1—5.

Hayden, F. v. Report of the U. S. geol. survey. Vol. II.
Jahresbericht 29. d. Staatsackerbaubehörde v. Ohio. 1874.

C. Von Redactionen.

Der Naturforscher. 1876. 11.

D. Anschaffungen.

Fischer, Theobald. Beiträge zur physischen Geographie d. Mittelmeerländer. 8 Leipzig 1877.

Fatio, V. Faune des vertébrés de la Suisse. Vol. I. et III. 8 Genève et Bâle 1869—72.

Jahrbuch u. d. Fortschritte d. Mathematik. VI. 3.

Heuglin, Th. v. Reise in N. O. Afrika. 2 Bde. 8 Braunschweig 1877.

Günther, Siegmund. Ziele und Resultate d. neuern mathemat. hist. Forschung. 8 Erlangen. 1876.

Proceedings of the London mathemat. society. Vol. I—III. 8 London. 1866.

Violet-Le Duc, E. Le massif du Mont Blanc. 8 Paris. 1876.

Willkomm, M. et Go. Lange, Prodromus flor. Hispan. III. 2.

Darwin, Ch. The effects of cross and selffertilisation in the vegetable kingdom. 8 London. 1876.

Rohlfs, Expedition zur Erforsch. d. Libysch. Wüste. II.

Jahresberichte ü. d. Fortschritte d. Chemie. 1875. 1.

The transactions of the entomolog. soc. 1876. 3. 4.

Annalen d. Chemie u. Pharmacie. Bd. 183. 2. 3. 184. 1. 2.

The transactions of the Zool. soc. IX. 9.

Jan. Iconographie des Ophidiens. 48.

Schweiz. meteorolog. Beobacht. XII. 5. XIII. 3.

Nova acta regiae soc. scient. Upsaliensis. X. 1.

4) Herr Prof. Schulze hielt einen Vortrag über eine von ihm in Verbindung mit A. Urich ausgeführte Untersuchung der in den Runkelrüben enthaltenen stickstoffhaltigen Stoffe. Die Untersuchung hatte erstens den Zweck, die in den fleischigen Rübenwurzeln sich findenden Stickstoffverbindungen einzeln darzustellen und so weit als möglich der Quantität nach zu bestimmen. Die Verfasser fanden, dass die für die Untersuchung verwendete Rübensorte neben Ei-

weissstoffen relativ beträchtliche Mengen von Amiden (insbesondere Glutamin) und salpetersauren Salzen enthielt; in geringer Menge fanden sich daneben auch Ammoniaksalze und eine organische Base (Betain) vor. Zweitens suchten die Verfasser die Umwandlungen zu ermitteln, welche diese Stickstoffverbindungen im zweiten Vegetationsjahr der Rüben, während des sogenannten Austreibens, erleiden. Bekanntlich bringen es die Rüben im ersten Vegetationsjahre nicht zur Bildung von Blüthen und Samen, sondern bilden nur die fleischigen Wurzeln und die Blattkronen aus; wenn man die Wurzeln im folgenden Frühjahr in die Erde senkt, so beginnen sie bald auszutreiben und die Triebe bringen es zur Fruktifikation. Die Triebe bilden sich nun — wenigstens in der ersten Periode des Austreibens — hauptsächlich auf Kosten derjenigen Stoffe, welche im ersten Vegetationsjahr in den fleischigen Wurzeln aufgespeichert worden sind und welche man als Reservestoffe zu bezeichnen pflegt. Von den stickstofffreien Bestandtheilen der Wurzeln ist es namentlich der Zucker, welcher die Rolle eines Reservestoffs spielt. Durch frühere Untersuchungen, welche hauptsächlich an Zuckerrüben angestellt worden sind, ist nachgewiesen, dass der Zuckergehalt der Wurzeln während des Austreibens eine rasche Verminderung erfährt, indem ein grosser Theil desselben für die Bildung der Triebe verbraucht wird; und während des Reifens der Samenkörner verschwindet der Zucker vollständig aus den Wurzeln. Ueber das Verhalten der stickstoffhaltigen Wurzelbestandtheile während des Austreibens lagen bis dahin noch keine eingehenderen Untersuchungen vor. Die Verfasser haben nun nachgewiesen, dass es vorzugsweise die Amide, (Glutamin etc.) sind, welche aus den Wurzeln in die Triebe wandern und zur Ernährung derselben dienen; es ist anzunehmen, dass sie zur Bildung von Eiweissstoffen in den Trieben verwendet werden. Zu dem gleichen Zweck schien auch das Betain verbraucht zu werden; dasselbe verschwand während der zweiten Vegetationsperiode vollständig aus den Wurzeln. Dagegen schienen sich die in den Wurzeln enthaltenen Eiweissstoffe und salpetersauren Salze in weit geringerem Grade an der Ernährung der Triebe zu betheiligen.

4) Der Vortrag wurde von den HH. Prof. V. Meyer und C. Cramer bestens verdankt. Der letztere bemerkte: „Bei der geringen Diffusibilität der auch für das Pflanzenleben so wichtigen Eiweissstoffe war man bis vor Kurzem immer in einiger Verlegenheit, wenn es sich darum handelte, die im Innern der Pflanze nicht selten vorkommende Dislokation von Eiweissstoffen zu erklären. Das besonders reichliche Vorkommen von Eiweissstoffen in den zartwandigen, gestreckt zelligen Gewebeelementen der Gefässbündel wurde daher auch mit der geringen Durchgangsfähigkeit der Eiweissstoffe durch Membranen in Beziehung gebracht, indem man annahm, diese an Querwänden ärmeren Gewebe werden eben der Verbreitung der Eiweissstoffe relativ weniger Hindernisse in den Weg stellen. Die von Hrn. Prof. Schulze wiederholten und erweiterten Untersuchungen von Pfeffer über das Auftreten von Asparagin in keimenden Lupinen, sowie die neuesten Untersuchungen der HH. Schulze und Urich über die Runkelrüben lehren, dass die Eiweissstoffe der Pflanzen unter Umständen nicht bloss in leicht lösliche und diffusible andere stickstoffhaltige Stoffe überzugehen, sondern sich auch aus diesen wieder zu bilden vermögen und geben der Vermuthung Raum, dass Aehnliches noch bei vielen andern Pflanzen geschehe und befähigen uns mithin die Wanderungen der Eiweissstoffe im Innern der Pflanzen ebenso einfach als befriedigend zu erklären. Sie sind desshalb auch vom pflanzenphysiologischen Standpunkt aus auf's wärmste zu begrüssen."

5) Das Präsidium wies einige Proben der von Hrn. Photograph Ganz in Zürich zum Gebrauch für Unterrichtszwecke dargestellten Photographien auf Glas vor.

6) Herr Dr. Schoch-Bolley machte einige vorläufige Mittheilungen über die Eigenschaften des durch die neuen, glatten Mahlstühle dargestellten Mehles, über das Vorkommen des Klebers im Weizenkorn und die Bedeutung der Kleie. Er referirt darüber wie folgt: „Durch den Erfinder der neuen, glatten Mahlstühle, die das Weizenkorn nicht mehr zerreiben, sondern bloss quetschen, wurde ich veranlasst, das rendement dieser Walzenstühle zu untersuchen und fand darin:

1) Fast gänzliches Fehlen aller Hüllen des Kornes;

2) relativ sehr wenig Trümmer von Zellmembranen des Mehlkernes;

3) dass aus dem so gewonnenen, viel reinern Weissmehl gleich viel Kleber kann dargestellt (isolirt) werden, wie aus dem in gewöhnlichen Mühlen durch Steine zerriebenen Mehl.

»Daraus schliese ich zunächst, dass die unmittelbar unter dem endocarpium gelegene Schicht grosser prismatischer Zellen, welche unter dem Namen Kleberschicht bekannt ist, nicht vorwiegend Kleber enthält, denn diese Schicht wird bei ihrer festen Verbindung mit dem endocarpium durch die glatten Walzen nicht zertrümmert, sondern verbleibt in der Kleie. Ihr Inhalt scheint ein eingetrocknetes Protoplasma zu sein, das noch nicht die physikalische und also auch wohl nicht die chemische Natur des Klebers hat; hingegen ist sie wahrscheinlich die Bildungsstätte des Klebers. Der Kleber selbst ist in Form harter Körnchen zwischen den Stärkekörnern des Mehlkernes, also in den zartwandigen, stärkeführenden Zellen vertheilt, und zwar am meisten in den peripheren Partieen, am sparsamsten im Zentrum des Kornes. Es hängt nach allem, was bisher über die Härte der Weizensorten bekannt ist, diese Eigenschaft der Körner von der Quantität Kleber ab, welche im Mehlkerne deponirt ist, wenigstens ist noch kein anderes Moment entdeckt worden, das die verschiedenen Härtegrade erklären könnte. Die Ansicht, dass Kleienbrod nahrhafter sei als Weissbrod, weil ersterem die Kleberschicht mit sammt dem Endocarp und sarcocarpium beigemengt ist, wäre demnach sehr dubiös. Empfindliche Verdauungsorgane ertragen das Kleienbrod überhaupt nicht; es erzeugt Dyspepsie und oft Diarrhoe, weil die holzigen Hüllenbestandtheile, in feine Splitter zerrieben, die Magen- und Darmschleimhaut mechanisch reizen, dadurch einerseits eine Mehrsecretion von Verdauungssäften und anderseits eine vermehrte Peristaltik hervorrufen, Momente, die bei lädirter Mucosa verderblich, bei ganz gesunden Verdauungsorganen aber recht nützlich sein können.«

6) Herr Apotheker Weber wies noch geniessbares phosphorescirendes Fleisch vor.

B. Sitzung vom 29. Januar 1877.

1) In Verhinderung des Herrn Bibliothekars legt der Actuar die seit der letzten Sitzung eingegangenen Bücher vor:

(Ihr Verzeichniss folgt unter dem 12. Februar.)

2) Hr. Prof. Hermann hielt einen Vortrag über die von Flourens 1842 entdeckten, und besonders in den letzten Jahren vielfach studirten Bewegungserscheinungen nach Verletzung der Bogengänge des Ohrlabyrinths, und über die Versuche, dieselben und einige andere Erscheinungen (Schwindel nach passiven Drehungen, galvanischer Schwindel) durch Annahme eines besonderen Sinnesorganes für Wahrnehmung der Kopfstellung oder Kopfbewegungen zu deuten.

3) Herr Prof. V. Meyer wies einen von ihm konstruirten Apparat vor, der dazu dient, auf einfachste Weise und in kürzester Frist zu beweisen, dass ein verbrennender Körper, obwohl er für unser Auge kleiner wird, an Gewicht doch zunimmt: Auf den beiden Schalen einer Wage war je eine Stearinkerze und über der einen Kerze ein Glaszylinder mit kaustischem Natron angebracht worden. Beide Wagschalen befanden sich vor Beginn des Versuches im Gleichgewicht. Als aber die Kerze unter dem Zylinder mit Natron angezündet und während des Brennens kürzer wurde, senkte sich diese Schale schon im Lauf von 5° merklich in Folge der Condensation der Verbrennungsprodukte durch das Natron.

C. Sitzung vom 12. Februar 1877.

1) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von den Professoren L. Th. v. Siebold und Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXVIII. 1. 2.

Von dem Dept. of the Interior. Bureau of education.

Public libraries of the U. G. of America. P. I.

Von Prof. Dr. R. Wolf.

Astronomische Mittheilungen. X. L. I.

Von dem Eidgenössischen Eisenbahn- und Handels-Departement.

Rapport mensuel sur la ligne du St. Gotthard. 44. 47. 48.

B. Als Tausch gegen die Vierteljahrschrift.

Atti della società Toscana di scienze naturali. Vol. II. 2.

Verhandlungen der naturhist. Vereine d. preussischen Rheinlande. Jhrg. II. 2. III. 1.

Abhandlungen a. d. Gebiete der Naturwissenschaften. Herausgegeb. v. d. naturwissensch. Verein von Hamburg-Altona. VI. 2. 3.

Stettiner entomologische Zeitung. 1877. 1—3.

Proceedings of the R. Geograph. soc. Vol. XXI. 1.

Acta horti Petropolitani. T. III. Suppl. IV. 1. 2.

Neues Lausitzisches Magazin. L. II. 2.

Actes de la société Linnéenne de Bordeaux. T. XXXI. 1.

Monatsberichte d. preuss. Akademie der W. 1876. Sept., Oct.

Bulletin of the Buffalo soc. of sciences. III. 1. 2.

Notizblatt d. tech. Vereins zu Riga. 10.

Industrie-Zeitung d. „ „ „ 23. 24.

Atti della R. Accad. dei Lincei. 1876—77. Vol. I. 1. 2.

Carutti, Dom. Di Giov. Echio. 4 Roma. 1877.

Tschermak. Mineralog. Mittheilungen. 1876.

Nachrichten v. d. K. Gesellsch. der Wissensch. in Göttingen. 1876.

Mittheilungen d. Schweiz. entomolog. Ges. IV. 10.

Berichte d. naturwissensch. med. Vereins in Innsbruck. VI. 2.

Jahrbücher der k. k. Centralanst. f. Meteorologie. N. F. Bd. 11.

Zeitschrift d. Oesterreich. Gesellsch. f. Meteorologie. Bd. 10.

Bulletin de l'acad. des sc. de S. Pétersbourg. XXII. 4. XXIII. 1.

Verhandlungen des naturforsch. Vereins in Brünn. Bd. XIV.

Archivos de Museu nacional de Rio de Janeiro. Vol. I. 1.

Memoirs of the lit. and philos. soc. of Manchester. III. V.

C. Von Redactionen.

Berichte der Deutschen chemischen Gesellschaft. Jhrg. X. 1. 2.

Der Naturforscher I. 3—7.

Technische Blätter. VIII. 4.

D. Durch Kauf.

Geographisches Jahrbuch. Von Behm. VI. 8 Gotha 1876.
Mémoires de la soc. paléontologique Suisse. Vol. III.
Quatrefages et Hamy. Crania ethnica. Livr. 5.
Heer, O. Flora fossilis arctica. Bd. 4.
Lorinser, F. W. Die wichtigsten Schwämme. 8. fol. Wien. 1876.
Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der Mathematik. Bd. 1. 4.
Annalen der Chemie. 184. 3. 185. 1.
Berliner Astronomisches Jahrbuch f. 1879.
Jahrbuch u. d. Fortschritte d. Mathematik. VII. 1.

2) Vom Präsidium auf den von Committirten der Stadt Braunschweig zum Zweck der Errichtung eines Standbildes für C. Fr. Gauss erlassenen Aufruf aufmerksam gemacht, beschloss die Gesellschaft auf Antrag von Herrn Professor Wolf: Die Mitglieder der Zürcher naturforschenden Gesellschaft, welche geneigt sein mögen, sich durch einen Geldbeitrag zu betheiligen, durch das Zürcher Tagblatt einzuladen, ihren Beitrag im Lauf dieses Monats dem Quästorat einzusenden. Das Präsidium übernahm es, den Herrn Quästor zu ersuchen, die Sammlung später der Braunschweiger Kasse zu übermitteln.

3) Herr Dr. Schmidt, Dozent der Chemie am schweizerischen Polytechnikum und der Zürcher Universität wurde zur Aufnahme angemeldet.

4) Herr Prof. Ed. Schaer hielt einen Vortrag über die Chinarinden und ihre Kultur in Ostindien und referirt darüber wie folgt: „Zwei Thatsachen sind es, die in diesem Jahr 1877 eine Besprechung der Einführung und Kultur der Chinarinden in Ostasien, als einer bedeutungsvollen humanen Unternehmung von historischem Gesichtspunkte aus besonders rechtfertigen dürften; sind es doch nun 25 Jahre her, seit die erste zur Anpflanzung in holländisch Indien bestimmte junge Cinchonapflanze (im Jahr 1852) von einem Seehafen Hollands aus nach dem entfernten Batavia verschifft wurde, und ausserdem gelangten genau vor 10 Jahren, d. h. im Jahr 1867 die ersten Posten in Ostindien geernteter Chinarinden auf den Londoner Markt. Seither hat die Einfuhr von Chinarinden

asiatischer Kultur nach Europa stetig zugenommen und die Bedeutung, welche dieselben in den letzten Jahren auf den grossen Waarenauktionen in Amsterdam, London und Hamburg erlangt haben, beweisen zur Genüge, dass diese in der alten Welt versuchte Kultur einer der wichtigsten medizinischen Droguen, als ein ächtes Werk des Friedens schon erfreuliche Früchte getragen, und mancher Enttäuschung und Hindernisse ungeachtet, wohl für alle Zukunft, der leidenden Menschheit zu Nutz und Frommen lebensfähig bleiben wird. — Die Stammpflanzen der arzneilich verwertheten und zur Bereitung der Chininsalze benützten Chinarinden gehören als Repräsentanten der in ungefähr 40 Species zerfallenden Gattung „Cinchona“ zu jener grössern, über den ganzen Erdkreis verbreiteten Pflanzenfamilie der Rubiaceen, welche durch eine nicht geringe Zahl als Genussmittel, sowie auch medizinisch und technisch verwendeter Pflanzentheile (Café, Gambis-Catechu, Ipecacuanha, Chinarinden, europäische und ostindische Krappwurzel, chinesische Gelbschoten etc.) allgemeineres Interesse beansprucht. — Die bei der Gewinnung von Chinarinden in Frage kommenden Cinchonaarten bilden im Allgemeinen schlanke, schöngewachsene und reichbelaubte Bäume von variirender Höhe (30—120 Fuss), die, in kleineren und grösseren Beständen vereinigt, nach der Beschreibung aller Augenzeugen insbesondere während der Blüthezeit einen ebenso eleganten als wohlthuenden Anblick gewähren und während der verschiedenen Vegetationsperioden sich namentlich durch die rispenförmig vereinigten, von Weiss nach Purpur und Rosa schimmernden, angenehm riechenden, am Rande fein behaarten Blüthen, durch ihre grossen, tiefgrünen, oft prächtig carmoisin-gefleckten ovalen Blätter und endlich ihre länglichen, trockenen, stets von unten nach oben aufspringenden Fruchtkapseln (mit kleinen geflügelten, am Rande höchst zierlich gefranzten Saamen) eigenthümlich genug hervorheben. — Ist einerseits die Verbreitung der Cinchonen in senkrechter Richtung über der Erdoberfläche eine keineswegs unbeschränkte, insofern dieselben nur im Gebirgslande und zwar in einer durchschnittlichen Erhebung von 5—8000 Fuss auf dem Ostabhange der südamerikanischen Anden (partiell auch auf der

Westseite) vorkommen, so erstrecken sich dagegen diese Bäume in horizontaler Richtung über einen ziemlich weiten vom 10ten Grad nördlicher Breite und 25ten südlicher Breite begrenzten Bezirk, der die Staaten Venezuela, Neugranada, Ecuador, Peru und Bolivia zum grössten Theile umfasst, wenn dabei auch zu bemerken ist, dass der wichtigste District der Chinabäume nur einen Theil dieser Länder (d. h. vorzüglich Bolivia, Peru und Ecuador) beschlägt, immerhin aber einer Ausdehnung von ca. 2000 englischen Meilen in der Meridianrichtung entspricht. — Hierbei scheinen die characteristischen meteorologischen Verhältnisse der bezüglichen Gegenden, nämlich ausgiebige Abwechselung von Sonnenschein, Nebeln, Regengüssen und Gewittern bei anderseits nur sehr mässig schwankender Temperatur dem Wachsthum der Cinchonen besonders zuzusagen, während im Gegensatz zu klimatischen Bedingungen die geologisch-chemische Bodenbeschaffenheit von wenig sichtbarer Einwirkung auf die Entwicklung der Pflanzen, zumal auf den wichtigsten Faktor, die Erzeugung der heilkräftigen Alcaloide (Chinin u. a.) in der Rinde sein dürfte. — Unter den verschiedenen Cinchonaspecies und den zahlreichen davon entnommenen Chinarinden-Sorten, die theils von einzelnen bestimmten Cinchona-Arten, theils von mehreren derselben zugleich geliefert werden und deren eingehendere pharmakologische und botanisch-anatomische Besprechung als ein allzuspecielles Gebiet unterlassen wurde, sind es vornehmlich 8 Species, von denen vier als Stammpflanzen der wichtigeren officinellen (d. h. der medizinisch-pharmazeutisch verwendeten) Rinden, die übrigen vier als Quellen der geschätztesten Fabrikrinden (die ausschliesslich zur Darstellung des Chinins und einiger anderer Präparate dienen) besonderer Erwähnung verdienen. — Unter diesen liefern Cinchona lancifolia, C. Tucujensis, C. Pitayensis und C. Palton die wichtigsten sogenannten gelben Chinarinden, das Hauptmaterial zur Chininbereitung; unter den officinellen Rinden dagegen ist vor allem die geschätzte Königschina und ihre Stammpflanze Cinch. Calisaya, eine der edelsten Cinchonen, zu nennen, sodann C. succirubra, als Stammpflanze der früher öfter pharmaceutisch verwendeten „rothen" China; hinsichtlich der

an Chinin ärmsten, vorzüglich Cinchonin und Gerbstoff haltenden sogenannten „braunen“ oder „grauen“ Chinarinde ist zu bemerken, dass unter diesem Namen in England und Nordamerika besonders die Zweigrinden der Cinchona officinalis (Loxa-bark, Crown-bark), auf dem Continent aber die Rinden von C. micrantha und einiger verwandter Arten (als Huanuco-Sorte) zur Verwendung gelangen. Letztere Handelssorten finden fast keine Verwerthung als Fabrikrinden, während dagegen die Calisaya-Rinden und die rothen Rinden ihres meist hohen Alcaloidgehalts wegen in nicht unbedeutenden Quantitäten (d. h. jährlich zu ungefähr 15,000 Ballen à circa 100 Pfd.) auf Chinin und Cinchonidin verarbeitet werden. Die fabrikmässige Verwendung dieser beiden Rinden muss freilich als eine relativ geringfügige erscheinen, wenn man sich die nicht ganz leichte Aufgabe stellt annähernd die jährliche Production von Chinin, als dem wichtigsten Chinarindenpräparate zu berechnen. Hierbei ergibt sich an der Hand der zuverlässigsten Angaben, die durch statistische Aufzeichnungen und private Mittheilung geboten sind, dass durchschnittlich per Jahr aus circa 90,000—100,000 Suronen (aus Thierhäuten geformte Ballen) von etwa 100 Pfd. Nettogewicht, die sicherlich nicht unbeträchtliche Menge von 1800—2000 Centnern Chininsalzen (besonders schwefelsaures und salzsaures Chinin) in den Fabriken der Vereinigten Staaten, Englands, Deutschlands, Frankreichs und einiger anderer europäischer Länder producirt wird, eine Quantität, deren Handelswerth durch die runde Summe von 40 Millionen Franken ausgedrückt wird. Aus dieser einzigen Berechnung möchte wohl zur Genüge hervorgehen, dass das als Heilmittel mit Recht beliebte Chinin keine ganz untergeordnete Rolle im Welthandel spielt, wenn auch die Summen, die den Umsatz des eben so wichtigen Heilmittels, des Opiums, repräsentiren, in Folge der beträchtlichen Verwendung dieser Drogue als narcotisches Genussmittel eine weit bedeutendere Höhe erreichen. — Diese in so grossem Massstabe vor sich gehende Reindarstellung der wirksamen Bestandtheile der Chinarinden muss um so auffallender erscheinen, als kaum 40 Jahre seit der Entdeckung und darauf folgenden ersten fabrikmässigen Bereitung der Chinaalcaloide

verstrichen sind und überdiess der ausgedehnten medicinischen Verwendung dieser letzten ungeachtet, stetsfort in manchen Ländern noch sehr namhafte Mengen von Chinarinden unmittebar zu arzneilichem Gebrauche dienen. Wie weit übrigens diese arzneiliche Verwerthung unserer Drogue überhaupt zurückgeht, dürfte nicht eben leicht und sicher zu entscheiden sein, ist es doch, um nur einen der wichtigeren Punkte hervorzuheben, noch durchaus zweifelhaft, ob die Eingebornen der Cinchonen-Gegenden Südamerikas, insbesondere die Peruaner, schon vor der Invasion der Spanier (im 16. Jahrhundert) mit den heilkräftigen Eigenschaften der Rinden vertraut waren. Ebensowenig fehlt es an Unsicherheit hinsichtlich der Zeit und der Umstände, die mit den ersten erfolgreichen medicinischen Anwendungen und der nachherigen Verbreitung der Chinarinde als Arzneimittel verknüpft sind. Doch scheint unter den darauf bezüglichen Nachrichten diejenige am wenigsten bestritten, nach der um das Jahr 1640 die Gräfin Anna von Cinchon (Gemahlin des damaligen spanischen Vicekönigs von Peru) durch die Drogue von tödtlichem Fieber geheilt und daraufhin von der genesenen edlen Frau das neue Heilmittel mit freigebiger Hand an andere Kranke vertheilt, endlich auch nach Europa verbreitet worden ist. Verdankte daher die gepulverte, d. h. zu arzneilichem Zwecke bereitete Chinarinde in den ersten Zeiten ihrer Verbreitung jenem ersten Patienten die Bezeichnung „Polvo de la Condesa“, so muss andererseits daran erinnert werden, dass der späterhin nicht ohne Grund vielgeschmähte Orden der Jesuiten mit ausserordentlicher Energie sich der Einführung des Medicamentes bei Arm und Reich befliss und ganz besonders die relativ sehr frühe Verbreitung desselben durch Italien und Belgien bewirkte, ein Verdienst, das nicht weniger als dasjenige der Gräfin von Cinchon in dem längere Jahre hindurch gebräuchlichen Namen „Pulvis Jesuiticus“ seinen Ausdruck fand. Sicher ist, dass die Chinarinde schon in den Jahren 1640—1645 in Madrid und an andern Orten Spaniens bekannt war und dass höchst wahrscheinlich ihre Einführung als neues Heilmittel für Italien, Belgien und Frankreich 1645—1655, für England 1655—1660, für Deutschland 1660—1670 stattfand. Die stehende

gewöhnliche Bezeichnung in den damals allgemein lateinisch geschriebenen Arzneibüchern, medicinischen Schriften und Droguenverzeichnissen scheint „pulvis peruvianus", auch wohl „China Chinae" gelautet zu haben, und findet sich die Rinde schon 1677 officiell in der Londoner Pharmacopoe aufgenommen. — Die altherkömmliche, im Vaterlande der Cinchonen noch jetzt wenig modificirte und nach mehr als einer Richtung rohe Methode der Rindengewinnung, welche zumeist ohne rationelle staatliche Controle von Eingebornen (unter dem Namen „Cascarilleros") im Solde von Consortien und Privathändlern betrieben wird, musste seit geraumer Zeit unter allen einsichtigeren Fachmännern der Befürchtung Raum geben, dass allmälig eine Verminderung der wildwachsenden Cinchonen in deren eigenem Vaterlande eintreten und die üblichen grossen Zufuhren der wichtigen Rinden aus den Hauptseeplätzen Guajaquil, Callao, Arica, St. Marta und Puerto Cabello entsprechend zurückbleiben würden, was selbstverständlich im Laufe der Jahre eine enorme Vertheurung der Droguen herbeiführen müsste. — Nachdem schon vor abgelaufener Hälfte unseres Jahrhunderts von mehreren mit den Chinarinden und ihren Mutterpflanzen genau vertrauten Fachmännern, wie z. B. von dem trefflichen Weddell, John Eliot, Howard, Miquel u. A. auf die dringende Wünschbarkeit einer Anpflanzung der Cinchonen in andern passenden Welttheilen hingewiesen worden, wurde endlich im Jahr 1852 von Seiten der Niederlande die Angelegenheit ernstlich an die Hand genommen und in demselben Jahre, besonders durch Anregung des damaligen holländischen Colonial-Ministers Pahud der Botaniker Hasskarl nach Südamerika entsendet, um von dort Saamen und junge Pflanzen aus den werthvollsten Cinchonenarten zu erwerben und nach den holländischen Niederlassungen in Ostindien, zunächst nach Java zu schaffen. Im Jahre 1854 wurde zunächst in Tijbodas (südlich von Batavia) die erste Pflanzung in einer Höhe von 1500 Meter über Meer angelegt, späterhin jedoch ein District auf den Abhängen des mehr central gelegenen Gebirges Malawar als passender für die Hauptpflanzungen gewählt. — Nachdem Hasskarl die Leitung der Cinchonakultur auf Java aus Gesundheitsrücksichten

nur kurze Zeit geführt, folgte ihm 1855 als Director Junghuhn, während nach dessen Tode im Jahr 1864 van Gorkom die Direction übernahm und noch fortführt. Mannigfacher Art waren die Schwierigkeiten und unangenehmen Erfahrungen, welche die Holländer in dieser Sache auszuhalten hatten, und deren Grund theils in dem üblen Zustande der von Amerika nach Java gelangten Pflänzlinge, theils und ganz besonders in dem Umstande lag, dass eine anfangs als werthvolle Cinchonaart betrachtete und daher mit Eifer vermehrte Species sich bald als sehr gering, resp. fast gänzlich frei von Chinin erwies. Der Umstand, dass Anno 1863 in Java gegen 1,030,000 Exemplare dieser Cinchona, von Howard C. pahudiana genannt, dabei aber nur ca. 8000 Exemplare der guten C. Calisaya vorhanden waren, erregte die unliebsamsten Debatten im holländischen Parlament und eine ziemlich herbe Polemik zwischen holländischen und englischen Fachleuten, bis im Laufe der Jahre die vielgeschmähte und als „brandhout" (Brennholz) bezeichnete „pahudiana" in ihre Rechte als brauchbare officinelle Rinde (von ähnlicher Beschaffenheit wie die Loxa- und Huanucorinden) eingesetzt wurde. — Seither sind durch die Bemühungen der neueren Directoren, sowie besonders durch das Verdienst des Gelehrten Dr. De Vrij, der an Ort und Stelle klimatologische, chemische und botanische Studien in Sachen der Chinarindenkultur vornahm, die holländischen Pflanzungen auf Java in vortrefflichen Stand gebracht worden, und betrug schon Anno 1867 die Zahl der Cinchonen daselbst ca. 3 Millionen, davon etwa 1 Million „Calisaya" neben C. succirubra, lancifolia, officinalis und micrantha. Wesentlich glücklicher in den Anfängen war England, welches zum Theil schon aus den Erfahrungen in Java Nutzen ziehend, im Jahr 1855 die Cinchonafrage in Angriff nahm. Die Ueberführung der nöthigen Cinchonapflanzen und Samen nach Brittisch-Indien geschah durch den sehr thatkräftigen Clements Markham, den Botaniker Spruce und zwei gebildete Gärtner und wurden die 3 gegenwärtig in bestem Gedeihen befindlichen Pflanzungen 1° in Ootacamund, einem District der sogenannten blauen Berge (Nilgherries), in der Südspitze Vorderindiens, 2° in Hakgalla auf Ceylon und 3° bei Darjeeling

am Südabhange des Himalaya (brittische Provinz Sikkim) angelegt. Die Zahl der in diesen drei Bezirken gepflanzten Cinchonen betrug Anno 1866 circa 1,850,000, Anno 1872 über 5,200,000, wozu noch der Bestand mancher von der englischen Regierung geförderter Privatanlagen bei Travancore, in brittisch Burmah, im Punjab u. a. a. O. hinzukömmt. — Ohne Zweifel sind die ostindischen Cinchonaculturen auch nach wissenschaftlicher Richtung von wesentlichstem Interesse und versprechen noch reichste Belehrung, sowohl durch die chemischen Studien des Chemikers der englischen Culturen (Dr. Broughton) als namentlich durch weitere Verfolgung der eigenthümlichen von Director Mac Ivos in Ootacamund eingeführten Behandlungsweise der Bäume (nach partieller Gewinnung der Rinde), die als „mossing of the bark“ bekannt wurde und den durchschnittlichen Alcaloidgehalt der „Calisayarinde“ von 1,5—5 pCt. auf 8, 10, ja selbst 12 pCt. zu erhöhen vermag.“

5) Herr Prof. Dr. Lunge macht einige von Experimenten begleitete Mittheilungen über Eigenschaften und Fabrikation des sogenannten Hartglases.

D. Sitzung vom 26. Februar 1877.

1) Die mikroscopische Gesellschaft in Belgien wünscht mit unserer Gesellschaft in Tauschverkehr zu treten und hat einen Band ihrer Schriften eingesandt. Dem Wunsche wird bereitwilligst entsprochen.

2) Herr Dr. Schmidt wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

3) Herr Moritz Schröter, Privatdocent, meldet sich zur Aufnahme als ordentliches Mitglied der Gesellschaft.

4) Herr Prof. Weith hält einen Vortrag über „die Constitution der aromatischen Säuren.“

5) Herr Prof. V. Meyer schliesst hieran einige Bemerkungen zur Frage der Existenz ungesättigter Affinitäten.

E. Sitzung vom 12. März 1877.

1) Der Herr Präsident theilt mit, dass die öffentlichen Vorträge für die naturforschende Gesellschaft einen Reingewinn von 468 Franken ergeben haben.

2) Herr Privatdocent Moritz Schröter wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

3) Die Herren Privatdocent Dr. Gröbli und Architekt Mollet melden sich zur Aufnahme als ordentliche Mitglieder der Gesellschaft.

4) In Verhinderung des Herrn Bibliothekars wegen Krankheit, legt der Aktuar folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Von der Smithson. institution.

Congressional directory. 44.
First report of the Trustees of the publ. schools. 8. Washington.

Von der schweizerischen geologischen Commission.

Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. Liefg. 14.

Von dem Gouvernement von Niederländ. Indien.

Die Triangulation von Java. I. Von J. A. C. Oudemans. fol. Batavia 1875.

B. Als Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Hayden, F. v. Report of the U. S. geol. survey. Vol. 10.
Annual report of the U. S. geol. and geogr. survey. 1874.
Bulletin of the U. S. geol. and geogr. survey. Vol. II. 2. 5.
Proceedings of the Boston soc. of natur. hist. XVII. 3. 4. XVIII. 1. 2.
Memoirs of the Boston soc. of nat. hist. II. IV. 3. 4.
Occasinal papers of the Boston soc. of nat. hist. II.
Proceedings of the academy of natural sc. of Philadelphie 1875.
Bulletin of the Essex institute. Vol. VII.
The transactions of the academy of S. Louis. III. 3.
Publications of the Cincinnati observatory. 1. 1876.
Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt. XXVI. 4.
Bulletin de la soc. I. des naturalistes de Moscou. 1876. 3.
Monatsberichte der preuss. Akad. 1876. Nov.
Actes de la soc. Linnéenne de Bordeaux. T. 31. 2.
Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft. 1875—75.

Zeitschrift d. Deutschen geolog. Gesellschaft. XXVIII. 3.
Kawi Oorkonden in Facsimile.
Proceedings of the London mathemat. soc. 101—103.
Annual report of the trustees of the Museum of comparative Zoology. For 1874.

D. Anschaffungen.

Häckel, E. Biologische Studien. Heft 2.
Liebig's Annalen. Bd. 185. 2. 3.
Schweizerische meteorologische Beobachtungen. XIII. 4.

5) Herr Prof. Heim hält einen von Vorweisungen begleiteten Vortrag über den Mechanismus der Gesteinsumformung bei der Gebirgsbildung. Die hierher gehörenden Erscheinungen wie Biegung der Schichten, Druckschieferung, Streckung der Gesteine, gequetschte und zerrissene Versteinerungen, Rutschstreifen etc. erlangen ihre höchste Ausbildung in Gebirgen, und sind eine Folge derjenigen Kräfte, welche die Erdrinde gefaltet haben. Der Vortragende leistet durch zahlreiche Erscheinungen den Beweis, dass die gesteinsumformenden Kräfte an Material operirt haben, welches schon vollständig so fest und selbst so spröde war, wie das jetzige Gestein; dass also nicht etwa die Schichten zur Zeit ihrer Verbiegung weicher gewesen wären als jetzt, wie viele annehmen zu müssen geglaubt haben. Man hat von manchen Seiten eine innere Aufquellung der Gesteine durch chemische Umwandlungen als Ursache der Schichtenfaltung angenommen; allein in diesem Falle müssten die Formen der Biegungen ganz andere sein. Der Umstand, dass in den Alpen die Schichten an den gebogenen Stellen immer dicker sind, als an den Schenkeln der Falten, und ferner die Art wie die Faltung der verschiedenen Schichten eines Schichtensystemes von einander abhängig ist, beweist vielmehr, dass ein von aussen auf das ganze Schichtensystem einwirkender mechanischer Druck die Faltung und was damit zusammenhängt, erzeugt hat. Bruchlose Biegungen kommen bei den verschiedensten Gesteinsarten vor. Sie sind möglich, sobald der Druck, der auf das Gestein wirkte, allseitig grösser war, als die Festigkeit des Gesteines. Viele Gesteine sind durch solche mecha-

nische Vorgänge, wie sich durch mikroscopische Untersuchung nachweisen lässt, so durch und durch verändert, dass kein Kubikmillimeter Gestein seine ursprüngliche Lage zum daneben liegenden Kubikmillimeter beibehalten hat, sondern alles verschoben worden ist, indessen ohne dass der Zusammenhang verloren ging. In diesem Sinne können wir recht eigentlich von mechanischer Gesteinsmetamorphose sprechen.

6) Herr Prof. Cramer macht eine Mittheilung über das chinesische Reispapier. (A. Weilenmann.)

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung).

269) Krusenstern an Horner, Reval 1816. III. 1. (Fortsetzung). Sind Sie mit allem dem, was in Betreff Ihrer verfügt worden ist, zufrieden, welches in Folge einiger Aeusserungen von Ihnen geschah, wobey wir glaubten Ihre Wünsche zu erfüllen, obgleich auch unser Interesse, nemlich das Interesse unserer Marine und unser persönliches, d. h. Meines und Gammaley's, die wir Sie so sehr lieben, im Spiele ist, — kurz ist Ihnen dieser Ruf nicht zuwider, und Sie wünschen ihn anzunehmen (ich kann nicht umhin zu erwähnen, dass nicht nur dem Minister, als auch dem Kaiser es angenehm gewesen ist, Sie hier zu haben, weil bey der jetzigen Oeconomie die Creirung einer neuen Stelle, wie die eines Astronomen der Marine, uns so schwierig schien, dass wir kaum glaubten der Kaiser würde seinen Consens geben), so werden Sie vielleicht weniger ungern eine Bitte von mir anhören, die ich gemeinschaftlich mit meiner Frau an Sie ergehen lasse. Ohne alle weitere Einleitung besteht unsere Bitte darin, dass Sie uns einen Lehrer mitbringen sollen. Freilich kann Otto nur allein noch Schule haben, allein nach 3 Jahren wird auch Julius eines Lehrers bedürfen, und für Otto, der bald 8 Jahre alt ist, ist es schon die höchste Zeit. Meine Wünsche in Betreff eines Lehrers sind folgende: 1) Dass er aus der französischen Schweiz ist, damit der Unterricht nur französisch geschieht. Auch wir werden dabey profitiren, und da ich nun schon in P. lebe, ist es mir oft unan-

genehm die verdammte französische Sprache nicht wenigstens fertig zu sprechen. 2) Dass er in seinem Charakter ein Schweizer und kein Franzose sey, d. h. reell, solide, kein Windbeutel. 3) Dass er nicht ohne systematische Kenntnisse sey, wenigstens für den ersten gründlichen Unterricht. 4) Dass er die lateinische Sprache verstehe. 5) Dass er nicht kostbarer als 100 Ducaten jährlich sey, und dass er sich verbindlich mache 3 Jahre bey uns zu bleiben, nach welcher Zeit ich gerne erböthig bin ihm eine Zulage zu geben, wenn ich mit ihm zufrieden bin. — Es ist nicht wahrscheinlich dass sich in der Geschwindigkeit ein Subject finden sollte, das allen diesen Forderungen Genüge leistet; ich überlasse es aber Ihnen Modificationen zu treffen, die Sie für nothwendig finden. — Der Kaiser hat die Gnade gehabt mir die ganze Auflage meiner Reisebeschreibung zu schenken, obschon sich die Kosten auf 85.000 Rubel belaufen; es wird aber noch einige Jahre währen, bis ich einigen Profit daraus ziehe.

Horner an Krusenstern, Zürich 1810 III 13. Ich weiss nicht mehr wie ich in meinem vorigen Briefe mich ausgedrückt habe; aber Ihr gegenwärtiger Brief bringt mich auf die Vermuthung, dass ich mehr geschrieben habe als ich eigentlich wollte. Der ausserordentliche Eifer, mit welchem Sie meine Versetzung nach St. P. betreiben, macht mir nun die Ungeduld begreiflich, mit welcher die Meinigen ehemals meine Heimkehr betrieben. So sehr mich dieses Interesse freuen muss, so unangenehm wäre es mir, wenn ich denken müsste, dass es auf eine allzufeste Selbstüberredung von meiner Zurückkunft nach P. sich gründete. Ich bitte Sie daher mir gelegentlich zu melden, wie ich über diesen Punkt mich ausgedrückt habe. — So oft ich an eine Rückkehr nach P. dachte, so war es eigentlich, wie Sie aus meinem alten Widerwillen gegen das grandiose Wesen der Hibernischen Stadt wissen können, nicht das grosse Vergnügen dort zu leben, was mich lockte, sondern die Hoffnung, unter äusserlich und öconomisch erfreulichen Verhältnissen dort existirend, die Gelegenheit zu finden, den Seeminister für mein astronomisches Projekt zu interessiren; und ich war entschlossen in diesem Fall alles mögliche aufzubieten und keine Ruhe zu lassen, bis die Er-

füllung meiner Wünsche mir zugesagt wäre. . . . Den Aufenthalt in P., so viele und unter diesen so seltene und sehr geliebte Freunde ich dort besitze, sah ich immer als eine fatale Condizion an, und schon in Riga hätte es mir viel besser gefallen, weil ich glaube, dass die Leute dort das Leben besser verstehen als in P. Indem ich so beständig den blauen Ozean, und die Palmenwälder in Brasilien, und das glorieuse der südlichen Himmelsforschung als eine in ein paar Jahren mögliche und erreichbare Sache vor Augen hatte, konnte ich meine jetzige, durch locale Geschäfte gebundene Lage nach einem fast 12jährigen Genuss der Freyheit nicht angenehm finden; und gegen ein gründliches Mittel sie zu versüssen, d. h. ein häusliches Leben anzufangen, wozu ich nach Aller Versicherung viel Anlagen haben soll, sträubte ich mich, aller Anmuthungen der Meinigen ungeachtet, blos desswegen, weil ich mir damit alle Hoffnung selbst abschnitt je den Canopus wieder zu erblicken. . . . . Allein ein Wort Ihres Briefes wirft alle meine Pläne auf einmal um, und das ist das neue Système d'économie politique, — das schneidet, auch ohne die übrigen Schwierigkeiten, einer Expedition, die 50000 Rubel kosten soll, alle und jede Hoffnung ab. Also, es bleibt mir blos die unfruchtbare Aussicht übrig in der schönen Stadt zu leben, und ein nördliches Klima mit der Anmuth eines südlichen zu vertauschen. Eine solche Aussicht müsste aber sehr übergoldet werden, um schön genug zu seyn, besonders wenn man der Gränze der 40er Jahre näher rückt, und sich doch nicht daselbst niederlassen will; denn nach dem Sprüchwort, wer im 20. Jahr nichts weiss, im 30. nichts ist, im 40. nichts hat, der lernt nichts, wird nichts, und hat nichts. — Der wichtigste Reiz, den P. für mich haben könnte, ist, dass Sie und Krug dort leben; allein, ohne ein paar sehr brave, zuverlässige und instruirte Männer zu rechnen, so habe ich noch drey wackere Brüder, die mit ihren Weibern und Kindern mich nicht weniger lieben, und mir davon schon starke Proben gegeben haben. Freylich nehmen mir hier die öffentlichen Lehrstunden vor der Hand viel Zeit, aber wird dies im Seecorps weniger der Fall seyn? Freylich ist mein hiesiges Einkommen nur die Hälfte von dem, was Sie für mich bedungen

haben; aber ich lebe um mehr als die Hälfte wohlfeiler, und will ich meine Einkünfte vermehren, so brauche ich keine lucrative Stelle: ich darf nur thun, was ich der südlichen Reise wegen bis jetzt nicht wagen wollte, nämlich irgend eines der hiesigen hübschen Kinder mit 5, 6 und 10 tausend Pfd. Stlg. Vermögen heyrathen, die einem Seehelden wie mir nicht abschlägige Antwort geben. . . . . Hätte ich etwas von dem neuen System, welches nicht nur astron. Expeditionen, sondern auch die meisten nützlichen Anstalten erschweren wird, gewusst, so hätte ich Ihnen keine Hofnung gemacht nach P. zu kommen. Zudem, wenn man mir jetzt auch das doppelte Einkommen 5000 R. gäbe, so hätte ich doch blos so viel als in wolfeilern Zeiten, z. B. bey unsrer Ankunft in Petersburg jeder Professor auch hatte, d. h. nach wahrem Werth 2000 R. Ich sehe, dass ich unrecht gethan habe, Ihnen das wahre Motif meiner Lust zur Veränderung zu verbergen: aber es verbarg sich mir eigentlich selbst, und ich dachte es sey noch früh genug nachher die Hauptsache zu versuchen; denn ich hatte das gloriose, das Geld nicht achtende Russland im Sinne, nicht aber das Neuveränderte und eingeschränkte, das Preussen es nachthut. . . . . Wenn Ihre Bemühung auch nicht den Erfolg hat, der bezweckt wurde, so hat sie doch, ausser dem erfreulichen Beweis Ihrer Freundschaft, für mich den Nutzen, dass sie mich dem Minister bekannt macht und allenfalls dem Kaiser in Erinnerung bringt. Wer weiss, wozu noch Alles gut ist! Unser Herrgott führt die Leute und die Sachen wunderbar herum. Unsere Pflicht ist blos unser Thun so vernünftig einzurichten, als wir es einsehen: das Vernünftigste im Leben ist äusserer Wohlstand und innere Zufriedenheit. Zu der meinigen wird erfordert, dass ich mir nicht vorzuwerfen habe mich dem schönen Ziel, das ich in meinem Leben nicht aus dem Sinn verlieren werde, entzogen zu haben, so lange es noch auszuführen möglich schien, dass ich aber nicht meine besten Jahre verliere, um mich von falschen Vorzeichen des T. äffen zu lassen: beydes wird wohl durch Ihre Bemühung jetzt erreicht werden, und ich werde von einem ungewissen Herumtappen und Abwarten meiner Bestimmung zu irgend einem entscheidenden Schritte, auf welche Seite es sey,

endlich übergehen. Und dann ist, ich weiss es, meine Ruhe Ihnen eben so viel werth als meine Nähe; das nemliche bin ich auch von Krug überzeugt. Noch gilt mir, was ich im Winter 1806 so lebhaft fühlte, dass ich lieber am Cap Horn herumschaukeln wollte, als in der freudenlosen Stadt leben. Haben Sie daher mir statt einer Stelle in P. eine Seereise, so gefährlich sie sey, mit Ihnen vorzuschlagen, so bin ich Ihr Mann dazu.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1810 III 22. Ich habe Ihnen zwar erst vor 14 Tagen aus Reval geschrieben, welcher Brief den officiellen Ruf an Sie enthielt; ich finde es aber dennoch für nothwendig Ihnen noch heute ein paar Worte zu schreiben. Da ich es für nothwendig halte, Ihres besseren Auskommens wegen besonders, dass Sie wieder in die Academie eintreten, und Ihnen diess nicht besonders zuwider ist, so könnten Sie es, wenn auch nicht zur absoluten Bedingung machen, doch wenigstens äussern, dass Sie wünschten Ihre vorige Stelle bey der Academie einzunehmen, alsdann werden Sie auf namentlichen Befehl des Kaisers in die Academie aufgenommen, und nehmen Ihre vorige Stelle mit Ihrem Alter ein. Geschieht diess nicht und Sie werden durch Ballotiren aufgenommen, so könnte doch irgend Einer oder der Andere, sey's aus Malice oder aus Dummheit Ihnen einen schlimmen Streich bei der Aufnahme spielen; diesem also muss man zu entgehen suchen und dazu hilft ein Ukas am besten.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1810 IV 24. Leider bleibt uns nur eine geringe Hoffnung Sie bey uns zu sehn. Es scheint indess dass Sie glauben, ich sey in meinem Eifer zu weit gegangen. Ich muss die Stelle ganz copiren, aus welcher wir schlossen, es käme nur darauf an, dass man Ihnen gute Conditionen machte, und Sie würden gewiss herkommen. Leider sind wir unserer Sache zu gewiss gewesen; doch wer weiss wozu es gut gewesen ist. Hier ist die Stelle aus Ihrem Briefe: „Sie könnten ihm (Gammaley) gelegentlich als aus eigenem Antriebe zu verstehen geben, dass Sie glauben ich sey mit meiner Lage nicht ganz zufrieden, und vielleicht könnte man jetzt für mich das Seecorps erwerben. In der That, wenn man mir gute Conditionen

machte, würde ich es nicht scheuen, noch allenfalls auf ein Jährchen mich in dessen Dienst zu begeben. So kämen wir wieder ein bischen zusammen, und im Grund wäre es doch Schade, wenn meine in diesem Fache erworbenen Kenntnisse so ganz verloren gingen.“ Sie konnten wohl nicht zweifeln, dass man Sie gerne aufnehme, sobald Sie mir den geringsten Wunsch äusserten; dieses bewog uns also die Sache sogleich ernstlich zu betreiben. Sie sehen wohl ein, dass nach solchen Demarchen es sich nicht sogleich thun lässt dem Kaiser zu sagen Sie wollen nicht kommen. Wir werden also hier zunächst sagen, Sie würden gern diese Stelle annehmen, wenn Ihre Gesundheit Sie nicht daran hinderte. Und Sie selbst schreiben einen Brief, den man öffentlich zeigen kann, entweder mir, als Antwort auf den Ruf den Sie durch mich erhalten, oder auch an das Departement, oder an Gammaley, wo Sie allenfalls anführen können, dass während der Reise Ihre Gesundheit zu sehr gelitten hätte, dass sie es nicht wagen dürften nach einem so kalten und rauhen Klima zu kommen. Diess wird Sie nicht hindern eine ähnliche Stelle hier anzunehmen, so bald Sie diess für gut befinden sollten. Im entgegengesetzten Falle sind Sie frey. Auch wird man hier diese Stelle nicht besetzen. Sie ist nur Ihrentwegen creirt worden, und zu einer Zeit, wo man Bedenken trägt 100 Rbl. auszugeben. Ich liebe Sie zu sehr, als dass ich Sie zu etwas überreden sollte, was Ihnen gereuen könnte; daher werde ich Sie nicht, so gern ich Sie hier sähe, durch irgend etwas herlocken wollen. Dass an eine Reise nach Amerika jetzt gar nicht zu denken ist, sehen Sie wohl zu gut ein, indess auf den Fall dass wir uns wieder eines allgemeinen Friedens erfreuen sollten, wird Ihnen die Ausführung Ihres Plans nirgends so leicht werden als hier, da schon so viel vorgearbeitet ist, und da wäre es doch immer besser auf der Stelle zu seyn. Es eröffnet sich eine Aussicht für Sie durch den jetzigen Minister der Aufklärung, Graf Rasumoffsky aus Moskau, den Sie gewiss par Rénommée kennen. Ich sprach neulich mit ihm darüber. Der Plan gefiel ihm unendlich. Bloss der Krieg konnte ihn abhalten diese Expedition zu veranstalten, denn er ist im Stande sie auf eigene Kosten unternehmen

zu lassen. Er frug mich, ob ich mit Ihnen correspondire Auf meine affirmative Antwort sagte er: „Schreiben Sie ihm, dass er noch nicht alle Hoffnung aufgibt." Existirt Ihr Memoire noch darüber? Ich möchte es ihm gerne communiciren. Suchen Sie es mir doch zu verschaffen. Sobald R. es durchsetzen will, so wird der Krieg kein Hinderniss seyn. Ein so glorieuses Unternehmen wird England nicht stören dürfen. . . . . Ich grüsse Sie mein guter alter lieber Horner. Sie hätten mich sehr glücklich gemacht, wenn Sie gekommen wären. Doch wer weiss, was noch geschieht!

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1810 V 30. In allen Ihren Briefen erhalte ich Vorwürfe, die mir wehe thun würden, wenn ich sie zu verdienen glaubte. Ich kann mir keine unnöthige Geschwindigkeit vorwerfen. Ehe ich mit Gammaley sprach, zeigte ich Ihren Brief Krug, *) der mit mir vollkommen der Meinung war, dass Ihr Brief hinlängliche Veranlassung gebe einen Antrag Ihrentwegen zu machen. Es ist aber oft mein Schicksal gewesen, da, wo ich glaubte es recht gut gemacht zu haben, eines andern überführt worden zu seyn, und ich gebe gern zu, dass ich zu wenig Welt-Klugheit besitze, um mich nicht oft zu irren.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1810 VII 26. Ich habe Ihren Brief vom 28. Juni erhalten. Meine erste Sorge war zu Rasumoffsky zu gehen; allein es ist nicht so leicht Entrée bey den Ministern zu haben. Ich wollte ihn gern allein sprechen, und da musste ich mehrere Versuche machen ehe mir diess gelang. Es thut mir leid, dass ich nicht Ihrem Wunsche zufolge, eine categorische Antwort zu melden habe; ich hoffte, dass er die Expedition auf eigene Kosten ausrüsten würde, diess scheint aber vors Erste noch nicht der Fall zu seyn; übrigens sieht er das Nützliche und Glorreiche der Sache hinlänglich ein, und würde gewiss alles anwenden sie ausführen zu lassen. Er wollte mit dem Kaiser sprechen, leugnete aber nicht, dass es kaum zu erwarten wäre,

*) Ein gemeinschaftlicher Freund von Horner und Krusenstern, der sich durch s. Untersuchungen über die alte Morgenländische Geschichte bekannt machte.

dass bey den zerütteten Finanzen eine so kostbare Expedition unternommen werden würde. (5000 L. Strl. ist doch im Grunde eine wahre Misère; ein so nobles Unternehmen müsste bey dem schlechtesten Finanzzustande, wegen einer solchen Kleinigkeit nicht aufgegeben werden). Ich sagte ihm, dass Sie schon seit mehreren Jahren mit der Hofnung zu dieser Reise hingehalten werden, und dass Sie daher jetzt wünschten sobald als möglich etwas bestimmtes darüber zu erfahren. Er versprach es, und so muss man, denke ich, ihm ungefähr 2 Monate Zeit geben. Lässt er in dieser Zeit nichts von sich hören, so wird man wohl die Sache ganz aufgeben müssen, oder wollen Sie allenfalls nochmals selbst an ihn schreiben, und sich eine bestimmte Antwort von ihm ausbitten. Ich fürchte sehr, dass, wenn die Reise auf Kosten der Regierung bestritten werden soll, nichts daraus wird; R. muss sie aber auf eigene Kosten machen lassen, — vielleicht versteht er sich eher dazu, wenn ein Naturforscher diese Reise mitmachen und für ihn sammeln kann.

Horner an Krusenstern, Zürich 1810 VIII 12. Die Franzosen müssen nicht die Genauigkeit des Sextanten nach den schlechten Exemplaren beurtheilen, welche von franz. Künstlern, die meistens keine Hexenmeister sind, verfertigt und auf ihren anerkannt schlechten Theilmaschinen getheilt wurden. Lalande hat, wie er vor 11 Jahren in Gotha von der Genauigkeit der Sextanten durch die That, d. h. durch die genaue Uebereinstimmung von 6 Beobachtern: Zach, Bode, Köhler, Seyffert, Pistor und mir, überführt wurde, eingestanden, dass man in Frankreich die Sextanten nicht recht kenne. Man hatte sogar im damaligen Nationalinstitut die Beobachtungen des Astronomen David in Prag ihrer Genauigkeit wegen als supponirt erklärt, nur um seine Unkenntniss der Sachen zu verbergen, und weil jeder sich vor dem herschsüchtigen Borda, der von nichts als Kreisen träumte, fürchtet. Mit dem Sextanten, den ich auf dem Schiffe hatte, wollte ich mit jedem Spiegelkreise ohne Stativ die Wette eingehen, so hoch man wollte, in der nämlichen Zeit und unter den nämlichen Umständen, ein genaueres Resultat zu liefern. — Nach Paris gehe ich nicht, weil der Reisegefährte, mit welchem ich

gehen wollte, durch Krankheit und Geschäfte dies Jahr gehindert wird hinzugehen. Gegenwärtig befinde ich mich an einem Badeort, dessen Wasser für rheumatische Uebel vorzüglich gut ist. — Ich schliesse diesen Brief an Fuss ein; ich habe demselben einen Landsmann Namens Muralt empfohlen, den ich auch Ihrer Verwendung empfehle. Er ist als Prediger der reform. Gemeinde in P. angestellt und wird eine Pestalozzische Lehranstalt errichten. — Meine Lage ist noch die nämliche; ich weiss nicht ob ich gehen oder bleiben soll.

Benzenberg an Horner, Bern 1810 IX 28. Deine Epistel, der Koffer und alles war schon in Bern ehe ich anlangte. Ich bin in 4 Wochen 112 Stund zu Fuss gelaufen, — nach dem Gotthard, dem Rigi, dem Brünig, der Grimsel, Meyringen, Grindelwald, Lauterbrunnen, Thun und Bern. Morgen geht es nach dem Montblanc. Ich finde, dass nichts wohlthätiger für die Gesundheit als dieses Lauffen in den Bergen. Man wird wieder jung und kregel, wie bey uns die Bauern sagen. Es ist mir jetzt wieder so zu Muth als vor 12 Jahren, wo ich um diese Zeit auf dem Harze herum lief. — Ich wünschte, dass Du alter Kerl wieder auf den Wellen oder in Brasilien wärst, und nicht in der freien Reichsstadt Zürch, wo du vor jedem einfältigen Kerl aus Höflichkeit den Hut abziehen musst. Du hast zu viel in der Welt gesehen um dich in der schweizerischen Beschränktheit glücklich zu fühlen. — Hast du schon den grossen Theodoliten gesehen, den sie in Bern haben und nicht brauchen? Prof. Trexler*) sagte mir, dass er 250 Ldr. gekostet. Er ist noch grösser als der des Generals Roy. Es wäre ein herrliches Instrument eine Reihe von Triangel zu orientiren und es wundert mich dass Henry es nicht schon hiezu gelehnt hat.

Horner an Krusenstern, Zürich 1810 X 29. Dass aus meiner geliebten Hofnung, dem Gegenstand von 4jähriger Aufopferung an Zeit, Geld, Lebensgenuss, nichts wird, noch werden kann, davon habe ich mich letzthin überzeugt als ich in der Zeitung den Russ. Curs zu $8^1/_2$ s. bco angegeben fand. Es ist schade um eine in allem Betracht gute

*) Trechsel.

Parthie, die mir nun während meines Zögerns, ein anderer, der ihrer nicht werth ist, weggefischt hat. Doch ich denke in allem was mir wiederfährt: „Wer weiss, wozu das gut ist.“ Menschliches Thun und Hoffen kann irre führen. Es ist mir unverhoffter und unverdienter Weise in der Welt schon viel gutes zu Theil worden; es wird damit noch nicht aus seyn. — Was mich in Ihrem Briefe noch besonders erfreut hat, ist die Nachricht von Weltzin's Verheirathung. Ich nehme grossen Antheil an dem Glücke dieses Mannes, der mir desselben vor vielen andern fähig und werth schien, und ich ersuche Sie demselben, nebst meinen besten Grüssen, meine grosse Freude zu bezeugen und ihm zu sagen, dass ich seinem Beispiel bald zu folgen gedenke. Könnte ich Krug nur 30 procent mehr Gesundheit und eine sanfte stille Frau geben, so müsste er unverzüglich in den Ehestand. Denn ich bin und war schon längst überzeugt, dass es für Menschen von Herz und Gefühl nichts nothwendigeres und schöneres geben kann als ehliches Glück.

Nic. Fuss an Horner, St. Petersburg 1810 X 31. Sie haben nach meiner Ueberzeugung vollkommen klug und consequent gehandelt, sich nicht wieder hieher locken zu lassen. Krusenstern meint es recht gut und alle Ihre Freunde, worunter sich auch meine Wenigkeit zählt, wünschen es. Aber wem das Schicksal eine behagliche Lage im Vaterlande mit einem Zuschuss von 300 # Russischer Pension verliehen hat, welchen Ersatz kann dem Petersburg für das Opfer bieten, das er ihm mit Entsagung des ächten Lebens unter einem schönen Himmel, im Schoos von Blutsfreunden und unter einem so biedern Schlag von Menschen bringen müsste. Wäre ich jünger und nicht durch unauflösliche Bande an Petersburg gefesselt, wie gerne zöge ich nach Basel mit meinen Gehalten als Pension! Pallas, in günstigern Verhältnissen, ist kürzlich auch, mit seiner einzigen Tochter, nach einem 44jährigen Aufenthalt in Russland nach seiner Vaterstadt zurückgegangen, ohne sich um den niedrigen Werth des Rubels = $6^{2}/_{3}$ Groschen zu kehren.

Chr. von Mechel an Horner, Berlin 1810 XI 10. Heute müssen Sie ein paar Zeilen von mir haben, es sey

wenig oder viel. Denn wir haben schon gar zu lange nichts von Ihnen, seit dem letzten Schreiben von Baden vom 5. Aug. nichts mehr von Ihnen gehört, Sie aber oft in effigie im Nachen im Hafen von Peter und Paul fahrend gesehen, und zwar wo? im Gemälde vom lieben Freund Weitsch auf der Gemälde-Ausstellung der Kunst-Academie, welches als pendant zum Chimborazzo von Humbold der König bekommt. *) — Krusentern's und Ihre Welt-Umseglung erscheint bald bey Carl Spener als Taschenbuch wie Zimmermann's Taschenbuch. Er ist desswegen in grossem Briefwechsel mit Krusenstern, dessen sich Spener sehr belobt. An der Spitze erscheint ein gut gravirtes Porträt von Krusenstern; hätten wir noch ihr Bild bey Handen gehabt, so hätten wir Sie dazu gestochen. Sobald das Büchlein heraus ist, bekommen Sie ein Exemplar. — Der wackere Prof. Bode, der freundlich grüsst, wünscht von Ihnen astronomische, auch meteorologische Beobachtungen für sein jährliches Journal zu empfangen. Thun Sie's, wenn's Ihnen möglich ist, er ist ein gar zu guter lieber Mann.

Benzenberg an Horner, Stuttgart 1810 XII 15. Ich war 4 Tage bey Bohnenberger und Pfleiderer. Ein Uhrmacher Buzengeiger in Tübingen macht für 12 Carolin Chronometer, die, wie Bohnenberger versichert, bis auf 5^s den Tag sicher wären. — Bohnenberger hat eine nette Astronomie geschrieben, bey der er selbst im physischen Theile keine höheren Rechnungen gebraucht hat. Auch hat er eine kleine Schwungmaschine erfunden, mit der sich mehrere physische Probleme der Astronomie anschaulich machen lassen, z. B. die Ursache des Zurückbleibens der Aequinoktien. — Wurm ist so sehr in die lateinische, griechische und hebräische Sprache vertieft, dass er für die Astronomie wenig mehr thun kann. Cammerer habe ich noch nicht gesehen.

Bohnenberger an Horner, Tübingen 1811 I 17. Euer Wohlgeboren kann ich hiemit die Nachricht geben, dass Herr Buzengeiger wirklich einen sogenannten Vice-Chrono-

*) Ein 1808 von Friedr. Georg Weitsch, Hofmaler in Berlin, gemaltes Porträt Horner's ist der Stadtbibliothek in Zürich geschenkt worden. Vergl. deren Neujahrsblatt auf 1876.

meter verfertigt hat, welcher bis auf 5 bis 6 Sekunden täglich die Zeit hielt, und einer Kälte von — 7° Réaum. ausgesetzt nicht allein fortging, sondern auch seinen Gang nicht merklich änderte. Die Uhr hatte den Durchmesser einer grösseren Taschenuhr, aber ein etwas höheres cylindrisches Gehäus, weil das Echappement eine beträchtlichere Höhe erfordert. Herr Buzengeiger verspricht bis gegen das nächste Spätjahr eine solche Uhr zu liefern, wenn sie bald bestellt wird. Der Preis wird wenigstens nicht viel über 12 Carolin seyn. Er glaubt aber die versprochene Genauigkeit desto gewisser erreichen zu können, wenn er die Uhr grösser machen und dem Gehäuse einen Durchmesser von 3½ Pariser-Zollen geben dürfte. Das kleinste Stäubchen hat auf eine so kleine Uhr einen beträchtlichen Einfluss, und ist für sie eine beschwerliche Last. Eine grössere überwindet solche bey aller Sorgfalt unvermeidlichen Hindernisse leichter. Da die kleineren Chronometer ebenfalls nicht wie gewöhnliche Taschenuhren in der Hosentasche tragbar sind, so hat vielleicht diese Vergrösserung der Uhr für den Astronomen, welcher doch neben der Uhr noch andere Instrumente braucht, nichts zu bedeuten. So bald Sie mir ihren Entschluss werden mitgetheilt haben, soll die Uhr bestellt und in Arbeit genommen werden. — Meine Astronomie ist zwar gedruckt, und die Kupfer sind gestochen. Ich habe aber die Abdrücke der letztern noch nicht erhalten. Cotta wird das Buch auf die nächste Ostermesse liefern. Neues werden Sie nichts in demselben finden. Es ist zu Vorlesungen über die Astronomie bestimmt, und setzt daher blos Elementargeometrie, Trigonometrie und einige Sätze von den Kegelschnitten voraus. Von der praktischen Astronomie ist nur so viel erwähnt, als nöthig ist, die Art, wie die scheinbare Lage der Himmelskörper bestimmt werden kann, zu begreifen. Vielleicht liefere ich dazu eine praktische Astronomie, welche mir nicht scheint ohne theoretische Astronomie deutlich und in der gehörigen Ordnung vorgetragen werden zu können, wenn man die neuern genauen Werkzeuge beschreiben, ihren Gebrauch und ihre Berichtigung zeigen will. — Sie haben vergessen Ihre Adresse beizusetzen, und es bleibt mir daher nichts übrig als den

Brief an den Astronomen Horner zu adressiren, wie ich es mit meinem Freund Hassler in Aarau machte, welcher seine Briefe immer richtig erhielt. Es war mir sehr angenehm von Ihnen selbst zu erfahren, dass Sie sich meiner noch erinnern.

Horner an Krusenstern, Zürich 1811 I 25. Wer Deutschland kennt und den Lebensgenuss nicht in Hoffarth und Grossthun, sondern in ungeheuchelter warmer Freundschaftlichkeit sucht, dem muss dies Land und seine Individuen mit allen Fehlern ihrer politischen Erziehung doch lieb seyn, und wer ein Leben mit treuen guten Menschen noch durch eine freundliche Natur verschönern will, muss in die Schweiz gehen. — Das vorzügliche Interesse, welches sie in ihrem Werk *) gegen mich äussern, bringt mir bei meinen Mitbürgern, besonders den würdigern und unterrichtetern derselben, grosses Lob, und. macht den Meinigen grosse Freude. Sie wissen, dass es nur auf die Umstände angekommen wäre mich besser um Sie verdient zu machen; aber indem ich Ihr Lob mit Freuden ergreife, fühle ich das unverdiente desselben, wenn ich mich nur der Saumseligkeit erinnere, mit welcher ich zuweilen dem Nichtsthun oder einer Lieblingsbeschäftigung nöthige Arbeiten hintangesetzt habe. Es freut mich übrigens selbst unter den einfachern, weniger gebildeten meiner Mitbürger viele zu finden, welche fähig waren aus der schmucklosen Darstellung Ihrer Reisebeschreibung die edle, sanfte Gemüthsart, die Wahrheit und Menschenliebe des Verfassers zu erkennen. Das wirft dann einen vortheilhaften Rückglanz auf mich und ich zweifle, dass das Ensemble meiner Eigenschaften an irgend einem Ort der Welt besser passen, oder irgendwo mehr gelten würde als hier. (Forts. folgt).

[R. Wolf].

*) der Reisebeschreibung.

Spezielle Probleme über die Bewegung geradliniger paralleler Wirbelfäden.

Von

Dr. W. Gröbli.

(Schluss).

---

§ 8.

Im Bisherigen haben wir die Bewegung dreier Wirbelfäden für einige specielle Werthsysteme der Constanten m bestimmt. Dabei kamen wir bei verschiedenen Gelegenheiten zu besonders einfachen Bewegungen, welche gewissen particulären Lösungen der Differentialgleichungen entsprachen. Wir stellen uns nun noch die Aufgabe, einige particuläre Lösungen der Differentialgleichungen, durch welche die Bewegung dreier Wirbelfäden bestimmt ist, aufzusuchen, ohne den Grössen m bestimmte Werthe beizulegen. Wir werden nämlich gewisse Voraussetzungen über die Bewegung machen, untersuchen ob, und wenn ja unter welchen Bedingungen diese Voraussetzungen mit den Differentialgleichungen verträglich sind und in letzterem Falle die Differentialgleichungen integriren. Zunächst setzen wir voraus, es ändere das Dreieck der drei Wirbelfäden weder Gestalt noch Grösse, dann wollen wir annehmen, das Dreieck ändere seine Grösse, aber nicht die Gestalt, endlich machen wir die Voraussetzung, das Dreieck sei beständig gleichschenklig.

§ 9.

Das Dreieck der drei Wirbelfäden ändere weder Gestalt noch Grösse.

Damit die Differentialgleichungen 15) § 2 erfüllt seien, muss entweder das Dreieck gleichseitig sein, oder es müssen die drei Fäden in gerader Linie liegen.

Im ersten Falle dürfen wir, indem wir die Einheit der Länge passend wählen,

$$s_1 = s_2 = s_3 = 1 \qquad 1)$$

annehmen. Aus den Differentialgleichungen 17) ergibt sich

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\pi}; \qquad 2)$$

es rotirt somit das Dreieck der drei Wirbelfäden mit constanter Geschwindigkeit um den Schwerpunkt. Die Radien der Kreise, in welchen sich die Wirbelfäden bewegen, sind respective

$$\begin{aligned} \varrho_1 &= \frac{\sqrt{m_2^2 + m_2 m_3 + m_3^2}}{m_1 + m_2 + m_3} \\ \varrho_2 &= \frac{\sqrt{m_3^2 + m_3 m_1 + m_1^2}}{m_1 + m_2 + m_3} \\ \varrho_3 &= \frac{\sqrt{m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}}{m_1 + m_2 + m_3}. \end{aligned} \qquad 3)$$

Ist $m_1 + m_2 + m_3 = 0$, also der Schwerpunkt im Unendlichen, so bewegen sich die drei Fäden in parallelen Geraden, senkrecht zur Richtung nach dem Schwerpunkte hin, mit der Geschwindigkeit

$$\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}{2}}.$$

Im zweiten Falle empfiehlt es sich, die Differentialgleichungen 3) und 4) § 2 zu benutzen. Machen wir den

Schwerpunkt zum Anfangspunkt der Coordinaten und gestatten den Grössen ϱ, auch negative Werthe anzunehmen, so können wir

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = \vartheta \qquad 4)$$

setzen. Da nach Voraussetzung die Grössen ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 constant sind, so sind die Differentialgleichungen 3) erfüllt; die Gleichungen 4) gehen in die folgenden über

$$\begin{aligned} \pi \varrho_1 \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{m_2}{\varrho_1 - \varrho_2} - \frac{m_3}{\varrho_3 - \varrho_1} \\ \pi \varrho_2 \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{m_3}{\varrho_2 - \varrho_3} - \frac{m_1}{\varrho_1 - \varrho_2} \qquad 5) \\ \pi \varrho_3 \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{m_1}{\varrho_3 - \varrho_1} - \frac{m_2}{\varrho_2 - \varrho_3}. \end{aligned}$$

Diese Gleichungen multipliciren wir der Reihe nach mit den Factorensystemen

$$\begin{aligned} &m_1\,, \quad \frac{1}{\varrho_2 - \varrho_3}\,, \quad m_1 \varrho_1 \\ &m_2\,, \quad \frac{1}{\varrho_3 - \varrho_1}\,, \quad m_2 \varrho_2 \\ &m_3\,, \quad \frac{1}{\varrho_1 - \varrho_2}\,, \quad m_3 \varrho_3 \end{aligned}$$

und addiren jedesmal. Auf diese Weise ergeben sich die folgenden Gleichungen, welche die vorigen in allen Fällen ersetzen

$$\begin{aligned} 0 &= m_1 \varrho_1 + m_2 \varrho_2 + m_3 \varrho_3 \\ 0 &= \frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_3} + \frac{\varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_1} + \frac{\varrho_3}{\varrho_1 - \varrho_2} \qquad 6) \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \frac{1}{\pi} \frac{m_2 m_3 + m_3 m_1 + m_1 m_2}{m_1 \varrho_1^2 + m_2 \varrho_2^2 + m_3 \varrho_3^2}. \end{aligned}$$

Die beiden ersten dieser Gleichungen bestimmen die Verhältnisse der Grössen ϱ, aus der dritten ergibt sich dann die Winkelgeschwindigkeit. Jedem Werthsysteme der m

entsprechen drei Werthsysteme der Verhältnisse der ϱ, von denen mindestens eines reell ist. Zu jedem Werthsysteme der ϱ, das aber, der zweiten Gleichung 6) zufolge, nicht willkürlich angenommen werden darf, gehören unendlich viele Werthsysteme der Verhältnisse der m_1, m_2, m_3. Hervorzuheben sind noch einige Specialfälle.

1) Es seien zwei der Grössen m, etwa m_2 und m_3, einander gleich. Die beiden ersten Gleichungen 6) sind befriedigt für

$$\varrho_1 = 0, \; \varrho_2 + \varrho_3 = 0,$$

ausserdem existiren noch zwei Werthsysteme für die Verhältnisse der ϱ, welche aber nicht reell zu sein brauchen.

2). Es sei die Summe zweier der Constanten m gleich Null, z. B. $m_2 + m_3 = 0$. Man genügt den obigen Gleichungen durch

$$\varrho_1 = 0, \; \varrho_2 = \varrho_3;$$

in diesem Falle existirt aber nur noch ein Wirbelfaden. Daneben gibt es noch zwei Werthsysteme für die Verhältnisse der ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, welche reell oder imaginär sein können, je nach den Werthen der Grössen m.

3). Es sei

$$m_2 m_3 + m_3 m_1 + m_1 m_2 = 0. \tag{7}$$

Eine Lösung der Gleichungen 6) ist

$$\left.\begin{aligned} \varrho_1 : \varrho_2 : \varrho_3 = \frac{m_2 - m_3}{m_1} = \frac{m_3 - m_1}{m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_3} \\ \frac{d\vartheta}{dt} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

die drei Fäden bleiben also in Ruhe. Die beiden andern Werthsysteme der ϱ genügen den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} m_1 \varrho_1 + m_2 \varrho_2 + m_3 \varrho_3 &= 0 \\ m_1 \varrho_1^2 + m_2 \varrho_2^2 + m_3 \varrho_3^2 &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Aus diesen erhalten wir, wenn wir mit $\varkappa$ eine willkürliche Constante bezeichnen

$$\varkappa\varrho_1 = m_2 m_3(2m_1 - m_2 - m_3) + (m_2 - m_3)\sqrt{-m_1 m_2 m_3(m_1+m_2+m_3)}$$

$$\varkappa\varrho_2 = m_3 m_1(2m_2 - m_3 - m_1) + (m_3 - m_1)\sqrt{-m_1 m_2 m_3(m_1+m_2+m_3)} \quad 10)$$

$$\varkappa\varrho_3 = m_1 m_2(2m_3 - m_1 - m_2) + (m_1 - m_2)\sqrt{-m_1 m_2 m_3(m_1+m_2+m_3)}\,.$$

Die rechte Seite der dritten Gleichung 6) erscheint in der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$, man erhält den wahren Werth der Winkelgeschwindigkeit aus irgend einer der Gleichungen 5). Durch Combination dieser kann man sich leicht symmetrische Ausdrücke für $\frac{d\vartheta}{dt}$ herstellen; ein solcher Ausdruck ist z. B.

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{m_2 m_3 \varrho_1 + m_3 m_1 \varrho_2 + m_1 m_2 \varrho_3}{\pi(m_1+m_2+m_3)\varrho_1\varrho_2\varrho_3}\,. \quad 11)$$

4). Es sei

$$m_1 + m_2 + m_3 = 0\,. \quad 12)$$

Die beiden ersten der Gleichungen 6) sind befriedigt für $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho_3$ und zwar ist diese Lösung, welche für unser Problem keine Bedeutung hat, doppelt zu zählen. Aus der ersten Gleichung 6) ergibt sich

$$\frac{\varrho_2 - \varrho_3}{m_1} = \frac{\varrho_3 - \varrho_1}{m_2} = \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{m_3} \quad 13)$$

und nun geht die zweite dieser Gleichungen in

$$\frac{\varrho_1}{m_1} + \frac{\varrho_2}{m_2} + \frac{\varrho_3}{m_3} = 0 \quad 14)$$

über. Aus 14) und der ersten Gleichung 6) ergibt sich jetzt, wenn $\varkappa$ eine willkürliche Constante bedeutet,

$$\varrho_1 = \frac{m_2{}^2 - m_3{}^2}{m_2\, m_3}\, \varkappa$$
$$\varrho_2 = \frac{m_3{}^2 - m_1{}^2}{m_3\, m_1}\, \varkappa \qquad 15)$$
$$\varrho_3 = \frac{m_1{}^2 - m_2{}^2}{m_1\, m_2}\, \varkappa.$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist durch die Gleichung

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{1}{\pi \varkappa^2}\, \frac{m_1\, m_2\, m_3}{m_2\, m_3 + m_3\, m_1 + m_1\, m_2} \qquad 16)$$

bestimmt.

---

§ 10.

Das Dreieck der drei Wirbelfäden ändere seine Grösse, aber nicht seine Gestalt.

Aus den Gleichungen 15) § 2 ergibt sich zunächst, dass die Differentialquotienten

$$\frac{d(s_1{}^2)}{dt}, \quad \frac{d(s_2{}^2)}{dt}, \quad \frac{d(s_3{}^2)}{dt}$$

constant sein müssen. Den Fall, dass diese Differentialquotienten verschwinden, haben wir eben behandelt, das Dreieck ändert dann auch seine Grösse nicht. Bezeichnen wir mit λ_1, λ_2, λ_3 gewisse, noch näher zu bestimmende Constanten und verfügen über den Anfangspunkt der Zeit, so können wir schreiben

$$s_1{}^2 = \lambda_1\, t, \quad s_2{}^2 = \lambda_2\, t, \quad s_3{}^2 = \lambda_3\, t. \qquad 1)$$

Setzen wir diese Ausdrücke in die Differentialgleichungen 15) § 2 ein und dividiren dieselben der Reihe nach durch λ_1, λ_2, λ_3, so werden die linken Seiten sämmtlich gleich 1; durch Vergleichung der rechten Seiten folgt

$$m_1\,(\lambda_2 - \lambda_3) = m_2\,(\lambda_3 - \lambda_1) = m_3\,(\lambda_1 - \lambda_2). \qquad 2)$$

Diese Doppelgleichung lässt sich durch die drei Gleichungen

$$\begin{aligned}\lambda_2 - \lambda_3 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1}\,\mu\\ \lambda_3 - \lambda_1 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_2}\,\mu\\ \lambda_1 - \lambda_2 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3}\,\mu\end{aligned} \tag{3}$$

ersetzen, in welchen μ eine willkürliche Constante bedeutet. Addirt man diese Gleichungen, so ergibt sich zwischen den Grössen m die Bedingung

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} = 0, \tag{4}$$

welche auch unmittelbar aus der Gleichung

$$\frac{1}{m_1}\log s_1 + \frac{1}{m_2}\log s_2 + \frac{1}{m_3}\log s_3 = \text{const.}$$

hervorgeht. An Stelle der Grössen λ_1, λ_2, λ_3 führen wir drei neue Grössen μ_1, μ_2, μ_3 durch die Gleichungen

$$\lambda_1 = \mu\mu_1, \quad \lambda_2 = \mu\mu_2, \quad \lambda_3 = \mu\mu_3 \tag{5}$$

ein. Die Gleichungen 3) gehen dadurch in die nachfolgenden über

$$\begin{aligned}\mu_2 - \mu_3 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1}\\ \mu_3 - \mu_1 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_2}\\ \mu_1 - \mu_2 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3}.\end{aligned} \tag{6}$$

Unter der Voraussetzung, es bestehe zwischen den Constanten m die Bedingung 4), ist aber

$$\begin{aligned}\frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1} &= -\frac{m_3 - m_1}{m_2} + \frac{m_1 - m_2}{m_3}\\ \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_2} &= -\frac{m_1 - m_2}{m_3} + \frac{m_2 - m_3}{m_1}\\ \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3} &= -\frac{m_2 - m_3}{m_1} + \frac{m_3 - m_1}{m_2}\end{aligned} \tag{7}$$

und aus 6) und 7) erhellt die Richtigkeit der folgenden Gleichungen

$$\mu_1 = a - \frac{m_2 - m_3}{m_1}$$
$$\mu_2 = a - \frac{m_3 - m_1}{m_2} \qquad 8)$$
$$\mu_3 = a - \frac{m_1 - m_2}{m_3},$$

in denen a eine willkürliche Constante bedeutet. Da die Grössen μ_1, μ_2, μ_3 alle das nämliche Vorzeichen besitzen, muss die Constante a entweder grösser sein als der grösste der Ausdrücke

$$\frac{m_2 - m_3}{m_1}, \quad \frac{m_3 - m_1}{m_2}, \quad \frac{m_1 - m_2}{m_3}$$

oder kleiner als der kleinste derselben. Mit Rücksicht auf die Gleichungen 1), 5) und 6) ergibt sich nun aus irgend einer der Gleichungen 15) § 2 für μ der Ausdruck

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\pi} \frac{\sqrt{2\mu_2\mu_3 + 2\mu_3\mu_1 + 2\mu_1\mu_2 - \mu_1^2 - \mu_2^2 - \mu_3^2}}{\mu_1\,\mu_2\,\mu_3}. \qquad 9)$$

Damit sind diese Gleichungen befriedigt.

Zwischen den Grössen ϱ und s bestehen nach 12) § 2 die Gleichungen

$$(m_1 + m_2 + m_3)\,\varrho_1^2 = (m_2 + m_3)\,s_1^2$$
$$(m_1 + m_2 + m_3)\,\varrho_2^2 = (m_3 + m_1)\,s_2^2 \qquad 10)$$
$$(m_1 + m_2 + m_3)\,\varrho_3^2 = (m_1 + m_2)\,s_3^2.$$

Aus den Gleichungen 17) § 2 ergibt sich nun

$$d\vartheta_1 = d\vartheta_2 = d\vartheta_3 = \frac{\varkappa}{2}\,\frac{dt}{t}, \qquad 11)$$

wobei zur Abkürzung

$$\varkappa = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\pi} \frac{2a^2 + \frac{(m_2 - m_3)(m_3 - m_1)(m_1 - m_2)}{m_1\,m_2\,m_3}\,a - 3}{\mu\,\mu_1\,\mu_2\,\mu_3} \qquad 12)$$

gesetzt wurde. Definiren wir ϑ durch die Gleichung

$$\vartheta = \frac{\varkappa}{2}\log t, \qquad 13)$$

so folgt aus 11)

$$\vartheta_1 = \vartheta + \alpha_1\,, \quad \vartheta_2 = \vartheta + \alpha_2\,, \quad \vartheta_3 = \vartheta + \alpha_3\,. \qquad 14)$$

Von den drei Constanten α_1, α_2, α_3 kann eine willkürlich angenommen werden, die beiden andern sind dann durch die Gleichungen 11) § 2 bestimmt und durch die Bedingung, dass man das Dreieck der drei Fäden in positivem oder negativem Sinne umfahren muss, um der Reihe nach zu den Fäden 1, 2, 3 zu gelangen, je nachdem man die in 9) vorkommende Wurzel mit negativem oder positivem Zeichen nimmt.

Aus 1), 10), 13) und 14) ergeben sich die Gleichungen der Bahnen, welche von den Fäden beschrieben werden, nämlich

$$\begin{aligned} \varrho_1 &= \sqrt{\frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3}\,\mu\mu_1}\; e^{\frac{\vartheta_1 - \alpha_1}{\varkappa}} \\ \varrho_2 &= \sqrt{\frac{m_3 + m_1}{m_1 + m_2 + m_3}\,\mu\mu_2}\; e^{\frac{\vartheta_2 - \alpha_2}{\varkappa}} \qquad 15) \\ \varrho_3 &= \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\,\mu\mu_3}\; e^{\frac{\vartheta_3 - \alpha_3}{\varkappa}}\,. \end{aligned}$$

Die Bahnen sind, diesen Gleichungen zufolge, logarithmische Spiralen und zwar können alle drei durch Drehung um den Anfangspunkt mit einander zur Deckung gebracht werden.

Bei gegebenen Werthen der Grössen m sind, da a eine willkürliche Constante bedeutet, unendlich viele Gestalten des Dreiecks möglich. Das Dreieck ist rechtwinklig, wenn a einer der Grössen

$$-\frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3}\,, \quad -\frac{m_3 - m_1}{m_3 + m_1}\,, \quad -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

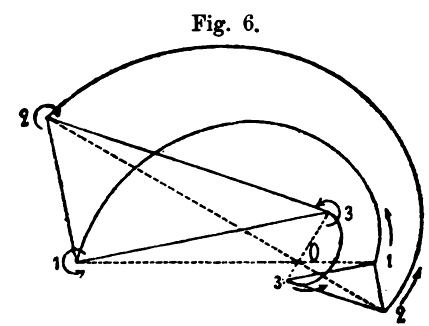
gleich ist, von denen stets zwei die Bedingungen erfüllen,

denen a unterworfen ist. Die gleichschenklige Gestalt des Dreiecks ist unmöglich.

Figur 6 entspricht den Annahmen

$$m_1 : m_2 : m_3 = 3 : -2 : 6$$
$$a = 2.$$

Fig. 6.



Bei passender Wahl der Zeiteinheit erhält man

$$s_1^2 = 28\,t, \quad s_2^2 = 21\,t, \quad s_3^2 = 7\,t;$$
$$\varrho_1^2 = 16\,t, \quad \varrho_2^2 = 27\,t, \quad \varrho_3^2 = t;$$

$$\varrho_1 = 4\,e^{\frac{\sqrt{3}}{5}(\vartheta_1 - \alpha_1)}$$

$$\varrho_2 = 3\sqrt{3}\,e^{\frac{\sqrt{3}}{5}(\vartheta_2 - \alpha_2)}$$

$$\varrho_3 = e^{\frac{\sqrt{3}}{5}(\vartheta_3 - \alpha_3)};$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_3 = \alpha_2 - \alpha_3 = \frac{\pi}{2}$$

$$\vartheta_3 - \vartheta_1 = \alpha_3 - \alpha_1 = -\frac{2\pi}{3}$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = \alpha_1 - \alpha_2 = \frac{\pi}{6}.$$

---

§ 11.

Das Dreieck der drei Wirbelfäden sei beständig gleichschenklig.

Wir wollen annehmen es sei $s_2 = s_3$. Aus der ersten Gleichung 15) § 2 ergibt sich $\frac{d(s_1^2)}{dt} = 0$. Verfügt man über die Einheit der Länge, so darf man

$$s_1 = 1 \tag{1}$$

setzen. Die linken Seiten der zweiten und dritten Gleichung 15) sind einander gleich, damit es auch die rechten Seiten seien, muss zwischen den Grössen m die Bedingung

$$m_2 + m_3 = 0 \tag{2}$$

bestehen und dann ergibt sich

$$-\frac{m_2}{\pi} dt = \frac{s_2^2 \, d(s_2^2)}{(s_2^2 - 1)\sqrt{4 s_2^2 - 1}}. \tag{3}$$

Durch Integration dieser Gleichung folgt, bei passender Bestimmung der Integrationsconstanten,

$$\begin{aligned} \frac{2m_2}{\pi} t &= -\sqrt{4 s_2^2 - 1} + \frac{2}{\sqrt{3}} \log\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{4 s_2^2 - 1}}{\sqrt{3} - \sqrt{4 s_2^2 - 1}}\right), \quad \frac{1}{2} \leqq s_2 < 1 \\ \frac{2m_2}{\pi} t &= -\sqrt{4 s_2^2 - 1} + \frac{2}{\sqrt{3}} \log\left(\frac{\sqrt{4 s_2^2 - 1} + \sqrt{3}}{\sqrt{4 s_2^2 - 1} - \sqrt{3}}\right), \quad 1 < s_2 < \infty. \end{aligned} \tag{4}$$

Aus den Gleichungen 12) § 2 erhält man

$$\begin{aligned} \varrho_1^2 &= \frac{m_2^2}{m_1^2} \\ \varrho_2^2 &= s_2^2 + \frac{m_2(m_2 - m_1)}{m_1^2} \\ \varrho_3^2 &= s_2^2 + \frac{m_2(m_2 + m_1)}{m_1^2}. \end{aligned} \tag{5}$$

Der ersten dieser Gleichungen zufolge bewegt sich der Faden 1 in einem Kreise, dessen Mittelpunkt mit dem Schwerpunkte der Wirbelfäden zusammenfällt.

Die erste Gleichung 17) § 2 geht über in

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{m_1}{\pi}\frac{1}{s_2^2}.$$

Durch Elimination von t aus dieser Gleichung und aus 3) ergibt sich

$$d\vartheta_1 = -\frac{m_1}{m_2}\frac{d(s_2^2)}{(s_2^2-1)\sqrt{4s_2^2-1}} \tag{6}$$

und nun durch Integration und passende Wahl der x-Axe

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= \frac{m_1}{m_2\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4s_2^2-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{4s_2^2-1}}\right), \quad \frac{1}{2} \leqq s_2 < 1 \\ \vartheta_1 &= \frac{m_1}{m_2\sqrt{3}}\log\left(\frac{\sqrt{4s_2^2-1}+\sqrt{3}}{\sqrt{4s_2^2-1}-\sqrt{3}}\right), \quad 1 < s_2 < \infty. \end{aligned} \tag{7}$$

Mittelst der Formeln 11) § 2 ergeben sich für ϑ_2 und ϑ_3 die Gleichungen

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= \vartheta_1 - \operatorname{arctg}\left(\frac{m_1}{2m_2-m_1}\sqrt{4s_2^2-1}\right) \\ \vartheta_3 &= \vartheta_1 - \operatorname{arctg}\left(\frac{m_1}{2m_2+m_1}\sqrt{4s_2^2-1}\right). \end{aligned} \tag{8}$$

Ersetzt man hierin, den Gleichungen 5) gemäss, s_2 durch ϱ_2 respective ϱ_3, so erhält man die Gleichungen der Bahnen, welche die Fäden 2 und 3 durchlaufen. Diese Bahnen sind Spiralen, die Kreise

$$\begin{aligned} \varrho_2^2 &= \frac{m_1^2 - m_1 m_2 + m_2^2}{m_1^2} \\ \varrho_3^2 &= \frac{m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}{m_2^2} \end{aligned} \tag{9}$$

sind asymptotische Kreise derselben; für $s_2 > 1$ sind überdiess die Geraden

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{2m_1^2 - m_1 m_2 + m_2^2}{m_1^2} \\ x_3 &= \frac{2m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}{m_2^2} \end{aligned} \tag{10}$$

Asymptoten. Hervorzuheben ist noch der Fall $2\, m_2 = m_1$; es ist dann $\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{\pi}{2}$. Im Uebrigen möge das § 5 für $m_2 = m_1$ Gesagte genügen.

---

§ 12.

Im Bisherigen kamen wir zweimal zu Lösungen der Differentialgleichungen für die Bewegung dreier Wirbelfäden, denen eine Bewegung der Wirbelfäden in parallelen geraden Linien entsprach. Es waren diess die Fälle, § 4 und § 9,

$$m_1 = m_2 = -m_3\,, \qquad m_1\,\varrho_1^2 + m_2\,\varrho_2^2 + m_3\,\varrho_3^2 = 0$$

und

$$s_1 = s_2 = s_3\,, \qquad m_1 + m_2 + m_3 = 0.$$

Die Aufgabe, alle Bewegungen zu bestimmen, bei denen die Bahnen parallele Gerade sind, lässt sich mittelst der Differentialgleichungen 1) § 2 leicht erledigen und dahin beantworten, dass die eben erwähnten die einzigen sind.

Ebenso lässt sich die Frage nach solchen Lösungen der Differentialgleichungen beantworten, bei denen das Dreieck der drei Wirbelfäden stets rechtwinklig sein soll. Die beiden § 4 und § 10 gefundenen sind die einzigen.

Hiermit verlassen wir das Problem der Bewegung dreier Wirbelfäden, und gehen dazu über, die Bewegungen von vier Wirbelfäden, unter Voraussetzung einer Symmetrieebene, zu bestimmen.

Ueber die Bewegung von vier Wirbelfäden, unter Voraussetzung einer Symmetrieebene.

§ 13.

Für die Bewegung in der $x\,y$-Ebene ist eine Symmetrieaxe vorhanden. Wir machen diese zur y-Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems, dessen Anfangspunkt wir willkürlich in ihr annehmen. Es seien 1, 2, 3, 4 die vier Fäden und zwar 3 und 4 die symmetrisch zu 1 und 2 gelegenen. Dann ist

$$\begin{aligned} x_3 &= -x_1\,, \qquad & x_4 &= -x_2 \\ y_3 &= y_1\,, \qquad & y_4 &= y_2\,. \end{aligned} \qquad 1)$$

Damit die Voraussetzung, es solle die y-Axe Symmetrieaxe der Bewegung sein, mit den Differentialgleichungen 2) § 1 verträglich sei, müssen die durch Gleichung 1) § 1 definirten Grössen m den Bedingungen

$$m_1 + m_3 = 0\,, \qquad m_2 + m_4 = 0 \qquad 2)$$

genügen und zwar sind diese Bedingungen auch hinreichend.

Von den vier allgemeinen Integralen

$$\begin{aligned} \Sigma\, m_1\, x_1 &= \text{const.}\,, \qquad & \Sigma\, m_1\, y_1 &= \text{const.} \\ \Sigma\, m_1\, \varrho_1^{\,2} &= \text{const.}\,, \qquad & P &= \text{const.} \end{aligned}$$

werden die beiden mittlern hinfällig, indem die linken Seiten identisch verschwinden. Das erste Integral wird

$$m_1\, x_1 + m_2\, x_2 = \text{const.} \qquad 3)$$

und spricht den Satz aus, dass der Schwerpunkt der Fäden 1 und 2 sich parallel der y-Axe bewegt. Da Alles was für 1 und 2 gilt, in entsprechender Weise für 3 und 4 seine Gültigkeit hat, so werden wir in der Folge nur von den Fäden 1 und 2 reden. Mit Benutzung der Gleichungen

$$\begin{aligned} \varrho_{12}^2 = \varrho_{34}^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \\ \varrho_{14}^2 = \varrho_{23}^2 &= (x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \\ \varrho_{13}^2 = 4 x_1^2 , &\qquad \varrho_{24}^2 = 4 x_2^2 \end{aligned} \tag{4}$$

ergibt sich aus dem letzten der obigen Integrale die Gleichung

$$\left\{ \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right\}^{m_1 m_2} \frac{1}{x_1^{\,m_1 m_1} x_2^{\,m_2 m_2}} = \text{const.} \tag{5}$$

Die Differentialgleichungen

$$m_1 \frac{d x_1}{d t} = \frac{\partial P}{\partial y_1}, \quad m_1 \frac{d y_1}{d t} = - \frac{\partial P}{\partial x_1}$$

gehen über in

$$\begin{aligned} \frac{d x_1}{d t} &= - \frac{m_2}{\pi} (y_1 - y_2) \left(\frac{1}{\varrho_{12}^2} - \frac{1}{\varrho_{14}^2} \right) \\ \frac{d y_1}{d t} &= - \frac{m_2}{\pi} \left(\frac{x_1 - x_2}{\varrho_{12}^2} - \frac{x_1 + x_2}{\varrho_{14}^2} \right) - \frac{m_1}{\pi} \frac{1}{2 x_1}. \end{aligned} \tag{9}$$

Mittelst der Gleichungen 3) und 5) können die Grössen x_2 und $y_1 - y_2$ durch x_1 ausgedrückt werden und da die Gleichungen 6) die Grössen y_1 und y_2 nur in der Verbindung $y_1 - y_2$ enthalten, so gehen sie in Gleichungen von der Form

$$\frac{d x_1}{d t} = f_1(x_1), \quad \frac{d y_1}{d t} = f_2(x_1) \tag{7}$$

über. Aus diesen folgt durch Elimination von t

$$\frac{d y_1}{d x_1} = f_3(x_1). \tag{8}$$

Durch Quadratur erhält man aus 8) und der ersten Gleichung 7) y_1 und t als Function von x_1. Die Bewegung des ersten Fadens ist damit bestimmt, nach 3) und 5) auch diejenige des Fadens 2.

Die wirkliche Ausführung aller dieser Rechnungen ist in geschlossener Form nur für specielle Werthe der

Grössen m_1 und m_2 möglich. Die einfachste Annahme, die man über m_1 und m_2 treffen kann, ist

$$m_1 = m_2; \tag{9}$$

die ihr entsprechende Bewegung wollen wir nun bestimmen.

---

§ 14.

Für $m_1 = m_2$ geht Gleichung 3) in

$$x_1 + x_2 = \text{const.}$$

über. Die Constante ist entweder gleich Null, oder von Null verschieden. Im letztern Falle kann man durch passende Wahl der Längeneinheit bewirken, dass sie einen speciellen Werth erhält. Hat die Constante den Werth Null, so existirt noch eine zweite Symmetrieaxe, parallel der x-Axe. Da wir später allgemein die Bewegung bestimmen werden für $2n$ Wirbelfäden, unter Voraussetzung von n Symmetrieebenen, so können wir davon absehen, den Fall besonders zu behandeln, in welchem die genannte Constante verschwindet. Geben wir nun der Constanten den Werth 2, so lässt sich die obige Gleichung ersetzen durch die beiden Gleichungen

$$x_1 = 1 + x, \qquad x_2 = 1 - x, \tag{10}$$

in denen x die Abscisse von 1 bedeutet in Bezug auf ein Coordinatensystem, dessen Ordinatenaxe die Gerade ist, in welcher sich der Schwerpunkt von 1 und 2 bewegt. Bezeichnet λ eine willkürliche, positive oder negative Constante, so lässt sich Gleichung 5) schreiben

$$\frac{(y_1 - y_2)^2 + 4x^2}{(y_1 - y_2)^2 + 4} \, \frac{1}{1 - x^2} = \frac{1}{\lambda}$$

und hieraus folgt

$$(y_1 - y_2)^2 = 4 \frac{1-(\lambda+1)x^2}{\lambda - 1 + x^2}$$

$$\varrho_{12}{}^2 = 4x^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \frac{(1-x^2)^2}{\lambda - 1 + x^2} \qquad 11)$$

$$\varrho_{14}{}^2 = 4 \quad + (y_1 - y_2)^2 = 4 \frac{\lambda(1-x^2)}{\lambda - 1 + x^2}.$$

Wir wollen m_1 als positiv voraussetzen. Durch passende Wahl der Zeiteinheit können wir auch der Grösse m_1 einen speciellen Werth ertheilen, wir wollen $m_1 = m_2 = 2\pi$ annehmen. Die erste der Gleichungen 6) wird nun, da $dx_1 = dx$,

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{(\lambda - 1 + x^2)^{3/2}(1-(\lambda+1)x^2)^{1/2}}{\lambda(1-x^2)^2} \qquad 12)$$

und hieraus folgt

$$t = -\int \frac{\lambda(1-x^2)^2\, dx}{(\lambda - 1 + x^2)\sqrt{(\lambda - 1 + x^2)(1-(\lambda+1)x^2)}}. \qquad 13)$$

Die zweite der Gleichungen 6) geht über in

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{x^4 + 2(\lambda - 1)x^2 + \lambda^2 x + 1 - 2\lambda}{\lambda(1-x^2)^2}. \qquad 14)$$

Aus 12) und 14) ergibt sich durch Elimination von t

$$\frac{dy_1}{dx} = -\frac{x^4 + 2(\lambda - 1)x^2 + \lambda^2 x + 1 - 2\lambda}{(\lambda - 1 + x^2)^{3/2}(1-(\lambda+1)x^2)^{1/2}}. \qquad 15)$$

Ersetzt man hier x durch $-x$, so erhält man

$$\frac{dy_2}{dx} = -\frac{x^4 + 2(\lambda - 1)x^2 - \lambda^2 x + 1 - 2\lambda}{(\lambda - 1 + x^2)^{3/2}(1-(\lambda+1)x^2)^{1/2}} \qquad 16)$$

und nun folgt aus 15) und 16)

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = -\int \frac{(x^4 + 2(\lambda - 1)x^2 + 1 - 2\lambda)\, dx}{(\lambda - 1 + x^2)\sqrt{(\lambda - 1 + x^2)(1-(\lambda+1)x^2)}}. \qquad 17)$$

Nimmt man hierzu die erste der Gleichungen 11)

$$\frac{y_1 - y_2}{2} = \sqrt{\frac{1-(\lambda+1)x^2}{\lambda - 1 + x^2}}, \qquad 18)$$

so erhält man y_1 und y_2 als Function von x, also auch, nach 10), als Function von x_1 respective x_2.

Die Integrale in 13) und 17) sind im Allgemeinen elliptische. Für die weitere Rechnung hat man folgende vier Fälle zu unterscheiden

$$\infty > \lambda > 1, \quad 1 > \lambda > 0$$
$$0 > \lambda > -1, \quad -1 > \lambda > -\infty .$$

Als Grenzfälle treten auf $\lambda = \infty$, $\lambda = 0$, $\lambda = 1$, $\lambda = -1$. Von den beiden ersten können wir absehen, da sie auf zwei Wirbelfäden zurückführen. In den beiden andern Fällen sind die Integrale in 13) und 17) logarithmische und algebraische.

---

§ 15.

I. $\infty > \lambda > 1$.

Damit die in den Gleichungen 13) und 17) unter dem Wurzelzeichen stehende Function vierten Grades von x positiv sei, muss x der Bedingung

$$\sqrt{\frac{1}{1+\lambda}} \geqq x \geqq -\sqrt{\frac{1}{1+\lambda}}$$

genügen. Bei der Reduction der elliptischen Integrale auf die Legendre'schen Normalintegrale ergibt sich $\frac{1}{\lambda}$ als Modul. Um bei der üblichen Bezeichnung zu bleiben, setzen wir

$$\lambda = \frac{1}{\varkappa}. \qquad 19)$$

Die vorige Bedingung für x wird dann

$$\sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}} \geqq x \geqq -\sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}}. \qquad 20)$$

Setzen wir

$$x = \sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}} \cos\psi\,, \qquad 21)$$

so entsprechen den Werthen $\psi = 0$ und $\psi = \pi$ die Grenzen von x und es wird

$$\frac{dx}{\sqrt{(\lambda - 1 + x^2)(1 - (\lambda + 1)x^2)}} = -\frac{\varkappa\, d\psi}{\sqrt{1 - \varkappa^2 \sin^2\psi}}\,.$$

Nach Ausführung einiger leichter Rechnungen ergeben sich aus 13), 17) und 18), bei passender Bestimmung der Integrationsconstanten, folgende Gleichungen

$$t = \frac{2}{\varkappa(1-\varkappa^2)} E(\varkappa,\psi) - \frac{2}{\varkappa} F(\varkappa,\psi) - \frac{\varkappa}{1-\varkappa} \frac{\sin\psi\cos\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}} \qquad 22)$$

$$y_1 = -\frac{2\varkappa}{1-\varkappa^2} E(\varkappa,\psi) + \left(\frac{\varkappa^2}{1-\varkappa^2}\cos\psi + \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\right) \frac{\sin\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}} \qquad 23)$$

$$y_2 = -\frac{2\varkappa}{1-\varkappa^2} E(\varkappa,\psi) + \left(\frac{\varkappa^2}{1-\varkappa^2}\cos\psi - \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\right) \frac{\sin\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}, \qquad 24)$$

in denen $F(\varkappa,\psi)$ und $E(\varkappa,\psi)$ die Legendre'schen Integrale erster und zweiter Gattung bedeuten. Wenden wir die Substitution 21) auch auf die Gleichungen 12), 14) und die der letztern entsprechend gebildete Gleichung für $\frac{dy_2}{dt}$ an, so erhalten wir die Gleichungen

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_1}{dt} = -\frac{dx_2}{dt} = -\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}} \frac{\sin\psi\,(1-\varkappa^2\sin^2\psi)^{3/2}}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \qquad 25)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{2+\varkappa+2\varkappa\sin^2\psi - \varkappa^3\sin^4\psi - (1+\varkappa)\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}\cos\psi}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \qquad 26)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{2+\varkappa+2\varkappa\sin^2\psi - \varkappa^3\sin^4\psi + (1+\varkappa)\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}\cos\psi}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2}. \qquad 27)$$

Diesen Gleichungen entspricht eine periodische Bewegung. Setzt man nämlich $\psi + 2\pi$ an Stelle von ψ,

so bleiben die Gleichungen für x und die Geschwindigkeiten ungeändert, bei t, y_1 und y_2 treten additive Glieder hinzu; bezeichnen K und E die vollständigen elliptischen Integrale erster und zweiter Gattung, so wird t um

$$T = \frac{8}{\varkappa}\left(\frac{1}{1-\varkappa^2}E - K\right) \tag{28}$$

vermehrt, y_1 und y_2 werden um

$$Y = \frac{8\varkappa}{1-\varkappa^2}E \tag{29}$$

vermindert. T ist die Dauer einer Periode, Y die Strecke, um die sich die Fäden während dieser Zeit in der Richtung der negativen y-Axe verschoben haben. Setzt man $\psi + \pi$ an Stelle von ψ, so geht x_1 in x_2, $\frac{dx_1}{dt}$ in $\frac{dx_2}{dt}$, $\frac{dy_1}{dt}$ in $\frac{dy_2}{dt}$ und umgekehrt über, t wird vermehrt um $\frac{1}{2}T$.

Die Bahn des Fadens 1 ist eine in der Richtung der y-Axe periodische Curve; die Periode ist gleich Y. Die Bahn von 2 ist dieselbe Curve, nur verschoben um $\frac{1}{2}Y$.

Zur Zeit $t = 0$ befindet sich der Faden 1 im Punkte $x_1 = 1 + \sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}$, $y_1 = 0$; die Richtung der Geschwindigkeit ist parallel der y-Axe. Im selben Augenblicke befindet sich 2 an der Stelle $x_2 = 1 - \sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}}$, $y_2 = 0$; die Richtung der Geschwindigkeit ist ebenfalls der y-Axe parallel. x_1 nimmt nun ab, y_1 zunächst zu oder ab, wir lassen das noch unentschieden, x_2 und y_2 nehmen ab. Zur Zeit $t = \frac{1}{4}T$ passiren beide Fäden an verschiedenen Stellen, aber mit der nämlichen Geschwindigkeit, die Geraden $x_1 = x_2 = 1$, gehen nun mit vertauschten Geschwindigkeiten weiter, bis zur Zeit $t = \frac{1}{2}T$

$$y_1 = y_2 = -\frac{1}{2}Y,\ x_1 = 1 - \sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}},\ x_2 = 1 + \sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}}$$

geworden ist, u. s. f.

Um die Gestalt der Curven, welche von den Wirbelfäden beschrieben werden, deutlicher zu erkennen, untersuchen wir das Verhalten der Differentialquotienten $\frac{dy_1}{dt}$, $\frac{dy_2}{dt}$. Dabei dürfen wir uns nach dem Obigen auf die Werthe von ψ zwischen 0 und $\frac{\pi}{2}$ beschränken. Aus 27) ersieht man unmittelbar, dass in diesem Intervall $\frac{dy_2}{dt}$ beständig negativ ist. Für $\psi = \frac{\pi}{2}$ ist auch $\frac{dy_1}{dt}$ negativ, für $\psi = 0$ ergibt sich

$$\frac{dy_1}{dt} = -(2+\varkappa) + (1+\varkappa)\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}$$

und dieser Ausdruck kann positiv oder negativ sein. Um die beiden Fälle zu trennen, bestimmen wir dasjenige $\varkappa$, wofür derselbe verschwindet. Es ergibt sich die Gleichung

$$\varkappa^2 + \varkappa - 1 = 0$$

und aus dieser die eine brauchbare Wurzel

$$\varkappa = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618\ldots$$

Ist $k > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ so ist

$$2 + \varkappa > (1+\varkappa)\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}} > (1+\varkappa)\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}\cos\psi$$

und da auch

$$2\varkappa\sin^2\psi - \varkappa^3\sin^4\psi > 0$$

so folgt, dass $\frac{dy_1}{dt}$ beständig negativ ist. In diesem Falle nehmen y_1 und y_2 fortwährend ab. Falls $\varkappa < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ist, so verschwindet $\frac{d y_1}{d t}$ zwischen $\psi = 0$ und $\psi = \frac{\pi}{2}$ wenigstens einmal; der zugehörige Werth von ψ bestimmt sich aus der Gleichung

$$2 + \varkappa + 2 \varkappa \sin^2 \psi - \varkappa^3 \sin^4 \psi = (1 + \varkappa) \sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}} \cos \psi .$$

Wenn ψ von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ wächst, so nimmt die linke Seite dieser Gleichung zu, die rechte ab. Die Gleichung besitzt daher auch nicht mehr als eine Wurzel. Derselben entspricht ein Maximum von y_1, die Bahn besitzt einen Doppelpunkt. Im Grenzfalle $\varkappa = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ geht dieser in eine Spitze über.

Wir wollen auch noch die Wendepunkte bestimmen. Nach 15) ist

$$\frac{dy_1}{dx} = - \frac{x^4 + 2(\lambda - 1) x^2 + \lambda^2 x + 1 - 2 \lambda}{(\lambda - 1 + x^2)^{3/2} (1 - (\lambda + 1) x^2)^{1/2}} .$$

Die Bedingung für die Wendepunkte, $\frac{d^2 y_1}{d x^2} = 0$, führt zu einer Gleichung vom fünften Grade, deren eine Wurzel $x = 1$ ist. Wie aus 18) ersichtlich ist, kann x niemals den Werth 1 annehmen, nach Division mit $x - 1$ bleibt die Gleichung vierten Grades

$$f(x) \equiv x^4 + (4 + 3 \lambda) x^3 - (2 - \lambda) x^2 - (4 - \lambda) x + 1 - \lambda = 0. \quad 30)$$

Um die Realität der Wurzeln dieser Gleichung zu untersuchen, müssen wir die Werthe von λ bestimmen, für welche zwei derselben zusammenfallen. Damit diess der Fall sei, muss auch die Gleichung

$$f'(x) \equiv 4 x^3 + (12 + 9 \lambda) x^2 - (4 - 2 \lambda) x - 4 + \lambda = 0$$

erfüllt sein. Durch Elimination von x aus dieser und der vorigen Gleichung ergibt sich eine Gleichung sechsten Grades in λ. Einfacher ist es, λ zu eliminiren, man erhält die Gleichung

$$3x^6 + 2x^5 + 13x^4 + 28x^3 - 19x^2 + 2x + 3 = 0,$$

welche die beiden reellen Wurzeln

$$x' = -0{,}30186, \qquad x'' = -1{,}90134 \qquad 31)$$

besitzt. Die zugehörigen Werthe von λ sind

$$\lambda' = \quad 1{,}48732, \qquad \lambda'' = -0{,}65555. \qquad 32)$$

Die Gleichung vierten Grades, welche die Wendepunkte bestimmt, besitzt nun

zwei reelle Wurzeln, wenn $\infty > \lambda > \lambda'$
vier » » » $\lambda' > \lambda > \lambda''$
zwei » » » $\lambda'' > \lambda > -\infty$

ist. Beachtet man, dass sich die Wurzeln dieser Gleichung als die Abscissen der Schnittpunkte der beiden Curven

$$y = (x^2 - 1)(x^2 + 4x - 1)$$
$$y = -\lambda(3x^3 + x^2 + x + 1)$$

mit einander darstellen lassen, so gelangt man leicht zu Grenzen innerhalb welcher die Wurzeln in den verschiedenen Fällen liegen. Aus 30) erhält man noch

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{1+\lambda}}\right) = -\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 \left(\lambda - \sqrt{1+\lambda}\right).$$

$$f\left(\sqrt{1-\lambda}\right) = -3\lambda^2 \sqrt{1-\lambda}$$

$$f(0) = 1 - \lambda, \quad f(\infty) = +\infty.$$

Mit Benutzung dieser Resultate lassen sich nun die Wendepunkte der Curve, welche vom Faden 1 durchlaufen wird, bestimmen und ebenso der Bahn des Fadens 2, wenn man nur x durch $-x$ ersetzt.

Im vorliegenden Falle ergibt sich, dass zwischen $\psi = 0$ und $\psi = \pi$ die Curve, welche von 1 beschrieben wird, besitzt

keine reellen Wendepunkte für $0 < \varkappa < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

einen reellen Wendepunkt für $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < \varkappa < \frac{1}{\lambda'}$,

drei reelle Wendepunkte für $\frac{1}{\lambda'} < \varkappa < 1$.

Die Ausdrücke

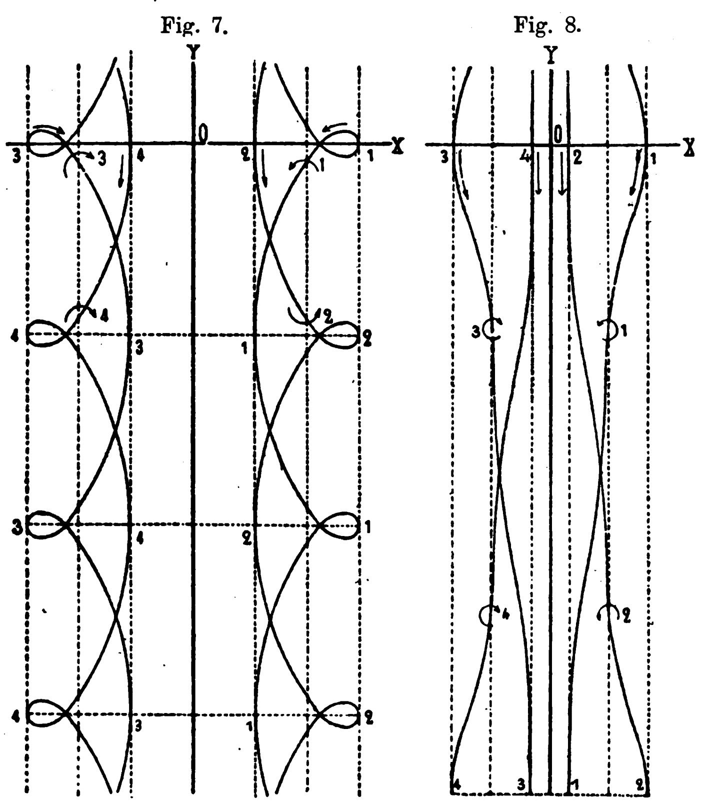
$$T = \frac{8}{\varkappa}\left(\frac{1}{1-\varkappa^2}E - K\right)$$

$$Y = \frac{8\varkappa}{1-\varkappa^2}E, \quad X = 2\sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}},$$

deren letzter die Excursion angibt, welche die Fäden nach der Richtung der x-Axe machen, erhalten für $\varkappa = 1$ die Werthe

$$T = \infty, \; Y = \infty, \; X = \sqrt{2}.$$

Nimmt $\varkappa$ ab, so nehmen alle drei Grössen ab und con-



vergiren mit/$\varkappa$ gegen die Null hin, und zwar die beiden letztern in der Weise, dass auch der Quotient $Y : X$ immer kleiner wird.

Die Figuren 7 und 8, welche den Werthen $\varkappa = \frac{1}{4}$, $\varkappa = \frac{4}{5}$ entsprechen, mögen eine ungefähre Vorstellung von dem Verlaufe der Bewegung geben.

---

§ 16.

II. $1 > \lambda > 0$.

Bei der Reduction der elliptischen Integrale ergibt sich λ als Modul, wir setzen daher

$$\lambda = k. \tag{33}$$

x muss den Bedingungen

$$\frac{1}{\sqrt{1+\varkappa}} \geqq x \geqq \sqrt{1-k} \tag{34}$$

genügen. Setzen wir

$$x = \sqrt{\frac{1-k^2\sin^2\psi}{1+k}}, \tag{35}$$

so entsprechen den Werthen $\psi = 0$ und $\psi = \frac{\pi}{2}$ die Grenzen von x, es wird

$$\frac{dx}{\sqrt{(\varkappa-1+x^2)(1-(\varkappa+1)x^2)}} = -\frac{d\psi}{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}$$

und aus 13), 17), 18) u. s. f. ergeben sich folgende Gleichungen

$$t = -\frac{2\varkappa^2}{1-\varkappa^2}E(\varkappa,\psi) + \frac{\varkappa}{1-\varkappa}\operatorname{tg}\psi\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi} \tag{36}$$

$$y_1 = \frac{2}{1-\varkappa^2}E(\varkappa,\psi) - 2F(\varkappa,\psi) - \left(\frac{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{1-\varkappa} - \sqrt{1+\varkappa}\right)\operatorname{tg}\psi \tag{37}$$

$$y_2 = \frac{2}{1-\varkappa^2} E(\varkappa,\psi) - 2F(\varkappa,\psi) - \left(\frac{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{1-\varkappa} + \sqrt{1+\varkappa}\right) \operatorname{tg}\psi \quad 38)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\varkappa\sqrt{1+\varkappa}\,\frac{\sin\psi\cos^3\psi}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \quad 39)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{(1+\varkappa)^2 - \varkappa^2\cos^4\psi - (1+\varkappa)^{3/2}\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{\varkappa(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \quad 40)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{(1+\varkappa)^2 - \varkappa^2\cos^4\psi + (1+\varkappa)^{3/2}\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{\varkappa(1+\varkappa\sin^2\psi)^2}. \quad 41)$$

Die Integrationsconstanten sind so bestimmt, dass die Grössen t, ψ, y_1, y_2 zugleich verschwinden.

Für $\psi = 0$ ergibt sich aus diesen Gleichungen

$$t = 0,\ x = \frac{1}{\sqrt{1+\varkappa}},\quad y_1 = 0,\quad y_2 = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = 0,\ \frac{dy_1}{dt} = -\frac{1+2\varkappa-(1+\varkappa)^{3/2}}{\varkappa},\ \frac{dy_2}{dt} = -\frac{1+2\varkappa+(1+\varkappa)^{3/2}}{\varkappa}$$

und für $\psi = \frac{\pi}{2}$

$$t = \infty,\quad x = \sqrt{1-\varkappa},\quad y_1 = -\infty,\quad y_2 = -\infty$$

$$\frac{dx}{dt} = 0,\ \frac{dy_1}{dt} = -\frac{1-\sqrt{1-\varkappa}}{\varkappa},\ \frac{dy_2}{dt} = -\frac{1+\sqrt{1-\varkappa}}{\varkappa}.$$

Sowohl $\frac{dx}{dt}$ als $\frac{dy_1}{dt}$ und $\frac{dy_2}{dt}$ sind im Intervalle $\psi = 0$ bis $\psi = \frac{\pi}{2}$ beständig negativ. Die Richtigkeit dieser Behauptung für die erste und dritte dieser Grössen lehrt der unmittelbare Anblick der betreffenden Gleichungen. Um zu beweisen dass $\frac{dy_1}{dt}$ negativ ist, hat man zu zeigen dass

$$(1+\varkappa)^2 - \varkappa^2\cos^4\psi > (1+\varkappa)^{3/2}\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}$$

ist. Die linke Seite dieser Ungleichheit ist $> 1 + 2\varkappa$, die rechte $< (1+\varkappa)^{3/2}$ und da nun

$$1 + 2\varkappa > (1+\varkappa)^{3/2},$$

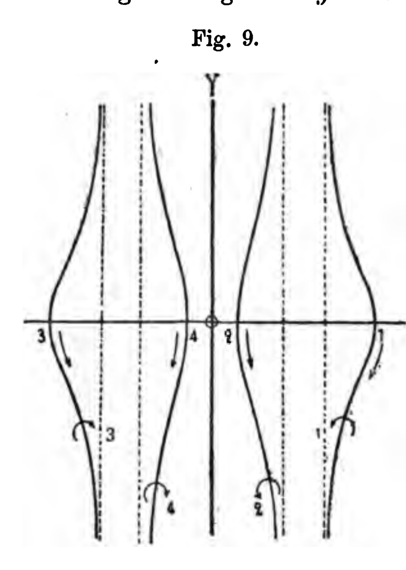
so ist unsere Behauptung bewiesen. Vom Augenblicke $t = 0$ an nehmen also x, y_1, y_2 fortwährend ab.

Zur Zeit $t = 0$ befinden sich die Fäden 1 und 2 in der x-Axe, es ist

$$x_1 = 1 + \frac{1}{\sqrt{1+\varkappa}}, \quad x_2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\varkappa}}$$

die Richtung der Geschwindigkeit stimmt überein mit der Richtung der negativen y-Axe. Sowohl y_1 als y_2 nehmen beständig ab, der Faden 2 eilt dem Faden 1 voraus und zwar in der Weise, dass die Entfernung der Fäden von einander in's Unbegrenzte wächst. x_1 nimmt ab, x_2 zu. Die Excursion in der Richtung der x-Axe ist

Fig. 9.



$$= \frac{1}{\sqrt{1+\varkappa}} - \sqrt{1-\varkappa}.$$

Die Geraden

$$x_1 = 1 + \sqrt{1-\varkappa}$$
$$x_2 = 1 - \sqrt{1-\varkappa}$$

sind Asymptoten der Curven, welche von den beiden Fäden beschrieben werden. Die Curve 1 schliesst sich viel rascher an ihre Asymptote an als 2. Jede der Curven besitzt für negative y einen Wendepunkt. Figur 9, welche dem Werthe $\varkappa = \frac{24}{25}$ entspricht, möge ein Bild von dem Verlaufe der Bewegung geben.

---

§ 17.

III. $\lambda = 1$.

Setzt man

$$x = \frac{\cos\psi}{\sqrt{2}}, \tag{42}$$

so ergeben sich die Gleichungen

$$t = \frac{1}{2}\sin\psi + \frac{\sin\psi}{\cos^2\psi} - \log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) \tag{43}$$

$$y_1 = \frac{1}{2}\sin\psi - \frac{\sin\psi}{\cos^2\psi} + \sqrt{2}\operatorname{tg}\psi - \log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) \tag{44}$$

$$y_2 = \frac{1}{2}\sin\psi - \frac{\sin\psi}{\cos^2\psi} - \sqrt{2}\operatorname{tg}\psi - \log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right). \tag{45}$$

Die übrigen Formeln erhält man aus den entsprechenden des vorigen Paragraphen, indem man $\varkappa = 1$ setzt.

---

§ 18.

IV. $0 > \lambda > -1$.

x muss den Bedingungen

$$\frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} \geqq x \geqq \sqrt{1-\lambda}$$

genügen. Die Fäden 1 und 2 liegen, da $x > 1$, auf verschiedenen Seiten der Symmetrieaxe. Die Grösse $-\lambda$ ergibt sich als Modul der elliptischen Integrale, setzen wir

$$\lambda = -\varkappa, \tag{46}$$

so gehen die Bedingungen für x in

$$\frac{1}{\sqrt{1-\varkappa}} \geqq x \geqq \sqrt{1+\varkappa} \tag{47}$$

über. Diese Bedingungen unterscheiden sich von denen des Falles $1 > \lambda > 0$ nur dadurch, dass $\varkappa$ durch $-\varkappa$ ersetzt ist. Es wird daher die Substitution

$$x = \sqrt{\frac{1 - \varkappa^2 \sin^2 \psi}{1 - \varkappa}} \qquad 48)$$

zu verwenden sein und sämmtliche Formeln können aus den frühern unmittelbar erhalten werden, indem man $\varkappa$ durch $-\varkappa$ ersetzt. In der Gleichung, die sich auf diese Weise für t ergibt, entsprechen positiven Werthen von ψ negative Werthe von t. Um diess zu vermeiden, ersetzen wir überall ψ durch $-\psi$, mit andern Worten, wir geben der in den Gleichungen 13) und 17) auftretenden Wurzel das negative Vorzeichen. So erhalten wir folgende Gleichungen

$$t = \frac{2\varkappa^2}{1-\varkappa^2} E(\varkappa, \psi) + \frac{\varkappa}{1+\varkappa} \operatorname{tg}\psi \sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi} \qquad 49)$$

$$y_1 = \frac{-2}{1-\varkappa^2} E(\varkappa,\psi) + 2F(\varkappa,\psi) + \left(\frac{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{1+\varkappa} - \sqrt{1-\varkappa}\right)\operatorname{tg}\psi \qquad 50)$$

$$y_2 = \frac{-2}{1-\varkappa^2} E(\varkappa,\psi) + 2F(\varkappa,\psi) + \left(\frac{\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{1+\varkappa} + \sqrt{1-\varkappa}\right)\operatorname{tg}\psi \qquad 51)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\varkappa\sqrt{1-\varkappa}\,\frac{\sin\psi\cos^3\psi}{(1-\varkappa\sin^2\psi)^2} \qquad 52)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{(1-\varkappa)^2 - \varkappa^2\cos^4\psi - (1-\varkappa)^{3/2}\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{\varkappa(1-\varkappa\sin^2\psi)^2} \qquad 53)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{(1-\varkappa)^2 - \varkappa^2\cos^4\psi + (1-\varkappa)^{3/2}\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{\varkappa(1-\varkappa\sin^2\psi)^2}. \qquad 54)$$

Für $\psi = 0$ ergibt sich

$$t = 0, \quad x = \frac{1}{\sqrt{1-\varkappa}}, \quad y_1 = 0, \quad y_2 = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dy_1}{dt} = \frac{1-2\varkappa-(1-\varkappa)^{3/2}}{\varkappa}, \quad \frac{dy_2}{dt} = \frac{1-2\varkappa+(1-\varkappa)^{3/2}}{\varkappa}$$

und für $\psi = \frac{\pi}{2}$

$$t = \infty, \quad x = \sqrt{1+\varkappa}, \quad y_1 = -\infty, \quad y_2 = \infty$$

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dy_1}{dt} = \frac{1-\sqrt{1+\varkappa}}{\varkappa}, \quad \frac{dy_2}{dt} = \frac{1+\sqrt{1+\varkappa}}{\varkappa}.$$

Für das Intervall $\psi = 0$ bis $\psi = \frac{\pi}{2}$ ist $\frac{dx}{dt}$ beständig negativ. Da $\frac{dy_1}{dt}$ sowohl am Anfang wie am Ende dieses Intervalles negativ ist, so muss die Anzahl der Werthe, für welche es inzwischen verschwindet, eine gerade sein. Damit $\frac{dy_1}{dt} = 0$ sei, muss die Gleichung

$$(1-\varkappa)^2 - \varkappa^2 \cos^4\psi = (1-\varkappa)^{3/2}\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}$$

bestehen. Die linke Seite wächst mit ψ, die rechte nimmt ab, es kann daher höchstens eine Wurzel vorhanden sein. Daraus folgt, dass $\frac{dy_1}{dt}$ überhaupt nicht verschwindet, y_1 nimmt fortwährend ab. Für $\psi = \frac{\pi}{2}$ ist $\frac{dy_2}{dt}$ positiv, für $\psi = 0$ positiv oder negativ, je nachdem

$$\varkappa \gtrless \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

ist. Im ersten Falle ist $\frac{dy_2}{dt}$ beständig positiv, im zweiten wird es einmal gleich Null; die Curve, welche von 2 durchlaufen wird, besitzt einen Doppelpunkt, eventuell, für $\varkappa = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, eine Spitze. Die Curve 1 besitzt einen Wendepunkt, welches auch der Werth von $\varkappa$ sei, 2 dagegen nur, wenn $\varkappa < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ist. Figur 10 entspricht dem Werthe $\varkappa = \frac{4}{5}$.

Fig. 10.

---

§ 19.

V. $-1 > \lambda > -\infty$.

Wir setzen

$$\lambda = -\frac{1}{\varkappa}, \qquad 55)$$

es wird dann $\varkappa$ der Modul der elliptischen Integrale. x muss der Bedingung

$$\sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}} < x < \infty \qquad 56)$$

genügen. Durch Anwendung der Substitution

$$x = \sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}} \frac{1}{\cos\psi} \qquad 57)$$

erhält man, bei passender Bestimmung der Integrationsconstanten, folgende Gleichungen

$$t = \frac{-2}{\varkappa(1-\varkappa^2)} E(\varkappa, \psi) + \frac{2}{\varkappa} F(\varkappa, \psi)$$
$$+ \frac{1}{\varkappa}\left(\frac{1}{1-\varkappa} \operatorname{tg}\psi - \frac{1}{1+\varkappa}\operatorname{cotg}\psi\right)\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi} \qquad 58)$$

$$y_1 = \frac{2\varkappa}{1-\varkappa^2} E(\varkappa, \psi)$$
$$-\left(\frac{1}{1-\varkappa}\operatorname{tg}\psi + \frac{1}{1+\varkappa}\operatorname{cotg}\psi - \frac{1}{\sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\sin\psi}\right)\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi} \qquad 59)$$

$$y_2 = \frac{2\varkappa}{1-\varkappa^2} E(\varkappa, \psi)$$
$$-\left(\frac{1}{1-\varkappa}\operatorname{tg}\psi + \frac{1}{1+\varkappa}\operatorname{cotg}\psi + \frac{1}{\sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\sin\psi}\right)\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi} \qquad 60)$$

$$\frac{dx}{dt} = (1+\varkappa)\sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\, \frac{\sin^3\psi\sqrt{1-\varkappa^2\sin^2\psi}}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \qquad 61)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{-\varkappa + 2\varkappa\sin^2\psi + \varkappa^2(2+\varkappa)\sin^4\psi + \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\cos^3\psi}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \qquad 62)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{-\varkappa + 2\varkappa\sin^2\psi + \varkappa^2(2+\varkappa)\sin^4\psi - \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}\cos^3\psi}{(1+\varkappa\sin^2\psi)^2} \quad 63)$$

Für $\psi = 0$ ist

$$t = -\infty, \; x = \sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}, \quad y_1 = \infty, \; y_2 = -\infty$$

$$\frac{dx}{dt} = 0, \; \frac{dy_1}{dt} = \varkappa - \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}, \; \frac{dy_2}{dt} = \varkappa + \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}$$

und für $\psi = \frac{\pi}{2}$

$$t = \infty, \quad x = \infty, \quad y_1 = -\infty, \quad y_2 = -\infty$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\varkappa(1+\varkappa)}, \quad \frac{dy_1}{dt} = \frac{dy_2}{dt} = -\varkappa.$$

Fig. 11.

y_1 nimmt beständig ab; y_2 erst zu, dann ab. Die Geraden

$$x_1 = 1 + \sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{\frac{1+\varkappa}{\varkappa}} \quad 64)$$

sind Asymptoten der Bahnen von 1 und 2. Jede der Curven besitzt noch eine zweite Asymptote; die Gleichungen dieser Asymptoten sind

$$y_1 = -\sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}}\, x_1 + \frac{2\varkappa}{1-\varkappa^2} E + \frac{1}{\sqrt{\varkappa(1-\varkappa)}}$$

$$y_2 = \sqrt{\frac{\varkappa}{1+\varkappa}}\, x_2 + \frac{2\varkappa}{1-\varkappa^2} E - \frac{1}{\sqrt{\varkappa(1-\varkappa)}}. \quad 65)$$

Die Curve, welche von 1 durchlaufen wird, besitzt einen Wendepunkt. Figur 11 entspricht dem Werthe $\varkappa = \frac{1}{2}$.

§ 20.

VI. $\lambda = -1$.

Setzt man

$$x = \frac{\sqrt{2}}{\cos\psi} \tag{66}$$

so ergeben sich, bei passender Bestimmung der Integrationsconstanten, die Gleichungen

$$t = \frac{\sin\psi}{\cos^2\psi} - \frac{1}{2\sin\psi} + \log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) \tag{67}$$

$$y_1 = -\frac{\sin\psi}{\cos^2\psi} - \frac{1}{2\sin\psi} + \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cotg}\psi + \log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) \tag{68}$$

$$y_2 = -\frac{\sin\psi}{\cos^2\psi} - \frac{1}{2\sin\psi} - \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{cotg}\psi + \log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) \tag{69}$$

Die übrigen Formeln erhält man für $\varkappa = 1$ aus den entsprechenden des vorigen Paragraphen.

Ueber die Bewegung von $2n$ Wirbelfäden, unter Voraussetzung von n Symmetrieebenen.

§ 21.

Für die Bewegung in der xy-Ebene existiren n Symmetrieaxen, welche alle durch denselben Punkt gehen müssen und die ganze Ebene in $2n$ congruente Winkelräume zerlegen. In jedem dieser befindet sich ein Faden. Den Schnittpunkt der Symmetrieaxen machen wir zum Anfangspunkt der Coördinaten, eine der Symmetrieaxen zur x-Axe. Von dieser aus in positivem Sinne um den Anfangspunkt herumgehend, sollen die Fäden 1, 2, ... $2n$ der Reihe nach aufeinanderfolgen. Die nothwendigen und

hinreichenden Bedingungen, welche erfüllt sein müssen, damit die vorausgesetzte Bewegung möglich sei, sind

$$m_1 = -m_2 = m_3 = -m_4 = \cdots\cdots = m_{2n-1} = -m_{2n}. \qquad 1)$$

Wir nehmen m_1 als positiv an und können dann, über die Einheit der Zeit verfügend, den gemeinschaftlichen Werth dieser Grössen gleich 2π setzen.

Bedeuten $\varrho_1, \vartheta_1; \varrho_2, \vartheta_2; \cdots\cdots \varrho_{2n}, \vartheta_{2n}$ die Polarcoordinaten der Wirbelfäden, so ist

$$\varrho_1 = \varrho_2 = \cdots\cdots\cdots\cdots = \varrho_{2n}, \qquad 2)$$

ferner

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= \frac{2\pi}{n} - \vartheta_1, & \vartheta_3 &= \frac{2\pi}{n} + \vartheta_1 \\ \vartheta_4 &= \frac{4\pi}{n} - \vartheta_1, & \vartheta_5 &= \frac{4\pi}{n} + \vartheta_1 \qquad 3) \\ &\cdots\cdots\cdots & &\cdots\cdots\cdots \\ \vartheta_{2n} &= 2\pi - \vartheta_1, & \vartheta_{2n-1} &= \frac{(2n-2)\pi}{n} + \vartheta_1. \end{aligned}$$

Um die Bewegung des ersten Fadens zu bestimmen, benutzen wir die Gleichungen

$$m_1 \varrho_1 \frac{d\varrho_1}{dt} = \frac{\partial P}{\partial \vartheta_1}, \quad m_1 \varrho_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial \varrho_1}.$$

Aus

$$P = -\frac{1}{\pi} \Sigma m_1 m_2 \log \varrho_{12}$$

ergibt sich, mit Benutzung von 2),

$$\frac{\partial P}{\partial \vartheta_1} = -\frac{m_1}{\pi} \Sigma m_2 \operatorname{cotg} \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}.$$

Die Summe ist so zu verstehen, dass man an Stelle des Index 2 nacheinander die Indices 3, 4, $\cdots\, 2n$ setzt. Mit Rücksicht auf 1) und 3) lässt sich diese Gleichung schreiben

$$\frac{\partial P}{\partial \vartheta_1} = 2\pi\left\{\operatorname{cotg}\left(\vartheta_1 - \frac{\pi}{n}\right) + \operatorname{cotg}\left(\vartheta_1 - \frac{2\pi}{\pi}\right) + \cdots + \operatorname{cotg}(\vartheta_1 - \pi)\right\}$$

$$+ 2\pi\left\{\operatorname{cotg}\frac{\pi}{n} + \operatorname{cotg}\frac{2\pi}{n} + \cdots\cdots\cdots + \operatorname{cotg}\frac{(n-1)\pi}{n}\right\}.$$

Der in der zweiten Klammer stehende Ausdruck verschwindet, weil sich die Glieder von den beiden Enden weg paarweise aufheben und das Mittelglied, welches bei geradem n vorhanden ist, von selbst wegfällt. Die in der ersten Klammer befindliche Reihe ist gleich $n \operatorname{cotg} n\vartheta_1$, und daher ist

$$\frac{\partial P}{\partial \vartheta_1} = 2n\pi \operatorname{cotg} n\vartheta_1 .$$

Aus der obigen Gleichung für P ergibt sich ferner

$$\frac{\partial P}{\partial \varrho_1} = \frac{2\pi}{\varrho_1}$$

und wir gelangen zu den folgenden Gleichungen

$$\varrho_1 \frac{d\varrho_1}{dt} = n \operatorname{cotg} n\vartheta_1 , \qquad \varrho_1^2 \frac{d\vartheta_1}{dt} = -1 . \qquad 4)$$

Aus diesen folgt durch Elimination von t

$$\frac{d\varrho_1}{\varrho_1} = -n \operatorname{cotg} n\vartheta_1 . d\vartheta_1$$

und hieraus durch Integration

$$\varrho_1 \sin n\vartheta_1 = 1 , \qquad 5)$$

wenn wir, was gestattet ist, der Integrationsconstanten einen speciellen Werth beilegen.

Diese Gleichung stellt die Bahn des Fadens 1 dar, wenn wir ϑ_1 von 0 bis $\frac{\pi}{n}$ gehen lassen. Geben wir ϑ_1 alle Werthe von 0 bis 2π, so erhalten wir aus 5) nicht nur die Bahn des ersten Fadens, sondern bei geradem n

die Bahnen sämmtlicher Wirbelfäden, bei ungeradem n die Bahnen der Fäden 1, 3, 5, ... $2n - 1$. Die Curven, welche von den Fäden 2, 4, ... $2n$ beschrieben werden, sind in der Gleichung

$$\varrho_2 \sin n \vartheta_2 = -1$$

enthalten. Wir können daher allgemein sagen, dass die Gleichung

$$\varrho^2 \sin^2 n \vartheta = 1 \tag{6}$$

die Bahnen aller Wirbelfäden repräsentirt. Diese Gleichung stellt eine Curve von der Ordnung $2n$ dar, welche aus $2n$ congruenten Zweigen besteht und für ein ungerades n in die beiden Curven n^{ter} Ordnung

$$\varrho \sin n \vartheta = \pm 1$$

zerfällt. Die Geraden, welche die Winkel zwischen den Symmetrieaxen der Bewegung halbiren, sind Symmetrieaxen der Curve. Aus 6) folgt

$$y^2 = \frac{\sin^2 \vartheta}{\sin^2 n \vartheta}$$

und hieraus für unendlich kleine ϑ

$$y^2 = \frac{1}{n^2} \cdot$$

ϱ wird unendlich gross, es sind daher die Geraden parallel den Symmetrieaxen der Bewegung, im Abstande $\frac{1}{n}$ von denselben, Asymptoten.

Aus 5) und der zweiten Gleichung 4) ergibt sich durch Elimination von ϱ_1 und durch Quadratur

$$\operatorname{cotg} n \vartheta_1 = n t \tag{7}$$

und nun aus 5)

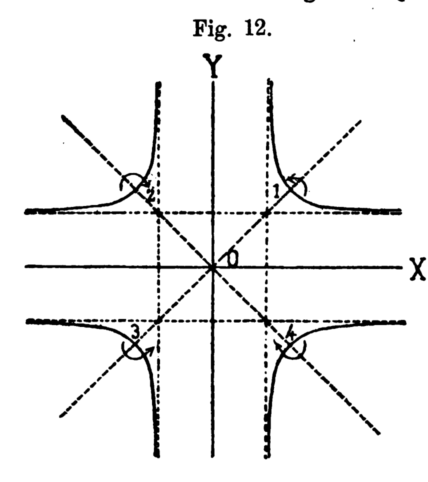
$$\varrho_1{}^2 = 1 + n^2 t^2 . \tag{8}$$

Die Zeit ist gezählt von dem Augenblicke an, in welchem $\varrho_1 = 1, \vartheta_1 = \frac{\pi}{2n}$ ist. ϱ_1 nimmt zu, ϑ_1 ab.

Für die Geschwindigkeit ergibt sich die Gleichung

$$w_1^2 = \frac{1 + n^4 t^2}{1 + n^2 t^2} = \frac{1 - n^2 + n^2 \varrho_1^2}{\varrho_1^2}. \quad 9)$$

Fig. 12.



Die Geschwindigkeit ist ein Minimum, $w_1 = 1$, für $t = 0$ und nimmt dann beständig zu, indem sie sich der Grenze n nähert.

Figur 12 entspricht der Annahme $n = 2$.

(Aus dem physiologischen Laboratorium in Zürich.)

Ueber den Ersatz des Eiweisses in der Nahrung durch Leim und Tyrosin. II.

Von

Louis Froelich, stud. med. aus Lausanne.

Die in Aussicht gestellte Fortsetzung der Versuche des Herrn Dr. Theodor Escher (vgl. diese Vierteljahrsschrift 1876, Seite 36) wurde mir von Herrn Prof. Hermann zur Aufgabe während des Wintersemesters 1876 zu 1877 gemacht.

An den von Escher benutzten Thieren war eine vollkommene Aufsammlung der Excremente nicht ausführbar gewesen. Ich wandte mich deshalb zu Versuchen an Tauben, deren Dejectionen in einem besonders dazu construirten Käfig sehr vollständig gesammelt wurden. Der Käfig hatte als Boden eine zum Wechseln eingerichtete Glastafel, von welcher aber die Thiere, um nicht im Kothe herumgehen zu können, durch ein weitmaschiges Drahtgeflecht getrennt waren; oberhalb des letzteren war eine Sitzstange angebracht, welche die Tauben dem unbequemen Drahtnetz vorzogen; die Excremente fielen durch das Netz auf die Glasplatte.

So vollkommen in dieser Beziehung die Versuche waren, so sehr scheiterten sie an der Unfähigkeit der Tauben das dargereichte Futter (ein Gebäck, bestehend aus Stärke 700, Fett 18, Leim 135, Kochsalz 20 und Wasser 130 in 1000 Theilen) auf die Dauer zu vertragen. Sie bekamen, — bei einer täglichen Dosis von 10 bis 20 Grm. des Gebäcks, — schon in den ersten Tagen Diarrhoe, die durch mit eingebackenes Tyrosin sogar noch gesteigert zu werden schien; die Verdauung wurde vollständig unterbrochen, so dass sogar zuletzt das Futter im Kropf liegen blieb und die Ueberfüllung desselben das Thier nach vorn zog; das Körpergewicht sank beständig und die Thiere wurden träge und schläfrig. Der Digestionsapparat zeigte bei der Section mannigfache pathologische Veränderungen.

Trotzdem habe ich in 6 Versuchsreihen, die sich bezüglich über 27, 28, 20, 27, 16, 20 Tage erstreckten, täglich das Körpergewicht, die Menge der Excremente und den Gesammtstickstoffgehalt derselben festgestellt und in Curven dargestellt; der Stickstoff wurde durch Glühen mit Natronkalk als Ammoniak bestimmt. Wie zu erwarten war,

zeigten sich die Curven von unregelmässigem Verlauf, und weder im Gewichtsverlust noch in der Stickstoffausscheidung liess sich ein Einfluss des Tyrosinzusatzes zur Nahrung, im Sinne der Escher'schen Arbeit constatiren; ich unterlasse es deshalb die Zahlen mitzutheilen. Natürlich sind diese Versuche durchaus nicht geeignet, über Richtigkeit oder Unrichtigkeit des von Escher gefundenen Verhaltens etwas auszusagen; vielmehr soll diese Mittheilung nur feststellen, dass Tauben zu Versuchen mit Leimfütterung sehr wenig geeignet sind. — Die Versuche werden im Laboratorium an geeigneteren Versuchsthieren fortgesetzt werden.

Zürich, im Mai 1877.

Ueber die Gestalt des Mondes.

Von

A. Beck.

Die Frage nach der wahren Gestalt des Mondes ist schon mehrfach behandelt worden, wobei ganz verschiedene Methoden zur Anwendung gekommen sind. Diese Methoden lassen sich nach zwei Gesichtspunkten gruppiren. Bei der einen Gruppe bildet die Theorie der Mondbewegung den Ausgangspunkt und aus den eigenthümlichen Gesetzen derselben lassen sich gewisse Schlüsse auf die Gestalt des Mondes ziehen. Die andere Gruppe umfasst die Methoden, welche durch directe Messung die Gestalt des Mondes zu bestimmen suchen.

Der erstere, mehr theoretische Weg wurde durch Lagrange und Laplace vorgezeichnet. Das Resultat, zu welchem Laplace in der Mécanique céleste geführt wurde,

besteht darin, dass der Mond nicht diejenige Gestalt habe, welche er haben würde, wenn er ursprünglich flüssig gewesen wäre. Wenn man die Mondmasse als homogen und flüssig voraussetzen dürfte, so würde sich für die Gleichgewichtsgestalt des Mondes ein Ellipsoid ergeben, für welches die Differenz der grossen, nach der Erde gerichteten Axe und der Polaraxe viermal so gross ist als die Differenz der dritten und der Polaraxe. Damit stehen aber die Relationen zwischen den 3 Hauptträgheitsmomenten, wie sie die Theorie der Mondbewegung liefert, im Widerspruch.

Die Hauptträgheitsmomente sind abhängig von der physischen Libration des Mondes in Länge, d. h. von einer periodischen Ungleichheit in der Rotationsbewegung des Mondes. Nach der Theorie würde diese Ungleichheit die Form μ sin Π haben, wo Π die mittlere Anomalie der Sonne bezeichnet. Diese Ungleichheit durch Beobachtung zu bestimmen, war der Zweck der grossen Arbeit von Nicollet in der Connaissance des temps für 1822 und 1823. Aus 174, grösstentheils von Bouvard angestellten Beobachtungen des Mondberges Manilius leitete Nicollet für die Constante μ den Werth — 4′ 49″, 7 ab. Die Messungen bestanden darin, dass der Rectascensions- und Declinationsunterschied des Manilius gegenüber dem Mondrand bestimmt wurde und bei der Berechnung der selenographischen Länge und Breite dieses Mondpunktes wurde der Mond als Kugel vorausgesetzt. Trotz der grossen Zahl von Beobachtungen glaubte Nicollet selbst nicht, den gefundenen Werth als einen definitiven annehmen zu dürfen und es ist auch seither bei Bestimmung von selenographischen Längen kein Gebrauch davon gemacht worden.

Ebenfalls auf theoretischem Wege wurde von Hansen aus der Mondbewegung das Resultat abgeleitet, dass

der Schwerpunkt des Mondes nicht mit seinem Mittelpunkt zusammenfalle, sondern um 0,034 des Mondradius weiter von der Erde entfernt sei als der Mittelpunkt.

Der zweite Weg zur Bestimmung der Gestalt des Mondes, derjenige der directen Messung, wurde von H. Gussew eingeschlagen in seiner Abhandlung: «Ueber die Gestalt des Mondes», Bulletin de l'académie impériale des sciences de St.-Pétersbourg, tome I, N. 5, 1859. Es wurden dazu 2 bei verschiedenen Librationsphasen aufgenommene Photographien des Mondes benützt. Indem für eine Anzahl correspondirender Punkte beider Bilder die Lage gegenüber dem Centrum bestimmt wurde, konnte daraus die Gestalt des Mondes ermittelt werden.

»Demnach wäre die allgemeine Gestalt der Mondoberfläche in dem mittlern Theil der uns zugekehrten Hälfte als eine Kugel zu betrachten von einem kleinern Radius R als der, welcher dem sichtbaren Rande angehört. Die Entfernung des Centrums der Figur von dem Punkte der Knotenlinie,*) welcher als Schwerpunkt bezeichnet werden darf, beträgt in Theilen des Randhalbmessers des Mondes circa 0,07 und die Richtung der Verbindungslinie zwischen beiden Punkten weicht von der scheinbaren Mondmitte bei mittlerer Libration nach Südost etwa um 5° ab« (S. 298). Für den Radius R dieser Kugel wird dann weiter aus den Messungen der Werth 0,982 abgeleitet. Demnach würde also der nach der Erde gerichtete Radius, vom Schwerpunkt ab gezählt, um 0,05

---

*) Knotenlinie nennt Gussew hier diejenige Gerade „um welche die Drehung des Mondes geschehen müsste, damit die Punkte der Mondoberfläche aus einer gegebenen Lage, relativ dem Beobachter, in eine andere gebracht würden.“

grösser sein als der darauf senkrechte. In Bezug auf die Sicherheit, welche diesem Resultat zukommt, sagt Gussew (S. 290): »Ich bin weit davon entfernt, auf die absolute Grösse dieser Zahlen ein grosses Gewicht zu legen, dagegen glaube ich, dass sie im allgemeinen einen nicht zu verwerfenden Beweis für die durch die Theorie längst begründete, aber durch directe Beobachtungen bis jetzt nicht constatirte Verlängerung des Mondkörpers gegen die Erde zu abgeben können.«

Aus der Abhandlung Gussew's möge noch folgende Stelle angeführt werden: »Vor allen Dingen muss ich sagen, dass die Veranlassung zu meiner Untersuchung durch eine Bemerkung gegeben wurde, die beim Anschauen des oben erwähnten Bildes in einem guten Stereoskop von vielen Personen ganz unabhängig gemacht wurde und die darin bestand, dass der Mond eiförmig und zwar so erschien, als wenn die Spitze des Eies dem Auge zugekehrt wäre. Da die erwähnte Erscheinung fast für alle Augen und in verschiedenen Stereoskopen dieselbe blieb und da es mir unerklärbar schien, dass zwei von einer Kugel abgenommene Bilder einen solchen Effect hervorbringen könnten, kam ich auf die Idee, zur Hebung aller Zweifel diesen Gegenstand durch directe Messung zu prüfen.« Die scheinbare Verlängerung des Mondes nach dem Beobachter zu im Stereoskop ist in der That sehr frappant. Sie ist aber viel zu gross, als dass man sie nicht sofort als eine zum grössten Theil bloss scheinbare erklären müsste. Die Ursache der Täuschung lässt sich in dem Umstand erkennen, dass die relative Lage der beiden Stereoskopbilder und der beiden Augen wohl nie die natürliche ist, d. h. diejenige, welche den betreffenden Librationswerthen sowie den scheinbaren Radien für die Momente der beiden

Aufnahmen entsprechen würde. Es sind dabei namentlich folgende Punkte in Betracht zu ziehen: 1) Da der scheinbare Radius des Mondes nur etwa 15′ beträgt, so sind die Stereoskopbilder dem Auge zu nahe; sie müssten also beide weiter entfernt werden. 2) Nimmt man an, dass die beiden Bilder den Maximalwerthen ± 8° der Libration in Länge entsprechen, so würde sich für den Winkel, den die Linien von den beiden Augen nach den beiden Mittelpunkten einschliessen müssten, 16° ergeben. Im Stereoskop wird dieser Winkel im Allgemeinen einen andern Werth haben; es werden vielleicht jene beiden Linien stärker convergiren, oder sie werden parallel sein oder sie können sogar divergiren, ohne dass das stereoskopische Sehen verhindert würde. Um den richtigen Winkel zu erhalten, müssten also beide Bilder entweder einander genähert oder von einander entfernt werden. 3) Die Mondparallaxe wird nicht in beiden Momenten der Aufnahme genau dieselbe gewesen sein. 4) Die Photographie entspricht der Projection des Mondes auf eine Ebene, die zur Linie Mond-Erde senkrecht steht. Die beiden Projectionsebenen fallen also streng genommen nicht zusammen, sondern bilden jenen Winkel von 16° miteinander. Ein Einfluss der Refraction wird nicht zu befürchten sein, da man bei photographischen Aufnahmen grosse Zenithdistanzen ohnehin vermeiden wird.

Wenn man bedenkt, welche überraschende Empfindlichkeit die beiden Augen für den stereoskopischen Effect zeigen, so lässt sich wohl annehmen, dass die unter 3) und 4) angeführten Momente bei jener Täuschung mitwirken können.

In Bezug auf das unter 1) und 2) Gesagte genügt es, auf die einfachen Beziehungen zu verweisen, welche zwi-

schen dem räumlichen Original und dem im Stereoskop gesehenen ebenfalls räumlichen Bild bestehen und welche von Helmholtz in seiner »physiologischen Optik« (S. 664—673) entwickelt worden sind. Diese Beziehungen sind dieselben, wie sie zwischen einem Object und einem Reliefbild desselben bestehen, d. h. diejenigen der centrischen Collineation. Auf geometrischem Wege lässt sich das mit Leichtigkeit erkennen.

Im Falle 1), wo beide Bilder nur ihre Entfernung vom Auge ändern, erhält man die specielle Beziehung der Affinität. Die Affinitätsebene geht durch die beiden Augen, die Affinitätsrichtung steht senkrecht auf derselben.

Im 2. Fall, wo nur die Entfernung der beiden Bilder von einander geändert wird, liegt das Collineationscentrum in der Mitte zwischen beiden Augen und die Collineationsebene geht wieder durch dieselben hindurch. Der Kugel als Original entspricht nun eine Fläche zweiten Grades als Relief. Der Mond wird also im Stereoskop im Allgemeinen als Fläche zweiten Grades, zunächst als Ellipsoid erscheinen, auch wenn er in Wirklichkeit kugelförmig wäre. —

Auf directer Messung beruht ferner die »Untersuchung des Mondes hinsichtlich seiner ellipsoidischen Gestalt« von Dr. E. Kayser (astronomische Nachrichten, 73. Band, N. 1743, 1869). Die angewandte Methode war eine ganz andere als die vorige. Es wurde vorausgesetzt, dass der Mond ein Ellipsoid sei und die Differenz der Axen desselben bestimmt, indem die Breite der Mondsichel in einem bestimmten Momente direct gemessen wurde. Dieser Moment wurde so gewählt, dass die Sichelbreite unter der Voraussetzung der ellipsoidischen Gestalt möglichst verschieden war von der Breite, die der Kugelgestalt ent-

sprechen würde. Als Resultat wurde gefunden, dass die nach der Erde gerichtete Halbaxe die grössere sei und dass die Differenz der beiden Halbaxen 0,0329 der Polarhalbaxe betrage. In Bezug auf die Sicherheit des Resultates sagt der Verfasser: »Ich bin leider durch Ungunst der Verhältnisse ausser Stande, mehr als die hier mitgetheilte Beobachtung zu bringen. Wenn gleich ich auf meine Beobachtung keinen hohen Werth lege, so glaube ich doch aus der Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen folgern zu können, dass die gefundene Excentricität*) von 0,0329 bis auf weniger als 0,005 verbürgt werden kann.«

In der vorliegenden Arbeit soll nun die Axendifferenz nach einer andern Methode aus Messungen ermittelt werden, die an verschiedenen Mondbergen zum Zweck der Bestimmung ihrer selenographischen Länge und Breite angestellt worden sind. Man kann diese Axendifferenz als neue Unbekannte einführen und aus einer grossen Zahl von Messungen eines Mondflecks oder mehrerer solcher wird sich diese neue Unbekannte gleichzeitig mit der selenographischen Lage bestimmen lassen. Da ich nicht in der Lage war, selbst Beobachtungen zu diesem Zweck anzustellen, so beschränkte ich mich darauf, das Beobachtungsmaterial zu benützen, welches sich in dem ausgezeichneten Werke: »Der Mond nach seinen kosmischen und individuellen Verhältnissen oder allgemeine vergleichende Selenographie, von W. Beer und Dr. J. H. Mädler, 1837« niedergelegt findet.**) Diese Messungen, welche

*) Die Bezeichnung Excentricität ist hier offenbar nicht in ihrem strengen Sinn gebraucht.

**) Im Folgenden wird dieses Werk einfach mit B—M bezeichnet werden.

zu dem neuen Zweck benützt werden sollen, waren von April bis December 1831 angestellt worden und hatten dazu gedient, für eine Anzahl von Mondflecken, die als Fixpunkte für eine Triangulirung auf dem Mond dienen sollten, die selenographische Länge und Breite möglichst genau zu bestimmen. Doch mag gleich bemerkt werden, dass die grosse Zahl der zu bestimmenden Punkte es nöthig gemacht hatte, für die Beobachtungen gewisse Vereinfachungen zuzulassen, welche die Genauigkeit immerhin beeinträchtigen mussten. Daher kann die vorliegende Arbeit nicht den Anspruch machen, ein definitives Resultat zu liefern; sie soll nur ein Versuch sein, aus jenem reichen Schatz von Beobachtungen, welche Beer und Mädler schon vor mehr als 40 Jahren anstellten und welche für die Kenntniss unsers Trabanten so vielfältige Früchte trugen, auch auf diese neue Frage nach der eigentlichen Gestalt des Mondes eine Antwort zu erhalten.

Eine wesentliche Rolle spielt hiebei die Libration des Mondes. Zur Berechnung derselben wurde dieselbe Methode wie in *B—M* angewandt, mit dem einzigen Unterschied, dass die Libration in Länge (selenographische Länge der scheinbaren Mondmitte), l', sowie der Winkel C zwischen dem Declinationskreis und dem Mondmeridian der scheinbaren Mondmitte in entgegengesetztem Sinn positiv gezählt werden. Die Librationen in Länge, l', und in Breite, b', sollen also positiv sein, wenn die scheinbare Mondmitte östlich vom Nullmeridian und nördlich vom Aequator liegt; C ist positiv, wenn der nördliche Theil des Declinationskreises östlich vom Mondmeridian der scheinbaren Mitte fällt. Leider sind die Werthe der Librationen in *B—M* nicht angegeben. In Folge dessen musste die ganze Berechnung derselben neu durchgeführt werden. In einzelnen

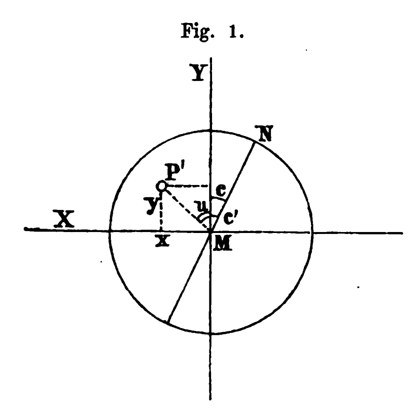
Fällen, wo sich in den selenographischen Längen und Breiten Abweichungen gegenüber *B—M* zeigten, wurde zur Prüfung noch diejenige Methode zur Berechnung der Libration angewandt, welche Encke im Berliner astronomischen Jahrbuch für 1843 angegeben hat. Beide Methoden führten in allen diesen Fällen zu demselben Resultat. Ferner wurden in denjenigen Fällen, wo der Stundenwinkel des Mondes grösser als 20° war, zur Berechnung der Parallaxe in Rectascension und Declination statt der Hülfstafeln in *B—M* die strengen Formeln benützt. Als Ephemeride diente das Berliner Jahrbuch; die mittlere Länge des Mondes sowie die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn wurde aus den Tafeln von Burckhardt entnommen. Mit grossem Nutzen wurde bei der Berechnung der Höhe des Mondes die «Sammlung von Hülfstafeln der Berliner Sternwarte» angewandt.

Berechnung der selenographischen Länge und Breite. Durch die Messung wird für den Punkt auf der Mondoberfläche der Rectascensionsunterschied x und der Declinationsunterschied y gegenüber der scheinbaren Mondmitte bestimmt mit Hülfe des bekannten Mondradius R und der direct gemessenen Rectascensions- und Declinationsunterschiede gegenüber dem Mondrand. Sowohl der Mondradius R als diese Rectascensions- und Declinationsunterschiede sind immer in Umdrehungen der Mikrometerschraube ausgedrückt.

Nach *B—M* ergiebt sich nun die selenographische Länge λ und Breite β unter Voraussetzung der Kugelgestalt aus folgender Gruppe von Formeln:

Nimmt man x, y als rechtwinklige Coordinaten in der Ebene, welche durch den Mondmittelpunkt senkrecht zur Linie Erde-Mond gelegt wird und auf welcher durch den Declinationskreis die y-Axe bestimmt ist (Fig. 1), so

Fig. 1.



erhält man zunächst den Winkel u, welchen der Radiusvector nach der Projection P' des Mondpunktes P mit der y-Axe einschliesst, nach der Formel:

$$1)\qquad \operatorname{tg} u = \frac{x}{y}$$

x soll nach Osten, y nach Norden positiv genommen, demgemäss u von der Nordrichtung der y-Axe nach Osten hin gezählt werden. Ferner ist

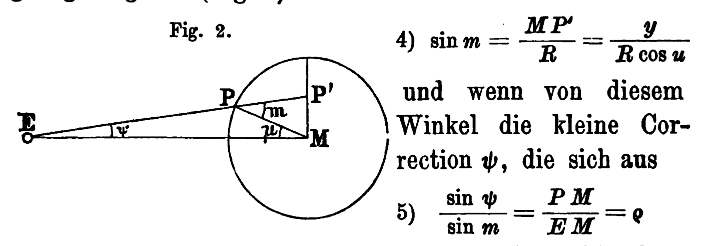
$$2)\qquad MP' = \frac{y}{\cos u}$$

Führt man statt des Declinationskreises den Mondmeridian der scheinbaren Mitte ein, so ergibt sich für den Radiusvector der neue Richtungswinkel:

$$3)\qquad C' = C + u.$$

Dann folgt weiter in der Ebene, die durch MP und den Beobachter E gelegt wird, für den Winkel m am Mondpunkt P genügend genau (Fig. 2)

Fig. 2.



$$4)\qquad \sin m = \frac{MP'}{R} = \frac{y}{R\cos u}$$

und wenn von diesem Winkel die kleine Correction ψ, die sich aus

$$5)\qquad \frac{\sin \psi}{\sin m} = \frac{PM}{EM} = \varrho$$

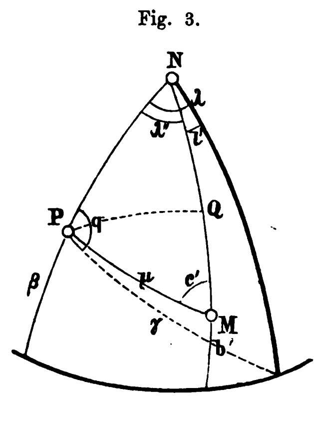
(ϱ = scheinbarer Mondradius in Bogenmass) ergibt, abgezogen wird, so erhält man für den Winkel μ, den der Mondradius nach P mit ME einschliesst:

6) $$\mu = m - \psi$$

Die weitere Rechnung ist die Auflösung des sphärischen Dreiecks auf der Mondkugel, welches durch P, die scheinbare Mondmitte M und den Nordpol N gebildet wird und in welchem (Fig. 3)

$$NP = 90^\circ - \beta,\ MN = 90 - b',\ MP = \mu$$
$$NMP = C' \quad NPM = q \quad MNP = \lambda'',$$

Fig. 3.



während die Winkel, welche NP und NM mit dem Nullmeridian einschliessen, mit λ und l' identisch sind. Legt man durch P den grössten Kreis senkrecht zu MN, wodurch die Hülfsgrösse $MQ = \chi$ eingeführt wird, so hat man schliesslich die logarithmisch bequemen Formeln:

7) $$\operatorname{tg} \chi = \operatorname{tg} \mu \,.\, \cos C'$$

8) $$\operatorname{tg} \lambda'' = \frac{\operatorname{tg} C' \sin \chi}{\cos(\chi + b')}$$

9) $$\operatorname{tg} \beta = \cos \lambda'' \operatorname{tg}(\chi + b')$$

10) $$\lambda = \lambda'' + l'$$

Einfluss der Excentricität. Nun soll an Stelle der Kugel ein Rotationsellipsoid gesetzt werden, dessen Hauptaxe in die Schnittlinie des Mondäquators mit dem Nullmeridian fällt und die also auf der Axe senkrecht steht, um welche die Rotation des Mondes thatsächlich stattfindet. Wir nehmen an, die halbe Hauptaxe sei um E grösser als die halbe Polaraxe, E in Theilen der letztern ausgedrückt. Dann ist E die Unbekannte, deren Bestimmung unsere Aufgabe ist. Zunächst würde es sich nun fragen, wie unter der neuen Voraussetzung die Grössen x, y erhalten werden, da

streng genommen der Radius der Mondscheibe nun nicht mehr nach allen Richtungen hin derselbe ist. Nun ist aber die Verschiedenheit dieser Radien eine äusserst kleine. Bessel, der hierüber Heliometermessungen angestellt hat (astronomisches Jahrbuch N. 263), sagt mit Bezug auf 2 Messungsreihen: »Beide Messungsreihen lassen keinen Zweifel übrig, dass der Mond sehr nahe kreisförmig erscheint; die Uebereinstimmung der verschiedenen Halbmesser ist grösser als die die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigenden Ungleichheiten am Rande des Mondes erwarten lassen.« Da nun die Messungen in $B-M$ aus verschiedenen Ursachen ohnehin nicht den hohen Grad von Genauigkeit haben, den die vorliegende Aufgabe verlangen würde, so mag es wohl zu rechtfertigen sein, wenn ich mir die vereinfachende Voraussetzung erlaube, dass die Grössen x, y, wie sie bei der Berechnung nach $B-M$ angewandt wurden, ohne weitere Correction auch für das Ellipsoid Geltung haben. Es handelt sich überhaupt hiebei weniger um den absoluten Werth dieser Correction als vielmehr darum, ob der Einfluss, den die Excentricität auf die scheinbare Lage eines Mondpunktes bei verschiedenen Librationsphasen hat, nicht wesentlich grösser sei, als der Einfluss der Excentricität auf den scheinbaren Radius.

Eine kleine Rechnung liefert in Bezug auf diese Frage folgende Zahlenwerthe: Nimmt man an, es sei:

$E = 0{,}03$, halbe Polaraxe $= 234{,}20$ Meilen,

Entfernung des Mondes vom Beobachter $= 51829$ Meilen, setzt man ferner $b' = 0$, so erhält man als scheinbaren Durchmesser des Mondes, in der Richtung seines Aequators gemessen:

für die Libration in Länge $l' = 0$: 31′ 4,″2

" " " " " $l' = 8°$: 31′ 5,″3

Die Differenz der beiden Halbmesser beträgt also 0″,55.

Betrachten wir nun ferner, um den Einfluss von E auf die scheinbare Lage eines Mondpunktes zu beurtheilen, den Punkt, in welchem der Aequator und der Nullmeridian sich schneiden, für welchen also $\lambda = \beta = o$ ist und denken wir uns den Mond das eine Mal als Kugel, das andere Mal als Ellipsoid mit $E = 0,03$, so ergibt sich bei $l' = 8^\circ$ für den scheinbaren Ort jenes Mondpunktes unter den beiden verschiedenen Hypothesen eine Differenz von $3'',9$. Diese Zahl ist das 7fache von jener Differenz der beiden Radien.

Es kommt nun aber noch ein weiterer Umstand hinzu, welcher das Verhältniss noch günstiger gestaltet. Denken wir uns nämlich die entgegengesetzte Librationsphase $l' = -8^\circ$, so ist der Einfluss, den dieselbe auf den scheinbaren Radius hat, derselbe wie vorhin, sobald unsere Annahme, dass die vordere und die hintere Mondhälfte congruent seien, zulässig ist. Dagegen äussert sich nun der Einfluss auf den scheinbaren Ort jenes Mondpunktes in entgegengesetztem Sinn. Die beiden x-Coordinaten werden also um denselben Betrag (die Correction des Radius) und in demselben Sinn fehlerhaft sein, falls bei der zweiten Beobachtung derselbe Mondrand benützt worden ist wie bei der ersten. Es würde also der Fehler im Radius vollständig eliminirt werden, wenn man je 2 Messungen miteinander combiniren würde, die bei entgegengesetzten Librationsphasen angestellt sind, dabei aber sich auf denselben Mondrand beziehen. Es würde dann nur die Lage des Punktes fehlerhaft berechnet werden, aber nicht E. Jedenfalls wird es wünschenswerth sein, dass für die Messungen eines und desselben Punktes die positiven und negativen Werthe von l' und b' möglichst gleichmässig vorkommen und dass bei den Messungen der gleichen Coordinate immer der gleiche Rand benützt werde.

Berechnung von E. Aus jeder Serie von Messungen, die sich auf einen und denselben Mondpunkt beziehen, sind nun als Unbekannte die 3 Grössen E, λ, β zu bestimmen. Wollte man dabei ausgehen von der Gleichung des Ellipsoides, so würde man auf sehr complicirte Formeln kommen. Die ganze Rechnung nimmt aber einen sehr viel einfachern Charakter an, wenn man nicht die Gleichung des Ellipsoides anwendet, sondern die Eigenschaft desselben, dass es zu der eingeschriebenen Kugel in die Beziehung der Affinität gesetzt werden kann. Nimmt man die 90°-Meridianebene des Mondes als Fundamental- oder Affinitätsebene, so kann aus jener Kugel das Ellipsoid dadurch abgeleitet werden, dass man alle auf dieser Ebene senkrechten Ordinaten der Kugel in dem Verhältniss $1 : 1 + E$ vergrössert. Von dieser Eigenschaft kann man nun in folgender Weise Gebrauch machen:

Durch den Punkt des Ellipsoides, auf den sich die Messungen beziehen, lege man eine Kugel, die mit dem Ellipsoid, also auch mit der eingeschriebenen Kugel concentrisch ist. Der Radius dieser Kugel wird zwischen r und $r\,(1 + E)$ liegen, wenn r der Radius der eingeschriebenen Kugel ist; er sei

$$r' = r\,(1 + e).$$

Würde nun bei der Berechnung von λ, β, nachdem einmal die Grössen x, y wie oben bestimmt worden sind, statt der Kugel vom Radius r eine solche vom Radius r' zu Grunde gelegt, so würden, abgesehen von den Beobachtungsfehlern, alle einzelnen Messungen dieselben Werthe für λ, β liefern, während sie für die Kugel vom Radius r in Folge der Verschiedenheiten in den Librationswerthen verschiedene Resultate geben. Unsere Aufgabe ist also die, denjenigen Werth von e zu bestimmen, für welchen die Abweichungen

in den berechneten Werthen von λ, β möglichst klein werden.

Ist diese Grösse e für einen Punkt bestimmt, so lässt sich aus derselben die eigentliche Unbekannte E auf Grund der oben angeführten Eigenschaft ableiten. Aus λ und β ergibt sich zunächst der Winkel γ zwischen MP und der Hauptaxe des Ellipsoides nach der Formel (Fig. 3 und Fig. 4).

$$\cos\gamma = \cos\lambda \cos\beta$$

Fig. 4.

Dieser Winkel ist aber gleich dem Winkel, den PM mit der Ordinate von P einschliesst und bei der Kleinheit der Grösse e wird das Stück dieser Ordinate zwischen den beiden Kugeln durch die Formel ausgedrückt werden:

$$PP_1 = \frac{er}{\cos\gamma}$$

Die Ordinate von P_1 ist aber $= r\cos\gamma$. Wir erhalten also für E oder das Verhältniss von PP_1 zur Ordinate von P_1 oder von SS_1 zur Ordinate von S_1 den Werth:

11) $$E = \frac{e}{(\cos\lambda \cos\beta)^2}$$

Auf diese Weise haben wir den Vortheil erreicht, die ganze Rechnung mit den für die Kugel geltenden Formeln 1)—10) durchführen zu können. In diese Formeln kommt aber nun die Grösse e als dritte Unbekannte hinein.

Seien λ', β' selenographische Länge und Breite auf der Kugel vom Radius r'. Dann handelt es sich darum, die beobachteten Grössen x, y als Functionen der drei Grössen r', λ', β' darzustellen.

Sei

$$x = f(r', \lambda', \beta'),$$
$$y = f_1(r', \lambda', \beta'),$$

so gibt uns der Taylor'sche Satz, wenn wir r als Näherungswerth für r' nehmen und mit λ_0, β_0 Näherungswerthe für λ', β' bezeichnen:

12)
$$x = f(r, \lambda_0, \beta_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_0 \Delta r + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)_0 \Delta \lambda + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)_0 \Delta \beta.$$
$$y = f_1(r, \lambda_0, \beta_0) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial r}\right)_0 \Delta r + \left(\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}\right)_0 \Delta \lambda + \left(\frac{\partial f_1}{\partial \beta}\right)_0 \Delta \beta.$$

Die höheren Potenzen von Δr, $\Delta \lambda$, $\Delta \beta$ können wegen der Kleinheit dieser Grössen vernachlässigt werden. Δr ist nichts anderes als $e \cdot r$, $\Delta \lambda$ und $\Delta \beta$ sind jetzt die zweite und dritte Unbekannte. $f(r, \lambda_0, \beta_0)$ und $f_1(r, \lambda_0, \beta_0)$ oder kürzer x_0 und y_0 sind die Werthe, die wir für x und y erhalten, wenn wir unter Zugrundelegung der Näherungswerthe λ_0, β_0 die Formeln 1.)—10.) in umgekehrter Reihenfolge auf die Kugel vom Radius r anwenden. Es handelt sich nun darum, die Coefficienten $\frac{\partial f}{\partial r}$, $\frac{\partial f}{\partial \lambda}$, $\frac{\partial f}{\partial \beta}$, ... durch möglichst einfache Formeln darzustellen. Dabei wird sich zeigen, dass statt der Hülfsgrösse χ zweckmässiger der Winkel $q = \sphericalangle NPM$ (Fig. 3.) einzuführen ist.

Aus 1.) folgt:

$$\frac{\partial u}{\cos^2 u} = \frac{\partial x}{y} - \frac{x}{y^2} \partial y = \frac{\partial x}{y} - \frac{\operatorname{tg} u}{y} \partial y.$$
$$\partial u = \frac{\cos^2 u}{y} \partial x - \frac{\sin u \cos u}{y} \partial y$$

oder mit Hülfe von 4.):

$$\partial u = \frac{\cos u}{R \sin m} \partial x - \frac{\sin u}{R \sin m} \partial y.$$

Die Differentiation von 4.) gibt:

$$R \cos m \,.\, \partial m + \sin m \,.\, \partial R = \frac{\partial y}{\cos u} + \frac{y \operatorname{tg} u}{\cos u} \cdot \partial u.$$

Hier ist nun zu setzen

$\partial R = e \cdot R$ (R = Radius in Mikrometerwindungen).

Löst man dann nach ∂m auf und benützt 4.), so folgt:

$$\partial m = \frac{\partial y}{R \cos u \,.\, \cos m} + \operatorname{tg} m \cdot \operatorname{tg} u \cdot \partial u - e \operatorname{tg} m.$$

Durch Einsetzung des obigen Werthes von ∂u erhält man hieraus:

$$\partial m = \frac{\sin u}{R \cos m} \partial x + \frac{\cos u}{R \cos m} \partial y - e \operatorname{tg} m.$$

Die Gleichung 5.) gibt:

$$\cos \psi \cdot \partial \psi = \varrho \cos m \cdot \partial m + \sin m \cdot \partial \varrho$$

ϱ ist der Mondradius in Bogenmaass; für $\partial \varrho$ ist wieder zu setzen $e \,.\, \varrho$. Führt man ferner für ∂u den oben gefundenen Werth ein, so wird:

$$\partial \psi = \frac{\varrho \sin u}{R \cos \psi} \partial x + \frac{\varrho \cos u}{R \cos \psi} \cdot \partial y.$$

Nun liefert weiter die Gleichung 6.)

13) $\partial \mu = \partial m - \partial \psi$

$$= \frac{\sin u}{R \cos m}\left(1 - \frac{\varrho \cos m}{\cos \psi}\right) \partial x + \frac{\cos u}{R \cos m}\left(1 - \frac{\varrho \cos m}{\cos \psi}\right) \partial y - e \operatorname{tg} m$$

und die Gleichung 3.)

14) $$\partial C' = \partial u = \frac{\cos u}{R \sin m} \partial x - \frac{\sin u}{R \sin m} \partial y.$$

Jetzt haben wir in dem sphärischen Dreieck NMP die Grössen $\partial \mu$, $\partial C'$ durch die Grössen $\partial \lambda$, $\partial \beta$ auszudrücken. Dabei führen wir jenen Winkel q ein, indem wir ausgehen von den beiden Formeln:

15) $$\cos \beta \sin q = \sin C' \cos b'$$

16) $$-\cos q = \cos \lambda'' \cos C' - \sin \lambda'' \sin C' \sin b'.$$

Aus den durch Differentiation hieraus abzuleitenden Gleichungen ist ∂q zu eliminiren. Da nach Formel 10.)

$$\partial \lambda'' = \partial \lambda,$$

so erhalten wir auf diese Weise eine Gleichung zwischen $\partial \lambda$, $\partial \beta$, $\partial C'$. 16.) gibt:

$$\sin q \,.\, \partial q = (-\cos\lambda'' \sin C' - \sin\lambda'' \cos C' \sin b')\,\partial C' - (\cos C' \sin\lambda'' + \sin C' \cos\lambda'' \sin b')\,\partial\lambda = -\sin q \cos\mu \,.\, \partial C' - \sin q \sin\beta \,.\, \partial\lambda.$$

17) $$\partial q = -\cos\mu\,\partial C' - \sin\beta \,.\, \partial\lambda.$$

Differentiirt man 15.) und setzt für $d\,q$ seinen Werth ein, so erhält man:

$$(\cos b' \cos C' + \cos\beta\cos q\cos\mu)\,\partial C' = -\cos\beta\cos q\sin\beta \,.\, \partial\lambda - \sin q\sin\beta\,\partial\beta.$$

und daraus unter Anwendung einer bekannten Formel der sphärischen Trigonometrie:

18) $$\sin\mu \,.\, \partial C' = -\cos q\cos\beta \,.\, \partial\lambda - \sin q \,.\, \partial\beta.$$

Eine zweite Gleichung, die eine Beziehung zwischen $\partial \mu$, $\partial \lambda$, $\partial \beta$ darstellt, ergibt sich aus der Formel:

$$\cos\mu = \sin b' \sin\beta + \cos b' \cos\beta \cos\lambda''$$

Man erhält durch Differentiation:

$$-\sin\mu \,.\, \partial\mu = (\sin b' \cos\beta - \cos b' \sin\beta\cos\lambda'')\,\partial\beta - \cos b' \cos\beta\sin\lambda''\,\partial\lambda''$$

und hieraus mit Hülfe einiger Formeln der sphärischen Trigonometrie:

19) $$\partial\mu = \cos b' \sin C' \,.\, \partial\lambda - \cos q \,.\, \partial\beta.$$

Diese beiden Werthe für $\partial C'$ und $\partial \mu$ aus 18.) und 19.) sind nun den in 13.) und 14.) durch e, ∂x, ∂y ausgedrückten gleichzusetzen. Dabei bezeichnen wir zur Abkürzung:

20) $$1 - \varrho\,\frac{\cos m}{\cos\psi} = \frac{1}{\varkappa}$$

Dann erhalten wir:

21) $$\begin{cases} \dfrac{\sin u}{R\cos m}\,\partial x + \dfrac{\cos u}{R\cos m}\,\partial y = e \,.\, \varkappa \operatorname{tg} m + \varkappa\cos b' \sin C'\,\partial\lambda - \varkappa\cos q \,.\, \partial\beta \\ \dfrac{\cos u}{R\sin m}\,\partial x - \dfrac{\sin u}{R\sin m}\,\partial y = \qquad -\dfrac{\cos q \,.\, \cos\beta}{\sin\mu}\,\partial\lambda - \dfrac{\sin q}{\sin\mu}\,\partial\beta \end{cases}$$

Diese beiden Gleichungen sind nach ∂x und ∂y aufzulösen. Der Bruch $\frac{\sin\mu}{\sin m}$ lässt sich noch durch $\varkappa$ ausdrücken. Es ist nach 6.)

$$\sin\mu = \sin m \cos\psi - \cos m \sin\psi$$

Wird für $\sin\psi$ sein Werth aus 5.) eingesetzt, so erhält man:

$$\frac{\sin\mu}{\sin m} = \cos\psi\left(1 - \varrho\frac{\cos m}{\cos\psi}\right) = \frac{\cos\psi}{\varkappa}\,.$$

Hier ist noch zu bemerken, dass ψ immer ein sehr kleiner Winkel ist. Er kann überhaupt nicht grösser werden als der scheinbare Mondradius (Fig. 2), erreicht aber diese Grenze bei weitem nicht, da für unsern Zweck solche Mondpunkte gewählt werden müssen, die der scheinbaren Mondmitte möglichst nahe liegen. Wir dürfen also unbedenklich $\cos\psi = 1$ nehmen. Ferner ist

$$\cos b' \sin C' = \sin q\,.\cos\beta\,.$$

Dieses berücksichtigt, nimmt die Auflösung der beiden Gleichungen 21.) folgende Gestalt an:

$$22)\left\{\begin{aligned}\partial x &= e\varkappa R \sin m \sin u + \varkappa R(\sin q \cos m \sin u - \cos q \cos u)\cos\beta\,\partial\lambda\\ &\quad - \varkappa R(\cos q \cos m \sin u + \sin q \cos u)\,\partial\beta.\\ \partial y &= e\varkappa R \sin m \cos u + \varkappa R(\sin q \cos m \cos u + \cos q \sin u)\cos\beta\,\partial\lambda\\ &\quad - \varkappa R(\cos q \cos m \cos u - \sin q \sin u)\,\partial\beta.\end{aligned}\right.$$

Damit sind jene Differentialquotienten in 12.) bestimmt. Es ist nur noch nöthig, dieselben zur logarithmischen Berechnung geeigneter zu machen. Zu diesem Zweck setze man:

$$23)\quad \begin{aligned}\sin q \cos m &= A \sin B\\ \cos q &= A \cos B\,,\end{aligned}$$

ferner

$$24)\quad \begin{aligned}\cos q \cos m &= P \cos Q\\ \sin q &= P \sin Q\,,\end{aligned}$$

woraus zur Berechnung der 2 Paare von Hülfsgrössen A, B, P, Q sich ergibt:

25)
$$\operatorname{tg} B = \operatorname{tg} q \cos m\,, \qquad A = \frac{\cos q}{\cos B}$$
$$\operatorname{tg} Q = \frac{\operatorname{tg} q}{\cos m} \qquad P = \frac{\sin q}{\sin Q}\,.$$

Dann nehmen die Formeln für ∂x und ∂y folgende Gestalt an:

26)
$$\begin{cases} \partial x = e.\varkappa.R \sin m \sin u - \varkappa R \cos\beta \dfrac{\cos q}{\cos B} \cos(u+B)\,\partial\lambda - \varkappa R \dfrac{\sin q}{\sin Q} \sin(u+Q)\,\partial\beta \\ dy = e.\varkappa.R \sin m \cos u + \varkappa R \cos\beta \dfrac{\cos q}{\cos B} \sin(u+B)\,\partial\lambda - \varkappa R \dfrac{\sin q}{\sin Q} \cos(u+Q)\,\partial\beta \end{cases}$$

Was den Winkel q betrifft, so werden wir ihn ohne Zweideutigkeit aus den beiden Formeln erhalten:

27) $$\sin q = \sin C' \frac{\cos b'}{\cos\beta} \qquad \cos q = \sin C' \sin\lambda'' \sin b' - \cos C' \cos\lambda''.$$

Je nachdem q näher an 0^0 oder an 90^0 ist, werden wir den genauen Werth aus der ersten oder aus der zweiten Formel finden; die andere bestimmt dann den Quadranten.

In 26.) ist ferner noch in den Gliedern mit $\partial\lambda$ und $\partial\beta$ der Faktor $\frac{60}{206265}$ anzubringen, wenn wir $\partial\lambda$ und $\partial\beta$ in Minuten ausdrücken wollen. Endlich, um möglichst Gleichmässigkeit in den 6 Coefficienten von 26.) herzustellen, wollen wir e in Einheiten der dritten Decimale, sowie ∂x und ∂y oder Δx, Δy statt in ganzen Umdrehungen der Mikrometerschraube in Tausendsteln derselben ausdrücken. So erhalten wir schliesslich für die Formeln, welche unsere Aufgabe lösen, folgendes Schema:

a) $$\varkappa = 1 + \varrho \cos m, \quad \lg\varkappa = M\varrho\cos m, \quad \alpha_0 = \frac{1000.60}{206265}$$

b) $$\sin q = \sin C' \frac{\cos b'}{\cos\beta}\,, \quad \cos q = \sin\lambda'' \sin C' \sin b - \cos\lambda'' \cos C''$$

c) $$\operatorname{tg} B = \operatorname{tg} q \, . \cos m\,, \quad \operatorname{tg} Q = \frac{\operatorname{tg} q}{\cos m}$$

d) $$\begin{cases} a = \varkappa R \sin m \sin u & a_1 = \varkappa R \sin m \cos u \\ b = -\alpha_0 \varkappa R \cos\beta \dfrac{\cos q}{\cos B} \cos(u+B) & b_1 = \alpha_0 \varkappa R \cos\beta \dfrac{\cos q}{\cos B} \sin(u+B) \\ c = -\alpha_0 \varkappa R \dfrac{\sin q}{\sin Q} \sin(u+Q) & c_1 = -\alpha_0 \varkappa R \dfrac{\sin q}{\sin Q} \cos(u+Q) \end{cases}$$

e) $$\begin{aligned} x &= x_0 + a \; . e + b \; . \Delta\lambda + c \; . \Delta\beta \\ y &= y_0 + a_1 . e + b_1 . \Delta\lambda + c_1 \; \Delta\beta. \end{aligned}$$

Die beiden ersten Formeln a.) sind Reihenentwicklungen nach 20.), deren weitere Glieder, da $\varrho \dfrac{\cos m}{\cos \psi}$ immer sehr klein ist, vernachlässigt werden können. cos ψ wurde wieder $= 1$ gesetzt und der Modul der Brigg'schen Logarithmen mit M bezeichnet. Für ϱ ist in B—M eine kleine Tabelle berechnet, welche mit der Parallaxe als Argument den zugehörigen Werth von lg ϱ liefert. Wie obiges Schema zeigt, haben die Coefficienten a, b, c, a_1, b_1, c_1 eine sehr einfache Zusammensetzung. Ist einmal q berechnet, so ist alles weitere für die logarithmische Berechnung ausserordentlich bequem.

Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate. Auf die Gleichungen e.) ist nun die Methode der kleinsten Quadrate anzuwenden, um aus den auf einen Punkt bezüglichen, bei verschiedenen Librationsphasen angestellten Messungen die wahrscheinlichsten Werthe für die 3 Unbekannten e, $\Delta\lambda$, $\Delta\beta$ zu ermitteln. x, y sind die gemessenen Coordinaten, welche also mit den Beobachtungsfehlern behaftet sind. Zunächst sind für die Näherungswerthe λ_0, β_0 die Grössen x_0, y_0 zu berechnen, indem das Schema der Gleichungen 1.)—10.) in umgekehrter Reihenfolge angewandt wird. Bei dieser Rechnung

ergeben sich dann auch die Werthe für λ'', m, C', u, mit welchen die Ausdrücke in a.)—e.) zu berechnen sind.

Für die praktische Ausführung der Rechnung ist es von grosser Wichtigkeit, auf irgend eine Weise eine Controle zu erhalten, welche einen etwaigen Fehler in der Berechnung der Coefficienten a, . . . , auf welchen die weitere Rechnung beruht, erkennen liesse.

Eine solche Controle bietet sich nun hier mit verhältnissmässig grosser Leichtigkeit dar. Angenommen, λ, β seien die Werthe der selenographischen Länge und Breite, die sich aus einer Messung unter Voraussetzung der Kugelgestalt ergeben hätten. Diese Werthe sind jedesmal nach den Formeln 1.) bis 10.) berechnet worden, da sich aus ihrer Vergleichung mit den in B—M gefundenen Werthen eine werthvolle Controle für die Richtigkeit der vorausgegangenen Rechnung, namentlich der Librationen, ergibt. Diese selben Werthe können nun aber auch mit Hülfe der beiden Formeln e.) berechnet werden, wenn man in denselben $e = o$ setzt, und umgekehrt kann mit Hülfe derselben ein zweiter Werth für $x—x_0$, $y—y_0$ abgeleitet werden. Die Controle ist also in den Gleichungen enthalten:

$$x - x_0 = b\ (\lambda - \lambda_0) + c\ (\beta - \beta_0)$$
$$y - y_0 = b_1\ (\lambda - \lambda_0) + c_1\ (\beta - \beta_0)$$

Sie erstreckt sich aber nur auf die Coefficienten b, c, b_1, c_1, während a, a_1 uncontrolirt bleiben. Die aus diesen beiden Formeln berechneten Werthe von $x—x_0$, $y—y_0$ müssen denjenigen gleich sein, die man früher aus den beobachteten x, y und den mit Hülfe von λ_0, β_0 rückwärts berechneten x_0, y_0 erhalten hat. Diese Controle ist bei den unten folgenden Rechnungen jedesmal angewandt worden und hat immer vollkommene Uebereinstimmung gezeigt.

Sind die Unbekannten $e, \lambda' = \lambda_0 + \Delta\lambda, \beta' = \beta_0 + \Delta\beta$ aus einer Serie von Messungen nach der Methode der kleinsten Quadrate gefunden, so lässt sich zum Schluss die ganze Rechnung noch auf eine andere Weise in grösserm Umfang controliren. Denkt man sich für 2 gemessene Werthe x, y die Berechnung von λ, β das eine Mal unter Voraussetzung der Kugelgestalt, das andere Mal unter Voraussetzung des Rotationsellipsoides mit dem gefundenen Axenverhältniss ausgeführt, wobei im zweiten Fall auf der Kugel mit dem Radius $r(1+e)$ die Werthe λ_1, β_1 erhalten worden seien, so muss zwischen der Grösse e und den Differenzen $\lambda_1 - \lambda, \beta_1 - \beta$ eine Beziehung bestehen, in welcher die Coefficienten dieselben sind wie in e.), indem wir wohl annehmen dürfen, dass diese Coefficienten sich nicht merklich ändern, ob wir sie mit den aus λ, β oder aus λ_0, β_0 gefundenen Werthen von u, m, C', λ'' berechnen. In den Gleichungen e.) ist also zu setzen: statt $x_0, y_0 : x, y$, statt $\Delta\lambda : \lambda_1 - \lambda$, statt $\Delta\beta : \beta_1 - \beta$. Dann hat man:

$$b\,(\lambda_1 - \lambda) + c\,(\beta_1 - \beta) = -a\,.\,e$$
$$b_1\,(\lambda_1 - \lambda) + c_1\,(\beta_1 - \beta) = -a_1\,.\,e$$

Diese Gleichungen denken wir uns nun nach $\lambda_1 - \lambda, \beta_1 - \beta$ aufgelöst und auf diese Weise die Werthe λ_1, β_1 berechnet. Nehmen wir dann das arithmetische Mittel aller λ_1 und ebenso aller β_1 für eine Serie von Messungen, so wird dieser Mittelwerth sehr nahe mit dem Werth λ', resp. β' übereinstimmen müssen, den wir nach der Methode der kleinsten Quadrate direct berechnet haben. Auch diese Controle wurde jedesmal ausgeführt. Die Resultate sind unten angegeben.

Endlich kann man noch eine willkommene Bestätigung dadurch erlangen, dass man sowohl für die Serien der λ, β

vor der Ausgleichung (Kugel) als auch für die Serien der λ_1, β_1 nach der Ausgleichung (Ellipsoid) den mittlern Fehler des arithmetischen Mittels bestimmt. Die Bestätigung wird darin liegen, dass diese mittlern Fehler nach der Ausgleichung kleiner sind als sie vor derselben waren. Auch diese Vergleichung ist unten jedesmal angestellt worden.

Die Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde nach den bekannten Regeln ausgeführt, wie sie von Encke in den Jahrgängen 1834—1836 des Berliner astron. Jahrbuches zusammengestellt worden sind. Es braucht nur noch $x_0 - x = n$, $y_0 - y = n_1$ gesetzt zu werden, um auch die vollständige Uebereinstimmung in der Bezeichnung zu haben. Aus den Gleichungen e.) ergeben sich die Normalgleichungen, welche nach den Unbekannten e, $\Delta\lambda$, $\Delta\beta$ aufzulösen sind. Bei der Berechnung der Coefficienten $[a\,a]$, . . . der Normalgleichungen wurde die bekannte Controlrechnung jedesmal durchgeführt, indem mit $a + b + c = s$ auch die Summen $[a\,s]$, . . . berechnet wurden. Die Auflösung der Normalgleichungen geschah nach der Methode der successiven Elimination, welche bekanntlich auch in einfacher Weise zur Bestimmung der mittlern Fehler der Unbekannten führt, indem »das Gewicht des wahrscheinlichsten Werthes der Unbekannten, die zuletzt allein übrig bleibt, gleich ist dem Coefficienten, welchen die Unbekannte in der letzten Gleichung hat, in welcher sie allein erscheint, versteht sich in Bezug auf die Einheit der Genauigkeit, welche bei den Grundgleichungen angenommen ist.« — Da zu einer andern Annahme keine sichern Anhaltspunkte vorhanden waren, so wurden die Grössen x und y als gleich genau vorausgesetzt.

Resultate. Leider konnten von der grossen Zahl von Messungen in *B—M* nur verhältnissmässig wenige für den vorliegenden Zweck benützt werden. Zunächst durften natürlich nur solche Punkte in Betracht kommen, welche der Mondmitte ziemlich nahe lagen. Von diesen mussten aber noch alle diejenigen ausgeschieden werden, bei welchen die Librationen in den Momenten der einzelnen Messungen nicht hinreichend starke Verschiedenheiten zeigten. So blieben schliesslich nur die 4 Punkte übrig: Gambart A., Copernicus (beide im 2. Quadranten), Thebit A. und Landsberg (beide im 3. Quadranten), und auch diese hatten schon grössere Entfernungen von der Mondmitte und kleinere Verschiedenheiten in den Librationen als erwünscht sein konnte.

Die folgende Zusammenstellung (pag. 26—29) gibt nun für die vier genannten Mondpunkte die Rechnungsresultate. Für die Winkel konnte es genügen, dieselben auf 10″ abzurunden, nachdem die Rechnung so weit geführt worden war wie in *B—M.*

Zur Erläuterung dieser 4 Tabellen möge Folgendes hinzugefügt werden:

Die 1. Colonne gibt die Nummer der Beobachtung in *B—M*, die 2. gibt an, von welchen Rändern aus die Messung gemacht wurde, die 3. gibt das λ, welches unter Voraussetzung der Kugelgestalt berechnet wurde, die 4. den in *B—M* hiefür gefundenen Werth, die 5. den Werth nach der Ausgleichung auf der durch den betreffenden Punkt gelegten Kugel. Die Colonnen l' b' C geben die 3 Librationsgrössen in der oben angegebenen Zählweise. Die letzte Colonne gibt den log. des scheinbaren Mondradius in Mikrometerwindungen. Für die Colonnen der λ und β sind jedesmal die Mittelwerthe sammt den mittlern Fehlern

1. Gambart, A.

N.		λ	$\lambda (B\text{-}M)$	λ_1	β	$\beta (B\text{-}M)$	β_1	l'	b'	C	lg R
142	ON	18° 46′ 10″	46′ 56″	35′,1	0° 38′ 50″	35′ 33″	35′,0	1° 42′ 0″	-5° 2′ 40″	- 3° 27′ 0″	1,30285
165	»	34 10	34 23	26,6	64 0	64 25	63,0	6 49 30	-0 47 50	17 6 10	1467
359	»	48 0	41 4	39,8	60 30	48 55	63,0	5 43 50	4 26 50	24 43 30	3019
383	»	24 10	44 3	15,7	49 0	40 55	52,3	5 29 0	5 40 20	24 13 50	3472
517	»	29 50	29 44	17,8	33 20	35 25	37,7	0 16 20	7 10 50	12 21 50	4957
526	OS	31 40	31 21	16,3	52 20	52 44	54,1	-4 19 0	3 14 50	-12 8 30	4197
687	ON	29 0	29 35	18,7	34 0	34 10	38,3	2 44 50	7 7 0	19 32 40	5234
699	»	15 30	69 10	4,0	24 10	67 53	28,6	0 59 50	7 10 0	14 41 40	5555
710	»	28 10	80 31	16,7	31 40	74 33	36,0	1 3 20	7 7 50	14 34 10	5570
9		18° 31′ 51″ ± 3′4	45′ 12″ ± 4′,6	21′,2 ±3,6	0° 43′ 6″ ± 4′,6	50′ 30″ ± 5′,1	45′,3 ±4,3				

$\lambda_0 = 18° 32',0 \qquad \beta_0 = 0° 43',0$

$389,92 . e + 334,86 \, \Delta \lambda - 75,63 \, \Delta \beta - 177,39 = 0. \qquad e = 10,6 \pm 12,9 \qquad E = 0,012 \pm 0,014$

$\ldots\ldots + 334,86 \, \Delta \lambda + 6,69 \, \Delta \beta + 262,15 = 0. \qquad \Delta \lambda = - 11',4 \pm 13',6 \qquad \lambda' = 18° 20',6 \; (18° 21',2).$

$\ldots\ldots\ldots\ldots + 361,61 \, \Delta \beta + 250,35 = 0. \qquad \Delta \beta = 1',7 \pm 5',0 \qquad \beta' = 0° 44',7 \; (0 \; 45',3).$

2. Copernicus.

N.		λ	$\lambda\,(B\text{-}M)$	λ_1	β	$\beta\,(B\text{-}M)$	β_1	l'	b'	C	lg R
58	ON	19° 82′ 20″	81′ 37″	76′,8	8°48′20″	48′ 31″	44′,5	-0°50′30″	-5° 36′20″	-16° 5′ 50″	1,30402
63	»	54 20	57 52	50,3	8 56 50	56 41	53,4	4 25 50	-4 12 40	3 42 20	0602
119	WN	84 40	86 1	78,8	9 60 20	50 48	56,5	-2 19 10	-5 34 30	-17 23 0	0398
141	ON	42 30	43 53	37,7	32 30	28 52	28,9	1 42 10	-5 2 40	- 3 26 50	0290
255	»	57 10	38 45	53,9	34 30	23 7	32,7	6 48 50	1 53 0	22 35 50	2178
360	»	37 40	44 12	34,1	49 50	36 9	48,6	5 43 30	4 26 50	24 43 30	3020
391	»	55 10	55 12	51,6	41 0	40 54	40,1	5 34 30	5 39 40	24 12 10	3496
516	»	48 0	47 54	43,0	3 10	5 3	2,8	0 16 10	7 10 50	12 21 40	4957
726	»	54 10	53 8	48,4	23 20	22 18	22,6	-2 35 20	5 59 10	2 19 30	5407
734	»	50 30	49 28	44,7	18 10	17 14	17,5	-2 32 10	5 57 30	2 12 30	5405
10		19° 56′ 39″ $\pm$ 4′,8	55′ 48″ $\pm$ 5′,0	51′,9 $\pm$4,7	9°24′48″ $\pm$ 7′,4	20′ 57″ $\pm$ 6′,2	22′,8 $\pm$7,4				

$\lambda_0 = 19° 57',0$ $\beta_0 = 9° 25',0$

$578{,}39 \cdot e + 382{,}49\,\Delta\lambda + 157{,}26\,\Delta\beta + 256{,}26 = 0.$ $e = 4{,}0 \pm 14{,}9$ $E = 0{,}005 \pm 0{,}017$

$\ldots\ldots + 336{,}21\,\Delta\lambda - 15{,}08\,\Delta\beta + 366{,}00 = 0.$ $\Delta\lambda = -5',8 \pm 18',5$ $\lambda' = 19° 51',2\ (19° 51',9)$

$\ldots\ldots\ldots\ldots + 375{,}26\,\Delta\beta + 173{,}50 = 0.$ $\Delta\beta = -2',4 \pm 9',2$ $\beta' = 9° 22',6\ (9° 22',8).$

3. Thebit, A.

N.		λ	$\lambda\,(B\text{-}M)$	λ_1	β	$\beta\,(B\text{-}M)$	β_1	l'	b'	C	lg R
440	WS	5° 23′ 20″	24′ 14″	10′,6	-21°7′50″	7′ 51″	17′,2	1°45′50″	-4° 15′ 50″	2° 1′ 40″	1,30640
473	»	35 0	32 38	25,2	0 0	1 36	7,3	2 37 50	-3 36 30	5 4 10	0713
581	»	45 0	46 30	43,2	14 20	15 9	14,6	5 8 10	-1 27 20	13 17 10	1018
587	»	35 40	30 58	34,1	11 50	15 7	12,1	5 11 40	-1 27 10	13 19 50	1016
596	»	37 50	25 7	37,9	5 30	- 2 14	1,4	5 42 30	-0 6 20	17 19 50	1494
609	»	32 10	43 51	32,7	14 20	7 9	10,1	5 49 40	-0 5 20	17 24 40	1528
622	»	44 0	51 46	44,8	11 50	1 53	7,6	5 55 40	-0 4 40	17 28 50	1547
638	»	29 0	45 34	31,4	5 30	23 45	- 3,6	6 23 20	1 22 30	20 52 30	2127
647	»	46 40	28 22	49,6	24 0	5 5	14,9	6 32 20	1 23 20	20 57 40	2172
653	»	41 10	63 37	40,9	54 10	53 37	30,4	5 35 50	5 32 30	24 23 50	4228
657	»	57 40	82 36	57,5	41 0	40 11	17,3	5 37 30	5 32 20	24 23 10	4252
661	»	62 10	90 8	62,2	42 30	41 40	18,8	5 39 30	5 32 10	24 22 30	4280
12		5° 40′ 48″ ± 3′,2	47′ 7″ ± 6′,3	39′,2 ±4,1	-21° 19′ 24″ ± 5′,0	17′ 34″ ± 5′,3	12′,3 ±2,5				

$$\lambda_0 = 5^\circ\, 41',0 \qquad \beta_0 = -\,21^\circ\, 19',0$$

$780{,}83\,.\,e + 10{,}65\,\Delta\lambda - 538{,}82\,\Delta\beta - 1496{,}17 = 0.$ $\quad e = 47{,}8 \pm 14{,}1$ $\quad E = 0{,}055 \pm 0{,}016$

$\ldots\ldots + 389{,}94\,\Delta\lambda + 1{,}52\,\Delta\beta - 171{,}54 = 0.$ $\quad \Delta\lambda = -\,1',1 \pm 3',5$ $\quad \lambda' = 5^\circ\, 39',9\; (5^\circ 39',2)$

$\ldots\ldots\ldots\ldots + 383{,}76\,\Delta\beta + 247{,}64 = 0.$ $\quad \Delta\beta = 66',5 \pm 20',1$ $\quad \beta' = -\,20^\circ\, 12',5\; (-20^\circ 12',3).$

4. Landsberg.

N.		λ	λ (B-M)	λ_1	β	β (B-M)	β_1	l'	b'	C	lg R
146	ON	26° 31′ 30″	31′ 1″	18′,6	-0°54′40″	58′ 38″	57′,1	1°49′20″	-5° 1′ 10″	- 3°21′ 0″	1,30296
238	»	18 10	18 5	6,7	26 40	27 30	27′7	4 16 0	-2 22 20	11 3 20	0918
247	»	27 30	30 29	17,4	23 30	23 30	22,2	6 38 50	1 52 50	22 31 30	2145
382	»	0 30	0 25	-10,3	19 30	19 47	16,2	5 28 30	5 40 20	24 14 0	3470
518	»	22 40	21 50	8,8	58 40	56 18	54,4	0 16 10	7 10 50	12 21 40	4957
527	OS	12 0	11 48	- 4,8	13 30	13 12	11,3	-4 19 0	3 14 50	-12 8 20	4197
686	ON	40 40	41 23	28,3	47 40	47 21	43,6	2 44 40	.7 6 50	19 32 50	5232
698	»	28 0	76 21	14,6	49 40	5 24	45,5	0 59 40	7 10 0	14 41 50	5555
709	»	15 30	63 4	2,1	52 20	8 54	48,1	1 3 10	7 8 0	14 34 30	5569
9		26° 21′ 50″ ± 4′,0	33′ 48″ ± 8′,1	9′,0 ±4,1	-0°38′28″ ± 5′,8	29′ 51″ ± 6′,0	36′,2 ±5,7				

$\lambda_0 = 26° 24',0 \qquad \beta_0 = -0° 36',0 \qquad e = 8,2 \pm 14,3 \qquad E = 0,010 \pm 0,018$

$785,53 . e + 462,14 \,\Delta\lambda - 87,00 \,\Delta\beta + 479,61 = 0. \qquad \Delta\lambda = -15',0 \pm 22',9 \qquad \lambda' = 26° 9',0 \; (26° 9',0).$

$\ldots\ldots + 299,75 \,\Delta\lambda + 11,80 \,\Delta\beta + 726,32 = 0. \qquad \Delta\beta = -0',4 \pm 6',5 \qquad \beta' = -0° 36',4 \; (-0° 36',2).$

$\ldots\ldots\ldots\ldots + 357,93 \,\Delta\beta + 1036,14 = 0.$

Schlussresultat:

Gambart, A.	$E = 0{,}012$	$\pm\, 0{,}014$
Copernicus	005	017
Thebit, A.	055	016
Landsberg	010	018
Mittel:	$E = 0{,}021$	$\pm\, 0{,}012$

derselben berechnet und man sieht, dass diese mittlern Fehler nach der Ausgleichung im Allgemeinen kleiner sind als vor derselben. Für jeden Punkt sind die Normalgleichungen mit ihren Auflösungen angegeben. Neben den Werthen von λ' β' sind in Klammern die Mittelwerthe der λ_1, β_1, hinzugefügt. Als Näherungswerthe λ_0, β_0 wurden die abgerundeten Mittelwerthe der λ, β genommen.

Die von mir gefundenen Werthe von λ, β weichen bisweilen ziemlich stark von den in *B—M* angegebenen Werthen ab. In allen diesen Fällen habe ich die Rechnung zweimal und zwar für die Librationen nach zwei verschiedenen Methoden durchgeführt. Ein Grund solcher Abweichungen mag wohl in dem Vorhandensein von Druckfehlern in *B—M* zu suchen sein. So z. B. ergab sich für die Beobachtung 440 Thebit ein ganz unannehmbares Resultat für λ, β. Der in *B—M* angegebene Rectascensions- resp. Declinationsunterschied ist 22,656, resp. 14,393. Berechnet man diese Werthe aber rückwärts aus den in *B—M* gefundenen Werthen von λ, β, so findet man 21,661, resp. 14,391. So lässt sich mit aller Sicherheit annehmen, dass für den Rectascensionsunterschied 21,656 statt 22,656 zu lesen ist. — Eine andere Ursache von Abweichungen mag darin liegen, dass bei den Zusammenstellungen der Rechnungsresultate in *B—M* (S. 69—76) Vertauschungen der Nummern innerhalb einer Serie vorkommen. Da aus jeder Serie der Mittelwerth genommen wurde, so hatte eine

solche Vertauschung gar nichts zu sagen. Für den gegenwärtigen Zweck aber war das nicht gleichgültig, da zu jeder Beobachtung besondere Librationswerthe gehören. Eine derartige Vertauschung scheint mir bei den Beobachtungen 638 und 647 Thebit vorzuliegen. — Endlich scheint es mir, dass an einigen Stellen in $B-M$ auch Rechnungsfehler stattgefunden haben. Dies gilt namentlich für die Beobachtungen des 22. October (Nr. 698—719). Ich vermuthe, dass die Librationswerthe für diesen Tag fehlerhaft gewesen seien, denn die Resultate für die λ, β in $B-M$ sind für jenen Tag fast durchweg ganz extreme Werthe. Zu diesen Beobachtungen gehören auch 699 und 710 Gambart, sowie 698 und 709 Landsberg. Der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels der λ, β ist für diese beiden Punkte nach den Resultaten in $B-M$ viel grösser als nach den meinigen. Aehnliches scheint mir von den Beobachtungen des 19. October zu gelten, zu welchen 657 und 661 Thebit gehören. Dies veranlasste mich, mit meinen Resultaten die Rechnung weiter zu führen. Nur 358 Landsberg wurde ausgeschlossen, weil sich hier eine grössere Abweichung zeigte, wobei der Werth in $B-M$ der richtigere zu sein schien.

Wäre die Zahl der Beobachtungen nicht ohnehin schon eine so beschränkte gewesen, so hätten wohl noch weitere Beobachtungen ausgeschlossen werden müssen, namentlich diejenigen, bei welchen entweder die Zenithdistanz oder der Stundenwinkel des Mondes jenseits einer gewissen Grenze liegen. Nach $B-M$ waren die Bilder schon undeutlich und die Mondränder zitternd und wallend bei 18° Höhe. Grosse Stundenwinkel müssten vermieden werden, weil in $B-M$ die Wirkung der Refraction auf die Rectasscensionsdifferenzen vernachlässigt und die Correction für Refraction nur an die Declinationsdifferenzen angebracht wurde.

In Bezug auf die oben ausgesprochene Bedingung, dass bei der Messung der gleichen Coordinate auch immer der gleiche Rand benützt werde, zeigt sich glücklicherweise, dass dieselbe nahezu erfüllt ist, indem nur die 3 Beobachtungen 687 Gambart, 119 Copernicus und 527 Landsberg ihr nicht genügen.

Da jede Beobachtung aus einer Rectascensions- und einer Declinationsbestimmung besteht und also 2 Gleichungen liefert, so ergaben die oben benützten Beobachtungen 80 Gleichungen. Die Unbekannten waren die Grösse E und die 4 Paare von Coordinaten λ, β. Indem aus den 4 Werthen von E das Mittel genommen wurde, mit Berücksichtigung der aus den mittlern Fehlern sich ergebenden Gewichte, wurde stillschweigend angenommen, dass jene 4 Punkte in dem allgemeinen Niveau der Mondoberfläche liegen, was natürlich nicht streng richtig ist.

Das Resultat $E = 0{,}021$ stimmt übrigens mit dem von Kayser für dieselbe Grösse gefundenen Werth 0,0329 wenigstens soweit überein, dass letzterer dadurch eine neue Unterstützung findet.

Wenn es auch nicht möglich war, aus dem benützten Beobachtungsmaterial einen sichern Werth für die gesuchte Grösse zu erhalten, so glaube ich doch, dass die hier entwickelte Methode, angewandt auf neue, mit grösserer Schärfe und in zweckmässiger Auswahl ausgeführte Beobachtungen, in ziemlich bequemer Weise zu einem guten Resultate führen müsste. Die Messungen könnten auch an Glasphotographien des Mondes angestellt werden. Bei der Berechnung wäre aber, um ganz sicher zu gehen, die schon von Nicollet gesuchte Constante der physischen Libration als weitere Unbekannte einzuführen.

Riga, den 19./31. Mai 1877.

Notizen.

Aus einem Schreiben von Herrn H. Gylden, Director der Sternwarte in Stockholm, datirt: Stockholm 1877 V 1. „Erlauben Sie mir zunächst meinen aufrichtigsten Dank für Ihre gütigen und interessanten wissenschaftlichen Mittheilungen auszusprechen. Von den astron. Mittheilungen bekam ich vor einigen Tagen Nr. XLIII nebst der Notiz über den Bernoulli'schen Briefwechsel. — Nach den Daniel Bernoulli'schen Briefen habe ich hier vergebens gesucht und auch war anfangs wenig Aussicht, einige Notizen über die hier vorhandenen Briefe zu erhalten, d. h. über die Art und Weise, wie sie hierher gekommen sind. Endlich gelang es mir doch in den alten Protocollen Etwas hierauf bezügliches aufzufinden. Demnach sind die Briefe von dem Berliner Bernoulli angekauft und zwar zu dem Preise von 60 Ducaten Banco. Der Ankauf muss gegen Ende des Jahres 1796 stattgefunden haben. — Dass Ihre Aufforderung 1848 keine Antwort von hier veranlasst hat, ist wohl aus dem Umstande erklärlich, dass Berzelius damals noch Sekretär der Akademie war und kurz vor seinem Tode die Sache wohl unberücksichtigt liess. — Mit besonderm Danke habe ich Ihr gütiges Versprechen empfangen, eventuell Ihre gewichtigen Rathschläge nicht zurückhalten zu wollen, falls die Academie sich entschliessen sollte, die Briefe selbst herauszugeben. Wie es damit gehen wird, kann ich augenblicklich nicht sagen, glaube aber nicht, dass die Sache vor dem Herbste erledigt werden wird. Wie es nun aber auch damit gehen wird, auf alle Fälle sollen die Briefe an's Licht. Besorgt die Akademie nicht selbst die Ausgabe, so wird sie nicht die Briefe zurückhalten, wenn jemand Anders die Publication übernehmen wollte. — Merkwürdig, dass man den intra-mercuriellen Planeten nicht gesehen hat. Hier wurde ihm am 22. und 23. eifrig nachgespürt (vorher war es trübe), ausser einem grossen Sonnenfleck war jedoch nichts merkwürdiges zu sehen.“ [R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Hauptversammlung vom 4. Juni 1877.

1. Vorlage der Rechnung für das Jahr 1876 durch Herrn C. Escher-Hess, Quästor:

Ausgaben:	Frk.	Cts.	Einnahmen:	Frk.	Cts
Bücher	3456.	75	Alte Rest. v. J. 1875	75458.	96
Buchbinder	627.	85	Jahreszinsen	3488.	50
Neujahrsblatt	592.	35	Marchzinsen	141.	50
Vierteljahrsschrift	2445.	95	Eintrittsgelder	100.	—
Katalog	—.	—	Jahresbeiträge	2280.	—
Meteorol. Beobacht.	—.	—	Neujahrsblatt	423.	10
Miethe, Heizung und Beleuchtung	190.	—	Katalog	16.	—
Mobilien	—.	—	Vierteljahrsschrift	256.	30
Besoldungen	500.	—	Legate	400.	—
Verwaltung	450.	65	Beiträge v. Behörden u. Gesellschaften	795.	50
Steuern	—.	—			
Passivzinse	—.	—	Allerlei (Ertrag der Wintervorträge)	460.	15
Allerlei	50.	—			
	8263.	55	Summa	83820.	01

Wenn von den Einnahmen von	Fr.	83820. 01 Cts.
abgezogen werden die Ausgaben von	„	8263. 55 „
so bleibt als Uebertrag auf 1877	Fr.	75556. 46 Cts.
Er betrug 1876	„	75458. 96 „
somit ergibt sich für 1876 ein Vorschlag von	Fr.	97. 50 Cts.

Die Gesellschaft besitzt ferner 5 erratische Blöcke, nämlich 2 bei Wald, 1 bei Ringweil (Hinweil), 1 bei Embrach, 1 bei Wytikon. — Die Rechnung wird unter bester Verdankung gegen den Quästor, Herrn C. Escher-Hess, genehmigt, mit dem Wunsche, derselbe möge auch ferner die mühsame Verwaltung des Gesellschaftsvermögens übernehmen.

2. Herr Bibliothekar Dr. Horner erstattet folgenden Bericht über die Bibliothek: „Die Bibliothek vermehrte sich im Berichtsjahre um 165 Bände. Von diesen waren 114 Bände Fortsetzungen und nur 30 neue Anschaffungen. Geschenkt

wurden 21 Bände von 15 Personen. Dazu kommen noch 150 Bände und Hefte, die uns als Tausch gegen unsere Vierteljahrsschrift gesandt wurden und in den obigen 165 Bänden nicht gerechnet sind. Dieser Tauschverkehr wird mit jedem Jahre bedeutender. Da diese Vermehrungen der Bibliothek das Jahr hindurch in der Vierteljahrsschrift jeweilen berichtet werden, so finden wir es nicht für nöthig, auch hier noch in's Einzelne einzugehen. Die Benutzung der Bibliothek ist immer sehr stark. Die Vorbereitungen zum neuen Katalog sind nun so weit gediehen, dass der Druck desselben ohne anders im Herbst beginnen kann." Derselbe wird dem Herrn Bibliothekar bestens verdankt.

3. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende neu eingegangene Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Siebold und Kölliker.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. XXVIII. 3. 4. XXIX. 1.

Von Prof. Wolf.

Wolf. Taschenbuch der Mathematik u. s. w. 5te Aufl.

Plantamour et Wolf. Détermination télégraphique de la différence de longitude entre Zurich et les stations Pfänder et Gäbris. 4. Genève 1877.

Wolf. Astronomische Mittheilungen. 42.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the London math. soc. 104. 105. 109—111.

Forhandlinger i Videnskabs Selskabet i Christiania. 1858—65. 67. 71. 73.

Enumeratio insectorum Norvegiorum. Fasc. 3. 4.

An den Beratnin om Ladegaardssons hovedgaard. 2. Heftet.

Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Bd. XIII, XIV.

Notizblatt des Vereins für Erdkunde zu Darmstadt. III. 15.

Bulletin de la soc. Imp. des naturalistes de Moscou. 1876. 4.

Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der Akademie zu München. 1876. 3.

Monatsberichte der Akad. d. W. zu Berlin. 1876. 12. 1877. 1. 2.

Annuario della società dei Naturalisti in Modena. Serie II. Anno 10. Fasc. 2. 3.
Proceedings of the Royal society. 164—174.
Mittheilungen der k. k. Mähr.-Schles. Gesellschaft der Ackerbauer. 1876.
Mittheilungen a. d. Jahrbuch der k. ungarisch. geolog. Anstalt. Bd. I. II. III. 1—3. IV. 3. V. 3.
Proceedings of the Zool. soc. of London. 1876. 4.
Verhandlungen der k. k. zool.-botan. Gesellschaft. Bd. 26.
Mémoires de la section des sc. de l'acad. de Montpellier. VIII. 3.
Astronomical and magnetical etc. observations made at Greenwich. 1874.
Abhandl. d. k. böhmischen Gesellsch. der W. VI. Bd. 8.
Sitzungsberichte derselben 1875. 76. und Jahresbericht.
Jahresbericht des Vereines „Lotos". 26.
Bulletin de la soc. Vaudoise des sciences naturelles. 77.

C. Von Redactionen.

Berichte der deutsch. chem. Gesellschaft. 1877. 3. 5. 6. 7—10.
Der Naturforscher. X. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 20—22. 23.

D. Anschaffungen.

Mémoires de l'institut. Div, savans. T. XX—XXV. 2.
Association Française p. l'avancement des sciences. 4ième édition.
Spencer, Horb. Die Principien der Biologie. Deutsch von Vetter. 2 Thle. 8. Stuttgart 1876.
Mémoires couronnés de l'acad. R. de Belgique. T. 40. 8.
Annuaire du club Alpin Français. 3ième année. 1876.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. VII. 2.
Schmick, J. H. Die Gezeiten. 8. Leipzig. 1876.
— — Der Mond. 8. Leipzig. 1876.
Trümmel, O. Die äquatorialen Meeresströmungen. 8. Leipzig. 1877.
Transactions of the zool. soc. of London. Vol. IX. 10.
Transactions of the entomolog. soc. of London. 1876. 5.
Heer, O. Flora fossilis Helvetire. Lief. 2.
Du Bois Reymond. Gesammelte Abhandlungen. Bd. 2.
Mémoires de l'acad. des sciences de St. Pétersbourg. T. 23.

4. Kurzer Bericht des Aktuars über das Jahr 1876/77 von der Hauptversammlung vom 15. Mai 1876 bis und mit der Sitzung vom 12. März 1877. In 12 Sitzungen wurden 11 Vorträge gehalten von den Herren Privatdocent Dr. Keller, Prof. Fritz, Prof. Heim, Prof. Culmann, Prof. Wolf, Cand. Haller, Prof. Schulze, Prof. Hermann, Prof. Schär, Prof. Weith, Prof. Heim und 12 kleinere Mittheilungen gemacht von den Herren Prof. Heim, R. Billwiller, Dr. Luchsinger, Prof. Cramer, Prof. Schär, Dr. Kleiner, Prof. Heim, Dr. Schoch, Apotheker Weber, Prof. V. Meyer, zweimal, Prof. Cramer. Als ordentliche Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen die Herren Prof. Lunge, Privatdocent Tetmair, Assistent Simonson, Privatdocent Berl, Privatdocent Dr. H. Weith, Lehrer Müller in Enge, Privatdocent Dr. Schmidt, Privatdocent M. Schröter, im Ganzen 8 Mitglieder. — Seinen Austritt nahm 1 Mitglied, Herr Staatsschreiber Stüssi. — Durch den Tod verlor die Gesellschaft 3 ordentliche Mitglieder: Herr Mechaniker Goldschmidt, Herr Prof. v. Escher (Legat von 400 Fr.), Herr Ingenieur Denzler in Solothurn. Somit haben wir jetzt 162 ordentliche Mitglieder, 33 Ehrenmitglieder (von denen ein Theil mir unbekannt gestorben sein kann), 12 correspondirende Mitglieder (vide vorhergehende Bemerkung). — Zu Comitemitgliedern wurden ernannt die Herren: Prof. Schär, Prof. Weber, R. Billwiller. — In Folge Ablaufs der Amtsdauer wurden neu gewählt der Präsident (Herr Prof. Cramer), der Vicepräsident (Herr Prof. Heim), der Quästor (Herr C. Escher-Hess), der Actuar (Herr Prof. Weilenmann).

5) Es wird die Anzeige gemacht. dass in der Comitesitzung vom 14. Mai, Herr Prof. Hermann als Mitglied der Büchercommission bestätigt, und Herr Zeller zum diesjährigen Schuldtitelrevisor gewählt, und der Abwart Herr Waser bestätigt wurde.

6. Die Herren Prof. Lunge, Dr. Kleiner, Prof. Schulze und Prof. Frobenius werden einstimmig zu Comitemitgliedern gewählt

7. Die Herren Architect Mollet, und Dr. Gröbli, Repetitor für Mathematik am Polytechnikum, werden einstimmig als ordentliche Mitglieder der Gesellschaft aufgenommen.

8. Es wird beschlossen, vor der Hand keine öffentlichen Vorträge zu veranstalten.

9. Herr Prof. Weber referirt über eine von ihm ausgeführte Experimentaluntersuchung bezüglich der mechanischen Arbeit, welche electrische Kräfte während der stationären electrischen Strömung leisten. Der Inhalt dieser Mittheilung ist in den Abhandlungen des nächsten Heftes ausführlich mitgetheilt.

B. Sitzung vom 2. Juli 1877.

1. Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neueingegangene Bücher vor:

A. Geschenke.

Von dem Eidgenössischen Eisenbahn- und Handels-Departement.

Rapport trimestriel sur les travaux du St. Gothard. 14. 15. 16.
Rapport mensuel. 49, 50, 51, 52.
Geschäftsbericht 5 der Direction der Gotthardbahn 1876 nebst Bericht an die Generalversammlung.

Von Prof. Dr. R. Wolf.

Hs. Heinr. Denzler. Zur Erinnerung von R. Wolf.

Von Prof. Dedekind in Braunschweig.

Ueber die Anzahl der Idealclassen in den Ordnungen eines endlichen Körpers. 4. Braunschweig. 1877.

Vom Eidg. Baubureau.

Hydrometrische Beobachtungen. 1876. Januar—December.

Von dem Dept. of the Interior of U. S.

Special report on public libraries. 2d part. 8. Washington 1876.

Von Hrn. Prof. Heer.

Heer, O., Ueber Permische Pflanzen von Fünfkirchen. 8. Budapest. 1876.

Von Prof. Alph. Favre.

Bulletin de la soc. géol. de France. Réunion à Genève. 1875.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Stettiner entomolog. Zeitung. XXXVIII. 4—6.
Schriften des Vereins z. Verbreit. naturw. Kenntnisse. Bd. 17.
Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. XXVIII. 4.
Neues Lausitz. Magazin. Bd. LIII, 1.
Abhandlungen des naturwissensch. Vereins zu Bremen. V. 2.
Palæontologia Indica. X, 2. XI, 1.
Memoirs of the geolog. survey of India. XII. 1, 2.
Records of the geolog. survey of India. IX. 2. 3. 4.
Verhandlungen d. phys. med. Gesellschaft in Würzburg. X. 3. 4.
Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. IV. 1.
Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig. 1876.
Acta universitatis Lundensis. Math. etc. T. X. XI.
Annalen d. physical. Centralobservatorium v. S. Peterb. 1875.
Jahresbericht des naturwissensch. Vereins in Graz. Jhrg. VI.
Mittheilungen des naturwissensch. Vereins f. Steiermark. 1876.
Jahresbericht der Nicolai Hauptsternwarte. 1875 und 1876.
Nederlansch konidkundig archif. Serie II. Decb. 2. St. 3.
Jahresbericht 3 des naturw. Vereins in Osnabrück.
Jahresbericht 4 des Annaberg-Buchholzer Vereines für Naturkunde.
Bulletin de la Société des sciences de Nancy. T. II. 5.
Zeitschrift der Oesterr. Gesellschaft für Meteorologie. Bd. 11.
Vierteljahrsschrift d. astronomischen Gesellschaft. XII. 1.
Proceedings of the London mathematical soc. 106—108.
Sitzungsberichte d. Naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig. Jahrg. 1—4, 1.
Sitzungsberichte d. naturwissenschaftlichen Gesellschaft „Isis“ 1876. Juli—Dec.
Abhandlungen der math.-phys. Classe d. k. Bayrischen Akad. d. W. XII. 3.
Academia dei Lincei. Vol. I. 3 - 6.
Notizblatt des techn. Vereins zu Riga. 1875. 11—12. Rigaische Industrie-Zeitung. 1. 2. 3. 4—6. 8—10.
Jahresbericht d. phys. Vereins zu Frankfurt. 1875—76.
Actes de la soc. Linnéenne de Bordeaux. XXI. 3.
Proceedings of the R. Geogr. soc. XXI. 2.

Verhandlungen des naturhist. med. Vereins zu Heidelberg. N. S. I. 5.
Oversigt over det Danske Videnskab. forhandl. 1876. 2. 1877. 1.
Tyge Brahe's meteor. dagbog. 8. Kiob. 1876.
Annales de la soc. Belge de microscopie. T. 2.

C. Von Redactionen.

Bericht der deutschen chem. Gesellschaft. 1876. 8. 9.
Der Naturforscher. 18. 24.
Technische Blätter. IX. 1.

D. Anschaffungen.

Jahrb. d. Schweiz. Alpenclubs. XII.
Lagrange, de. Oeuvres. publ. p. Servet T. VII.
Ball, Rob. St. Experimental mechanics. 8. London. 1877.
Croll, J. Climate and time. 8. London. 1875.
Transactions of the entomol. society. 1877. 1.
Transactions of the zool. soc. of London. IX. 11, X. 1.
Transactions of the Cambridge philos. soc. XII. 2.
Repertorium d. litt. Arbeiten a. d. Gebiete d. Mathematik. I. 5.
Schweizerische meteorol. Beobachtungen. XII. 6. XIV. I.
Palæontographica. Suppl. III. 3. 4. 5. XXIV. 5. Register 2.
Jahresbericht ü. d. Fortschritte der Chemie. 1875. 2.
Annalen der Chemie. 186. 1—3. 187. 1—3.
Spry. Die Expedition des Challenger. 8. Leipzig. 1877.
Haughton, Sam. Principles of animal mechanics. 2d ed. 8. London. 1873.
Richthofen, F. v. China. Bd. 1. 4. Berlin. 1877.
Weismann, A. Studien zur Descendenztheorie. 2 Thle. 8. Leipzig. 1875. 76.
Key, A. u. G. Retzius. Studien ind er Anatomie. Hälfte 2, 1. 4. Stockholm. 1877.

2. Herr R. Brunner, Chemiker in Küsnacht, meldet sich zur Aufnahme als ordentliches Mitglied der Gesellschaft.

3. Die Wahl zweier Mitglieder als Abgeordnete an die Versammlung schweizerischer Naturforscher in Bex wird dem Herrn Präsidenten überlassen.

4. Herr R. Billwiller macht folgende Mittheilung über die Kälterückfälle im Mai: „Bekanntlich hat Dove für die Orte, von welchen längere meteorologische Beobachtungsreihen vorliegen, den häufigen Rückgang der Temperatur in der Zeit vom 8.—16. Mai nachgewiesen und es sind auch bei der Landbevölkerung namentlich die Tage vom 11.—13. Mai (die drei Eismänner) berüchtigt als diejenigen, welche häufig die für die junge Vegetation so verderblichen Spätfröste bringen. Die Ursache dieser Erscheinung hat man lange in kosmischen Verhältnissen gesucht, wie das auch bei anderen Witterungsphänomenen geschah, wo die Meteorologie selbst noch keine Anhaltspunkte für die Erklärung bot. Glücklicherweise erlauben die neuern Fortschritte dieser jungen Wissenschaft sich allmälig auf die eigenen Füsse zu stellen. Es ist diess namentlich der für sie allein fruchtbaren Methode der synoptischen Verwerthung des Beobachtungsmaterials zu verdanken, wie auch im vorliegenden Falle zu ersehen ist. — Die erwähnte frühere Erklärungsweise war nun die, dass man annahm, der Novembersternschnuppenschwarm (die Leoniden), welcher nach Ermanns Berechnung in den Tagen vom 11.—13. Mai zwischen Erde und Sonne zu stehen kommen und von italienischen Astronomen auf der Sonnenscheibe wirklich beobachtet worden sein soll, entziehe der Erde ein solches Wärmequantum, dass man sich die kalten Tage des Mai füglich auf diese Weise zu Stande gekommen denken könne. — Dem entgegen stellen sich nun aber die Thatsachen:

1) dass die Maifröste durchaus nicht immer auf dieselben Tage fallen. Oft treten die Kälterückfälle schon Ende April, oft aber erst nach Mitte Mai, öfters endlich gar nicht ein. Plantamour findet in den 50jährigen Genfer Beobachtungen nicht die leiseste Andeutung, dass eine negative Temperaturnormale die Tendenz zeige, in einer bestimmten Epoche des Mai aufzutreten, welche Tendenz eine kosmische Ursache doch mit sich bringen müsste.

2) dass die Erscheinung eine locale ist und durchaus nicht die ganze Erdoberfläche berührt. Namentlich müsste in den Tropengegenden, wo der Gang der meteorologischen Elemente sonst ein sehr gleichförmiger ist, die Einwirkung

kosmischer Kräfte deutlich hervortreten. Die Beobachtungen aber bestätigen eine solche Vermuthung in keiner Weise.

Die heutige Meteorologie erklärt die Erscheinung sehr natürlich in folgender Weise: Im Frühjahr werden auf den Continenten die südlichen Gegenden beträchtlich intensiver erwärmt, als die unter der Nachwirkung eines langen Winters stehenden nördlichen. Es entsteht in Folge dessen eine Störung des atmosphärischen Gleichgewichts, meist in der Weise, dass sich im Süden sogenannte barometrische Minima entwickeln, die ein ganz analoges System atmosphärischer Circulation hervorrufen, wie diejenigen, welche so häufig vom Ocean kommend, unsern Kontinent im Westen treffen. Das Buys-Ballot'sche Gesetz lehrt, dass die Luftcirculation um ein solches Luftdruckminimum in dem der Drehung des Uhrzeigers entgegengesetzten Sinn erfolgt. Liegt also ein solches barom. Minimum (Depression) im Osten, etwa im südlichen Russland, oder im Süden von uns d. h. auf dem mittelländischen Meere, so treffen uns die aus den noch relativ kalten Gegenden wehenden nordöstlichen Winde und verursachen den plötzlichen Rückgang der Temperatur. Damit stimmt denn die Thatsache vortrefflich, dass die Maifröste in den weitaus meisten Fällen bei solchen Winden aus dem nordwestlichen Quadranten und dem die nächtliche Ausstrahlung sehr begünstigenden heiteren, trockenen Wetter stattfinden. — Die synoptischen Wetterkarten von Hoffmayer bestätigen diese Erklärung bis in's Einzelne, indem sie für jeden Tag einen klaren Einblick in die gleichzeitigen atmosphärischen Zustände gewähren, und es ist daher kaum zu billigen, dass ein so umsichtiger Forscher, wie Prof. S. Günther, in einer neulich erschienenen Schrift (Der Einfluss der Himmelskörper auf Witterungsverhältnisse. Nürnberg 8. 1876, pag. 14) die kosmische Erklärung der Maifröste nochmals befürwortet."

5. Herr Prof. Weilenmann hält einen Vortrag über die Verdunstung des Wassers. (Er wird in der Einleitung zu Jahrgang 1875 der schweizerischen meteorologischen Beobachtungen erscheinen.) [A. Weilenmann.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung).

269. Horner an Krusenstern, Zürich 1811 I. 25 (Forts.): Wie bald ich in Bearbeitung einer Reisebeschreibung in Ihre Fusstapfen treten werde, kann ich nicht sagen. Ich habe ausser täglichen Berufsgeschäften meine physikalischen Liebhabereyen; mein Briefwechsel mit einigen Freunden und zwischenein etwa das Schreiben einer Vorlesung füllen meine Zeit hinreichend aus. Das Schreiben, wenn es recht werden soll, geht mir noch immer sehr langsam von statten, obwohl es sich damit etwas zu bessern scheint. Im Frühjahr könnten mir Heyrathsanstalten und im Sommer einige Excursionen die Zeit ein bischen beengen; aber desto mehr hoffe ich von dem folgenden Winter, wo ich endlich, wenn der Himmel mich nicht im Stiche lässt, mein häusliches Heil mir gebaut haben werde. Ich glaube aber nicht, dass eine Verspätung der Sache nachtheilig sey. Ihre Beyträge werden mir sehr wichtig seyn. Sollte nicht Löwenstern von seinen vielen Zeichnungen und Notizen einigen Gebrauch zu machen erlauben? — An Lindenau werde ich schreiben, obschon ich vermuthe, dass er etwas empfindlich auf mich seyn wird, weil ich seine weitläufigen tables barométriques, bey welchen er aus allzugrosser Eilfertigkeit die möglichen Abkürzungen übersehen hatte, von 150 Seiten gross Octav auf 5 Seiten klein Octav, und zwar ohne allen Nachtheil der Genauigkeit oder Bequemlichkeit reduzirt habe; ich habe dieselben an Gilbert geschickt, der sie in sein Journal abdrucken wird. — Ich statte Ihnen für die zwey schönen Abdrücke Ihres Werkes meinen aufrichtigen Dank ab; sie werden bey meiner Familie als Denkmäler meines Glückes und meiner Ehre bleiben. — Es ist traurig zu hören, dass Sie immer mit irgend einem Uebel geplagt seyn müssen. Bald ist es die Krankheit Ihrer Kinder, bald die Ihrer geliebten Gattin, bald irgend ein Verdruss, dazu noch öconomische Sorgen und Augenschmerzen. Hätten Sie nicht einen durch Gefahren und Widerwärtigkeiten abgehärteten festen Sinn, so müssten Sie doch dem ewigen Andrang unterliegen. Mir kommen die schlechten Zeiten unsers Lebens immer vor wie unsere Plage im Japanischen Meere. Ich dachte da oft, wird

das abscheuliche Wetter, das doch schon lange genug gewährt hat, noch länger währen? Und es währte noch lange fort. Aber endlich, wenn die Geduld sich bereits in Resignazion verwandelt hatte, kamen freundliche Lüfte und Sonnenschein. Also Geduld, lieber Krusenstern! und aufrechten Muth: Der Himmel führt alles zum guten Ziele. Ich fühle, was Sie alles zu tragen haben, und desto mehr, je weniger ich helfen kann. Aber, wenn ich je etwas thun kann, das Ihnen Erheiterung, oder Trost und Hülfe bringt, so rechnen Sie auf einen Freund, der nie aufhören wird Sie von Herzen zu lieben.

Horner an Krusenstern, Trogen 1811 III. 4. Ich schreibe diesen lange aufgeschobenen Brief aus dem Hause meiner geliebten Braut auf Bergen nahezu 3000 Fuss über unserm ehemaligen Wohnsitz, dem Meere. Sie ist die Tochter eines braven Vaters von fünf wohlerzogenen Kindern, eines Herrn Caspar Zellweger, von welchem Freund Hess in Petersburg Ihnen das nöthige erzählen kann. Diese Verbindung ist eine von den glücklichen Begebenheiten, durch welche der Himmel mich vor so vielen Menschen auszeichnet, und ich sehe darin eine Belohnung des unveränderlichen Vertrauens auf eine höhere Leitung der wichtigeren Schicksale meines Lebens. Alle meine Wünsche sind auf eine solche Art erfüllt, wie ich es nie hätte hoffen können. Obgleich eine der reichsten Parthien im Lande, ist mein Mädchen doch sehr häuslich erzogen; nicht in derjenigen Häuslichkeit, welche für ein gutes Benehmen in der feinen Welt ungeschickt macht, aber in einer solchen, die an etwas besserm als an den Eitelkeiten und Prahlereyen des grossen Tons ihr Vergnügen findet. Sie ist still, verständig und gut. Ohne eine Schönheit zu seyn, ist sie blühend, von angenehmer Gesichtsbildung und wohlgebaut. Ausser Klavierspielen besitzt sie kein eigentliches Kunsttalent, aber eine grosse Empfänglichkeit für alles einfache, gute und schöne. Ein Zufall führte mich im vorigen Herbst in ihre Gegend; allein, weil ich damals noch nicht von dem südamerikanischen Projekt frey war, wagte ich keinen Schritt. Seit einiger Zeit wurde mir bange, ein solcher Phönix von Eigenschaften möchte leicht voreilige Bewerber finden, und vor 14 Tagen wagte ich es, ohne alle Vorbereitung oder

Mittelspersonen, bey dem Vater schriftlich um die Hand seiner Tochter anzuhalten. In den 1½ Tagen, die ich im vorigen Herbst in seinem Hause zugebracht hatte, war es mir so ziemlich gelungen seine Achtung und sein Zutrauen zu erwerben: Allein ich konnte an dem schüchternen Kinde durchaus nicht entdecken, ob ich einigen Eindruck auf sie gemacht hätte; desto angenehmer war es mir nach 8 Tagen zu vernehmen, dass das junge stille Gemüth mich 36jährigen, einfachen, für den grossen Haufen der Damen so unpassenden Menschen drey andern jungen reichen Bewerbern, die, ohne dass ich es gewusst hatte, um eben diese Zeit sich meldeten, vorgezogen habe. Ihre Eltern und die Verständigern ihrer Verwandten sind über diesen Zug von solider Denkensart an einem 16jährigen Mädchen sehr verwundert und erfreut. Da sie in Genua gebohren ist, so hat ihre körperliche Constitution sehr frühe einen Grad von Reife erhalten, der sonst hier zu Lande nur einem Alter von 10 bis 20 Jahren zukömmt. Für mich ist dieser Unterschied des Alters kein Nachtheil; denn ich hoffe noch sehr lange meine Munterkeit und Kraft zu behalten: so habe ich ein junges lenksames Gemüth für mich allein, ohne den Einfluss von Mutter und Schwiegermutter, mit welchem ich einen grossen Theil der schönen Hoffnungen zu erreichen hoffe, die seit frühen Zeiten immer das letzte Ziel meiner Wünsche waren. Ich weiss, dass Sie, bester Freund! wenn irgend jemand, sich meines Glückes freuen werden, und desswegen habe ich mir auch erlaubt, Ihnen so viel von einer Angelegenheit zu erzählen, die zu den wichtigsten meines Lebens gehört.

Krusenstern an Horner, S. Petersburg 1811 IV 21. Endlich also liegen Sie ruhig vor Anker, und haben die erfreuende Aussicht für die Zukunft eine Lebensart führen zu können, für welche Sie ganz geschaffen sind; dass diese sehr glücklich sein wird, daran ist nicht zu zweifeln, da Ihre Auserwählte gewiss alle nöthigen Eigenschaften besitzt Ihr Leben zu versüssen. — Es ist doch wohl recht gut, dass Sie nicht nach Südamerika gingen; die jetzige schreckliche Lage jener revolutionären Länder kann es ohnehin nicht bedauern lassen, dass Sie so laue Menschen für die Wissenschaften bey

uns gefunden haben, welche den schönsten wissenschaftlichen Projekt, der vielleicht je ist gemacht worden, zu Boden fallen liessen. Gamaley, der herzlichen Antheil an Ihrem Glück nimmt, lässt Ihnen sagen, dass Sie bey dem jetzt von Ihnen gefundenen Stern wohl alle übrigen sowohl am südlichen als am nördlichen Himmel vergessen werden.

Horner an Krusenstern, Zürich 1811 V 27. Ich hoffe dass das Gerücht der Zeitungen, dass Sie zum Director des Seecadetten-Corps erwählt seyen, wahr sey. Sie bekleiden da einen Posten, wo Sie dem Vaterlande ungemein viel nützen können; aber auf Verdruss werden Sie sich hie und da gefasst machen müssen, um so mehr, da Sie nicht überall von Freunden umgeben sind. Wäre ich noch frey und ledig, so hätte ich jetzt freilich einen grossen Beweggrund mehr eine Stelle beym Seecorps anzunehmen; aber jetzt ist alles abgeschlossen. Unterdessen kann ich vielleicht doch, wenn ich einmal in ein ruhiges, häusliches Leben gekommen bin, Ihren Leuten etwan durch ein gutes Lehrbuch oder so etwas nützlich werden. Russels nautische Astronomie in Biots Astronomie physique habe ich gesehen. Die Sache ist kurz und auf die gewöhnliche Art abgehandelt; für die Monddistanzen nichts als Borda's weitläufige Formel. Bohnenberger hat eine sehr gründliche theoretische Astronomie in einem starken Gross-Octavbande herausgegeben; Brandes in Oldenburg „Astronomische Briefe an eine Freundinn", ein sehr lesbares Buch, das Beste für populäre Astronomie. Sollten Sie diesen Brandes, der als Deichaufseher an den Küsten des Grossherzogthums Oldenburg steht und jetzt der Brodlosigkeit wegen vielleicht mit seiner Familie nach Russland kömmt, wo er den Prinzen von O. zum Protector hat, je sehen, so empfehle ich Ihnen denselben vorzüglich. Ich habe Brandes als einen verständigen, brafen, sehr geschickten Mann gekannt, den ich als Freund und als Physiker und Mathematiker sehr hoch schätze. Von aussen ist er unscheinbar, aber ein sehr gründlicher und guter Mensch.

Horner an Krusenstern, Zürich 1811 VI 20. Ich habe von Lindenau ein sehr verbindliches Schreiben erhalten, in welchem er für den gegebenen Wink dankt.... Sie müssen

mir verzeihen, dass ich mein Versprechen so spät erfülle. Ein Bräutigam hat gar schrecklich viel zu thun: ich schreibe meiner Braut wöchentlich 5 bis 6 grosse Briefe, und habe eine philosophische Correspondenz mit ihrem Vater, und wenn ich bey ihr bin, so mache ich keinen Strich.... Meine Braut hat durch mich eine grosse Vorliebe für Sie, sowie überhaupt die hiesigen Leute viel auf Ihnen halten. Was mich betrift, so bin ich, bis auf die Erfüllung meines ungeduldigen Wunsches einer baldigen Vereinigung, glücklich genug. Die Gemüthsart und die Eigenschaften meiner Braut passen sich so schön für meine Gesinnungen, dass ich keine bessere Wahl hätte treffen können.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1811 VI 30. Da ich Sie sehr liebe, so ist es natürlich, dass ich von diesem Augenblicke auch für Ihre künftige Frau mich sehr lebhaft interessire, und da das Schicksal einer Frau meistens von ihrem Manne abhängt, so ist das Loos Ihrer künftigen Frau gewiss beneidenswerth mit einem Manne verbunden zu seyn, den ich für so vollkommen halte als es uns Sterblichen zu seyn vergönnt ist. Seit 10 Jahren habe ich diese Meinung von Ihnen gehabt; ich habe nicht zu viel gesagt. — Dass ich Inspector im Corps geworden bin *), habe ich Ihnen schon geschrieben. Es ist ein Posten, der mir convenirt, obgleich ich in den Hauptdingen sehr genirt bin. Manches bedarf einer Verbesserung; ich werde mich jedoch fürs erste ganz passiv verhalten. In der höhern Mathematik, Navigation und Astronomie haben wir Gamaley's vortreffliche Lehrbücher. Für Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie haben wir keinen gedruckten Cursus. Aber Physik wird gar nicht gelehrt, und doch scheint mir diess unumgänglich nothwendig. Ein gutes Lehrbuch der Physik müssen Sie also für unser Seecorps schreiben, sowie Sie unsern Officiaren der Marine eine nautische Astronomie und nautische Physik schuldig sind. Ich werde schon dafür sorgen, dass diese Sachen gut übersetzt werden. Ich wundere mich, dass ein so kenntnissreicher Mann als Gamaley, das Lehren der Physik ganz übersehen hat, wenigstens war doch ein kurzer Cursus nothwendig. —

*) Als Nachfolger von Gamaley.

Brandes ist noch nicht hier angekommen; ich werde mich freuen, ihn kennen zu lernen, da Sie ihn sehr zu schätzen scheinen. Seine Briefe kenne ich nicht. Haben Sie den 2. und 3. Band von Schubert's populärer Astronomie bekommen? Sie ist sehr gut geschrieben.

Horner an Krusenstern, Zürich 1811 VII 7. Ich habe von Fuss dieser Tage ein sehr artiges Gratulationsschreiben erhalten, in welchem er, wie auch schon in frühern Schreiben, mir das Leben im Vaterlande sehr empfiehlt und erhebt. — Ihre Abhandlung über die Strömungen, welche ich vorgestern erhalten habe, werde ich nach 8 Tagen in den Sommerferien bei meiner Braut durchlesen, weil ich gerade jetzt wirklich zu wenig Zeit habe. Wenn aber meine Bemerkungen über dieselben nicht gar reichhaltig oder weitläufig werden sollten, so schreiben Sie dieses nicht etwa den Perturbazionen meines Nebenplaneten, sondern dem natürlichen Umstande zu, dass ich wenig daran zu ändern wissen werde. Die Sache ist, wie ich bei einem flüchtigen Einblick gesehen habe, in einer natürlichen und lichtvollen Ordnung dargestellt; neue Facta habe ich keine, also müssen meine Bemerkungen sehr unbedeutend ausfallen.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1811 VIII 20. Da ich meine Zahlungen den 1. Nov. nicht werde leisten können, so wird mir Kodill alsdann abgenommen, und man wird vielleicht beym Sequestriren weniger undelikat verfahren, wenn meine Frau da seyn wird, und meine Bücher wenigstens nicht antasten. Da mir jetzt gar nichts mehr übrig bleibt als einen Banquerot zu erklären, so habe ich beschlossen nochmals an den Kaiser zu schreiben. Ist die Antwort günstig, so melde ich sie Ihnen sehr bald, da ich weiss welchen aufrichtigen Antheil Sie an uns nehmen. — Reissig's Werkstätte habe ich besucht. Er hat mehrere Sextanten und Kreise für den Generalstab gemacht. Die Theilungsmaschine die er hat scheint sehr gut zu seyn, auch sind seine Sextanten sehr gut getheilt; die Spiegel schleift er selbst. Auch hat Reissig einen Borda'schen Kreis mit zwey Fernröhren gemacht, den ich auch gesehen habe, aber ich kenne diese Instrumente fast gar nicht als nach der Beschreibung, und darf daher nichts darüber

sagen. Dass er der Erste und der Einzige in Russland ist, der solche Instrumente macht, ist ein sehr glücklicher Umstand für ihn, übrigens ist er weder Professor der Astronomie noch Mitglied der Academie der Wissenschaften, sondern Director des mechanischen Cabinets beym General-Stab.

Horner an Krusenstern, Zürich 1811 IX 20. Seit einigen Tagen bin ich wieder von einer Reise zurück, die ich mit meiner jetzigen Frau gerade vor einem Monate, als unserm Hochzeittage, über München, Augsburg, Ulm und Stuttgart angetreten habe, und bin nun endlich einmal eingehauset und auf dem Punkte meiner Bestimmung. . . . Dass Sie meine Wenigkeit zu hoch anschlagen ist eine alte Sache: Hätte ich 10 Jahre weniger und dafür einige Weltfertigkeiten, als Reiten, Tanzen, Fechten, Kartenspielen u. dgl. mehr, und verstände ich alles das, was man mir eigentlich zutraut, z. B. theoretische und physische Astronomie in allen ihren Theilen, nebst Analysis, so kämen wir der Vollkommenheit wohl ein bischen näher, und dann wollte ich wohl meinen Weg gemacht haben; so aber behelfen wir uns mit dem, was zu erreichen möglich war. . . . Sie wünschen eine nautische Astronomie und Physik von mir: Ich weiss nicht wann ich dazu kommen werde alles das zu schreiben, was ich zum Theil schreiben könnte, zum Theil doch nur halb im Stande bin recht zu machen. Eine vortreffliche Physik, obwohl vielleicht zu weitläufig für Seeleute, hat Parrot zu schreiben angefangen; es ist bey weitem das Beste, was ich über dieses Fach kenne, und ich wünsche gar sehr dass sein Eifer nicht erkalte. Ob meine neue Lage mit der Zeit mir diejenige Musse und Sitzlust zuführen wird, die zu jenen Arbeiten nöthig ist, muss ich von der Folge erwarten; vor der Hand lässt es sich eben nicht sonderlich dazu an. . . . Auf meiner Reise (die ich hauptsächlich machte um meiner Frau das Leben der gerühmten Residenzstädte, nebst grösseren Gärten, Theater u. dgl. zu zeigen) habe ich hauptsächlich in München viel Interessantes gesehen. Besonders haben mir Reichenbach's astronomische Instrumente, seine ganzen Kreise nach Baumann'scher, eigentlich Bohnenberger'scher Construction, sehr wohl gefallen. Sie sind von 3 Fuss Durchmesser, an einer verticalen

Axe befestigt, mit einem 2füssigen Horizontal-Kreis versehen, tragen sehr starke Fernröhren von grossen Oeffnungen und geben am Vernier unmittelbar 2 Sec. an. Auf Einfachheit, Festigkeit und Vollkommenheit der wesentlichen Theile ist vorzüglich gesehen. Hätte ich das Geld, so würde ich mir dergleichen Sachen anschaffen; allein so ein Kreis kostet auch seine 300 ꝟ, die ich nicht übrig habe. Sonst bin ich, so gut wie andere, überzeugt, dass diese Arbeit die Englische übertreffe. Er hat vor einem Jahre ein solches Instrument auf die Mailänder Sternwarte geliefert, und jetzt gehen eben 3 andere ab, eines nach Paris, eines nach Mannheim und eines nach Marseille für Zach. — In München ist noch das Kartendepot merkwürdig, wo die Detail-Aufnahmen des Cadastre, Blatt um Blatt sauber auf Stein gestochen, und die Abdrücke den respectiven Güterbesitzern zur Revision auf 2 Jahre übergeben werden, nachher die ganze Detail-Aufnahme des Reichs in tausend Hände kommen kann, statt dass gewöhnlich nur eine einzige Zeichnung in irgend einem Kartendepot liegt. Die Kunst, auf Stein statt auf Kupfer zu graviren, ist eigentlich wohl in Russland nie recht bekannt geworden. Es wäre etwas, wofür sich besonders die Cartendepots zu interessiren hätten, da die Arbeit ungleich schneller und wohlfeiler, und doch an Zeichnung und Schrift nicht minder fein ausfällt, als in Kupfer. — Der grosse Komet wird wahrscheinlich auch die Petersburger Astronomen beschäftigen; er wird gegen Ende Octobers wohl am hellsten sein. Ich kann leider für Sternguckerey nicht viel thun.

Horner an Krusenstern, Zürich 1811 XI 11. Ohne Ihnen gerade jetzt einen grossen Brief schreiben zu können, benutze ich die Gelegenheit um Ihnen für die überschickten Bücher recht sehr zu danken. Schubert hat in den zwei Theilen bey weitem mehr geleistet, als ich dem ersten nach erwartet hätte. Parrot's Physik habe ich Ihnen schon gerühmt; obgleich ich diese schon besitze, so ist es mir angenehm ein Buch, das ich oft in den Händen haben werde, von Ihnen zu besitzen; vielleicht hat es auch den doppelten Werth, dass es das Geschenk des Verfassers ist; ich habe lange kein so gründliches Buch gesehen. Die Karte von Japan ist vor-

trefflich gerathen, die wird den rechten Geographen Freude machen. — Höchst interessant ist mir Schuberts Beobachtung über den Durchgang eines Sterns hinter dem sogenannten Kern des Kometen gewesen; das macht alle den Fabeln über Kometen, als werdende Welten oder bewohnbare Körper betrachtet, ein Ende. — Ich habe vor ein paar Tagen einen Ruf als Astronom an Beitler's Stelle nach Mitau erhalten, wobey mir circa 1000 Thaler angeboten sind, — finde aber nicht heilsam demselben zu folgen, obgleich meine Frau, welcher noch Alles Glänzende Gold ist, dazu geneigt war. Sie legt bey aller ihrer Jugend einen grossen Werth auf Ruhm, und spricht oft von einer Reise nach Brasilien. Würde mir ein Ruf in ein milderes Klima, und zu einer wohlausgerüsteten Sternwarte angeboten, so könnte ich eher in Versuchung gerathen die freundlichen Gegenden von Zürich zu verlassen. — Ich bin sehr begierig zu erfahren ob Sie noch einen Versuch beym Kaiser gewagt haben; bey den jetzigen für den Cours günstigern Zeiten sollte man doch das bessere hoffen können. Im Uebrigen, was auch der Erfolg sey, bleibe ich bey meiner Meinung: „Wer weiss, wozu alles das gut ist!“ Ich habe keine deutlichen Begriffe was die einen Glück und Schicksal, die andern Providenz nennen; aber der Gang meiner Lebensschicksale hat es bey mir beynahe zur Ueberzeugung gebracht, „dass mir alle Dinge zum Besten dienen müssen.“ Dergleichen Zweifel haben sich schon einige male erwahret. Als ich in die Schweiz kam, dachte ich, eine Zeit lang kein Geschäft anzunehmen, sondern hie und da in der Nähe mit guten Heyrathspeculazionen herumzureisen. Allein der Himmel liess in der nämlichen Woche einen hiesigen Professor plötzlichen Todes sterben, und mich nöthigen seine Stelle anzunehmen; ein Strich durch meine Rechnung, der mir sehr zuwider war. Allein, hätte ich damals jene Freyheit behalten, so hätte ich nicht, was mir längst nöthig und wünschbar war, die reinen Anfangsgründe der Mathematik gründlich erlernt und studirt, und hätte ich nicht (was mir ganz unbegreiflich vorkam) noch zwey Jahre warten müssen, bis ich, ohne die Gelegenheit des Herumreisens, ein Mädchen fand, das allen meinen Wünschen entsprach, so wäre meine jetzige Geliebte, die auch bey

der kaltblütigsten Schätzung der ich nur allzu fähig bin, noch allen, die ich kenne, im Gantzen vorziehe, nie mein geworden, weil sie mir zu jung gewesen wäre. Ich hoffe auch noch zu erleben, warum ich nicht nach beendigter Reise um die Welt, jene nach Brasilien habe machen müssen.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1811 XII 11. Schubert, der den Cometen fleissig beobachtet und dessen Beobachtungen vielleicht die wichtigsten über diesen merkwürdigsten aller Cometen seyn werden, hat den Verdruss seit 6 Monaten fast immer den Himmel umwölkt zu sehen. Gestern wird er ihn nach mehreren Wochen wieder erblickt haben. Das hiesige Clima ist in der That für Astronomie abscheulich, aber nie ist es so arg gewesen als seit dem halben October. — La Place hat an Schubert geschrieben, dass er dem Pariser Observatorium ein Geschenk mit einem Reichenbach'schen Kreise gemacht hat und glaubt dass es das vollkommenste aller bekannten Instrumente seyn müsse. Es ist wahrscheinlich das nämliche das Sie bey Reichenbach gesehen haben. — Ist es wahr dass Zach nach Gotha zurückkömmt; ich glaube es kaum. —

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1811 II 27. Seit vorgestern sind die Examen beendigt und morgen reise ich nach Reval. Sie bekommen daher einen sehr kurzen Brief von mir, der Sie hauptsächlich unterrichten soll, dass ich endlich von allen meinen Troubles in Betreff Koddill's erlöst bin. Der Kaiser hat die Gnade gehabt mir mein Gesuch sogleich zuzugestehen, und Koddill für die nämliche Summe abgekauft, die ich selbst bezahlt hatte. Er hat dies in Ausdrücken gethan, die mir unendlich viel werth sind. Er liess mir nämlich durch den Finanz-Minister sagen: es mache ihm eine grosse Freude etwas thun zu können was mir angenehm sey; er liesse mir alle Gerechtigkeit wiederfahren in dieser Sache mit vieler Delicatesse verfahren zu haben, und er wäre hinlänglich überzeugt, dass nur die äusserste Nothwendigkeit mich gezwungen habe um den Kauf meines Guts zu bitten. Den 1. Februar hat er die Ukase unterschrieben, und ich reise jetzt dahin ab um das Gut zu übergeben und meine dortigen Geschäfte ganz zu beendigen. Ich bin seit der Zeit wie neu-

geboren; ob ich gleich einen grossen Theil meines Vermögens dabey eingebüsst habe, so ist diess doch sehr unbedeutend im Vergleich mit dem, dass ich keinem mehr was schulig sein werde, und dass Keiner bei mir verliehrt, was nur allein schwer auf mich drückte. Dass die Sache zum Kaiser kam, habe ich einzig dem Grafen Orloff zu verdanken, der sich für seinen Bruder nicht lebhafter hätte interessiren können. Ich habe keinen Schritt desshalb gethan, Orloff übernahm alles. — Meine Kinder, nach welchen Sie sich so freundschaftlich erkundigen, sind alle gesund: Julius ist ein sehr sanfter Junge, was mir nicht viel von ihm versprechen lässt; ich weiss es aus Erfahrung dass man das nicht seyn muss. Mein Paul hingegen wird ein Eisenbrecher werden; schon jetzt beherscht er den sanften, wiewohl viel ältern Julius, dabey eigensinnig und von seinen Ideen nicht abzubringen, das macht mir viel Freude. Von meinem Emil kann ich Ihnen nur sagen, dass er ein frommes, gutes Kind ist. Otto kommt in die Schule zu meinem Bruder; es fehlt ihm nicht an Kopf, aber entsetzlich zerstreut und flüchtig; in einer regelmässigen Schule wird sich das wahrscheinlich legen.

H. W. Brandes an Horner, Breslau 1812 III 5. Vor allen Dingen bekenne ich meine Sünden und bereue sie; da ich also mit der einen Hälfte der Busse so prompt bei der Hand bin, so hoffe ich, du wirst mir die andere Hälfte, die Besserung des Lebenswandels erlassen. Dein Brief, den du mir vor 3 Jahren sandtest, machte mir viele Freude; vor dem jetzt erhaltenen erschrak ich und hätte ihn beinahe gar nicht gelesen, — nachdem ich ihn gelesen hatte machte er mir auch Freude. Es ging damit so zu: Benzenberg sandte mir deinen Brief an ihn selbst und an mich, und mein Unstern wollte, dass ich jenen zuerst las; nachdem ich ihn gelesen hatte, stellte ich eine ernstliche Selbstprüfung an; ob ich solche Püffe, Ohrfeigen und Maulschellen, wenn ich sie bekäme, standhaft überstehen würde, und da ich dachte, der ungelesene Brief könnte einen Regen oder Hagel ähnlicher Art über mich ausschütten, so faltete ich ihn leise wieder zusammen, damit die latenten Ohrfeigen etc. nicht etwa wie Knallsilber beim Berühren wach würden, und auf mich losfahren möchten.

Indess nach einigem Ueberlegen fasste ich Muth, legte auf alle Fälle ein niederschlagendes Pulver zur Hand und fing getrost an zu lesen. Aber wie erstaunte ich als statt der Hagelsteine und Knallsilberexplosion, lauter Zephir und freundliche Sonnenstrahlen mir entgegenkamen. — Dein Urtheil über Benzenberg's Versuche scheint mir nicht richtig. Bei der Schwierigkeit der Versuche muss man, glaube ich, gestehen, dass Benzenberg's Resultat aller Ehre werth ist. Hätten wir so wichtige Gründe gegen die Rotation der Erde als wir dafür haben, so würde ich freilich nicht wissen, ob die 4 Linien Deviation mich überzeugen sollten; aber es ist doch nicht zu leugnen, die 4 Linien sind da und sollen auch da sein, — ergo! Aber gesetzt auch die Fehlergrenze wäre grösser als sie doch in der That ist, so würde man Benzenberg's Sorgfalt und den überall gezeigten Scharfsinn rühmen müssen, — und Zach oder Lindenau hätten es nicht ganz unterlassen sollen. — Dass du, — obschon einige Bemerkungen Grund haben mögen —, dich in Benzenberg irrst, davon bin ich überzeugt; ein wenig leichthin ist er wohl und das könnte er hübsch lassen; aber etwas Schlechtes habe ich ihm nie Schuld geben können. Gewiss ist wenigstens dein Brief zu hart. Aber ich will vor meiner Thüre fegen und das andere Gott befohlen sein lassen. — Bitte deine Frau (denn du hast doch geheirathet?), dass sie dich hübsch erheitert und werde ja nicht kränklich und grämlich, — dieses ist das Uebelste, was einem begegnen kann.

Horner an Krusenstern, Zürich 1813 V 10. Ich habe seit einiger Zeit angefangen, für die hiesige naturforschende Gesellschaft, die ein ziemlich thätiges, mit einer artigen Bibliothek, Instrumenten- und Naturalien-Sammlung, blos durch Privatbeyträge bestehendes Institut unserer kleinen Stadt, und das einzige Dépôt für Physik etc., in der ganzen Schweitz ist, zuweilen Abhandlungen auszuarbeiten, unter denen die über das Meerwasser das Beste sein mögen. Sie sind durchgängig populär abgefasst, da es mir unnöthig schien einen so allgemeinen Gegenstand gelehrt vorzutragen; hier und da sind sie noch etwas weitläufig und enthalten solche Episoden, die zum Vorlesen besser als zum Drucke taugen.

Wenn sie erst vollständig sind, werde ich sie wieder überarbeiten, vervollkommnen und reinigen, um sie dem Drucke zu übergeben. Ein tüchtiger Mineraloge, Escher, der sich durch die Austrocknung eines 3 Meilen langen Sumpfes und Ableitung eines wilden Bergstromes in der Schweitz einen ehrenvollen Namen erworben hat, will das Mineralogische der Erdkugel bearbeiten, zu welchem ich dann noch das Mathematische, Physische und Astronomische derselben hinzufügen will, so dass das eine Erdbeschreibung werden soll, die sich neben andern zeigen darf.

Krusenstern an Horner, Petersburg 1813 VIII 20. Dem Himmel sey gedankt dass man Sie in Ihrem glücklichen Lande so ruhig bey diesen Blut-Zeiten leben lässt; möchten Sie noch lange eines so beneidenswerthen Glückes sich zu erfreuen haben. Was Ihren Plan nach Brasilien zu gehen betrifft, so kann wohl in den ersten 2—3 Jahren nichts daraus werden, denn welche Regierung ist jetzt im Stande zu wissenschaftlichen Unternehmungen grosse Summen beizutragen; freilich würden die Kosten zu Ihrer astronomischen Reise im Verhältniss des daraus hervorgehenden Nutzens höchst unbedeutend seyn; allein auch die geringste Summe sucht man zu ersparen, weil man glaubt Alles gegen den allgemeinen Zerstörer anwenden zu müssen. — Die von Ihnen verlangten Englischen Bücher will ich Ihnen kommen lassen, und sie Ihnen im künftigen Jahre zuschicken. Aber wissen Sie, ich reise selbst im künftigen May nach England, und zwar mit meiner ganzen Familie und hoffentlich auf mehrere Jahre. Ich hatte den Kaiser darum gebeten; nicht nur, weil ich Hoffnung habe, meine Augen, mit denen es sehr bergab geht, dort kräftiger zu stärken als hier bey dem langen Winter und dem beständigen Wohnen in der Stadt, wie ich es thun muss, sondern auch weil es mir darum zu thun ist, das viele Neue in England, insofern es Bezug auf die Marine hat, zu sehen, und mich über Manches genauer zu instruiren, als ich es von hier aus thun kann. Der Kaiser hat nicht nur mir mein Gesuch zugestanden, sondern auch den Befehl gegeben mich bey der Ambassade des Grafen Liewen, so lange wie mein Aufenthalt in England währen sollte, anzustellen. Diess

gewährt mir den grossen Vortheil, dass ich in England einen öffentlichen Charakter bekleiden werde und ich meinen Gehalt (2000 Rbl.) nach dem Curse bekomme. Ich würde schon diesen Herbst abreisen, allein da ich meinen Atlas durchaus früher beendigen muss,. und die Jahreszeit zu spät werden könnte, man überdem vor den Dänen nicht sicher seyn kann, so habe ich beschlossen erst im künftigen Sommer von hier abzugehen. Ich wünsche in Devonshire in der Nähe von Plymouth zu leben, und nur dann und wann nach London zu reisen. Schenkt uns der Himmel Friede, das dann doch einmal Statt finden muss, und vielleicht ist er näher als wir glauben, so machen Sie wohl einen Abstecher nach London mit Ihrer lieben Frau; nach vielen Jahren sehen wir uns dann einmal wieder, worauf ich, wie Sie leicht denken, mich gewaltig freuen würde und meine Frau nicht minder. — Dass Sie noch an die nautische Astronomie denken ist mir sehr lieb zu erfahren. Aus England werde ich Ihnen manches darüber schreiben. Das Capitel Nautical Surveying ist in einem solchen Werke von der grössten Wichtigkeit; ob Sie gleich selbst das Beste dazu werden sagen können, so müssen Sie doch Rossel's Arbeit in Dentrecasteaux Reise auch lesen. Die Unternehmung mit Escher ist Ihrer werth und ich freue mich zum voraus darauf. — Schubert ist an Rumoffsky's Stelle Astronom der Marine geworden; er wird uns sehr nützlich werden. — Ich beschäftige mich eben mit einer Instrukzion zu einer von mir projectirten Entdeckungs-Reise, welche der Kanzler im künftigen Jahre auf eigene Kosten will unternehmen lassen. Er hat die Idee, dass die NW-Passage wirklich existire; der Versuch kann immer gemacht werden, und gibt die Veranlassung zu einer vielleicht sehr wichtigen Reise. Ein Particular darf freilich nicht so viel daran wenden wie eine Regierung, indess 100000 Rubel hat der Kanzler dazu bestimmt. Das Schiff kann nur klein sein. Ich habe eine Brigg von 200 Tonnen vorgeschlagen und Otto Kotzebue zum Capitain bestimmt. Ein Naturforscher, der zugleich Arzt sein muss, geht wahrscheinlich mit. Vorläufig bitte ich Sie auch einige Punkte die nautische Physik betreffend, als Leitfaden für meinen Capitain aufzusetzen. — Sie erwarten wohl keine Notizen von mir über die

Politik. Die Comedie des Waffenstillstandes ist ausgespielt. N. wird bald einsehen, dass wie im vorigen, so auch in diesem Jahre er ist überlistet worden. Täglich erwarten wir die Nachricht von den ersten Kriegs-Operationen; der Zutritt Oesterreichs zur allgemeinen Sache muss ein harter Schlag für N. seyn.

Horner an Krusenstern, Zürich 1814... (im Frühjahr). Bey uns könnten Sie mit 400 ℔ ganz artig leben. Ich selbst brauche mit meiner Haushaltung von zwey Kindern und zwei Domestiken wenig über 200; freilich leben wir sehr einfach; aber nur um so glücklicher. — Dass Sie wieder krank sind, dass Ihre vortreffliche Frau kaum von einer langen Krankheit sich erholt hat, dass sie überhaupt so oft und viel mit diesem Unglück zu thun haben, beklage ich von Herzen. Wir kommen immer so leidlich durch. Zwar kränkelt meine Frau immer seit dem letzten Wochenbett des 21. Sept. 1812, allein der nächste Frühling soll sie hoffentlich ganz herstellen. Ich befinde mich fortdauernd ziemlich wohl; auch sorgen wir hier gut für unsere Gesundheit. Wir haben treffliche, stärkende Bäder 2 deutsche Meilen von Zürich; man spaziert beynahe täglich und im Sommer macht unser eins eine strapaziöse Fussreise in den Gebirgen, die für ein Jahr alle Nervenschwäche beseitigt. Meine Kinder, ein Junge von 1½ und ein Mädchen von ½ Jahr, sind Gottlob meistens gesund. Ich habe drey brafe Brüder nebst einer 76jährigen Mutter, und in der Familie herrscht ungestörte Einigkeit. Es mangelt mir nicht an öffentlicher Achtung und an guten Freunden; aber ich habe keinen eigentlich vertrauten Freund, — keinen, der in Mathematik und Physik etwas mehr wüsste als ich, und das ist mir, da ich besonders im ersten Fache sehr mittelmässig bin, ein empfindlicher Mangel. ... Der Kaiser ist in Basel und Schaffhausen, ich habe aber, trotz der Meinung vieler Leute, nicht Eitelkeit genug gehabt ihm nachzureisen, damit Er einen von seinen viel tausend Hofräthen mehr zu sehen bekomme.

Krusenstern an Horner, Petersburg 1814 IV 24. Allen Nachrichten zufolge war es zu kostbar meine ganze Familie nach England mitzunehmen, denn ich habe nur

500 L. Sterl. Gehalt; sie wird sich in Reval aufhalten bis ich zurückkomme. Wahrscheinlich mache ich einen kleinen Abstecher nach Paris und wahrscheinlich auch wenn es mir meine Finanzen erlauben, zu Ihnen nach Zürich. — Was sagen Sie zu den grossen Veränderungen, welche der energische Marsch unsers Kaisers nach Paris zur Folge gehabt hat. Die Nachwelt wird Alexander den Beinamen des Grossen nicht verweigern; er ist es, welcher Europa von dem Ungeheuer befreit hat, und ihm hauptsächlich verdanken wir unsere künftige Ruhe. — So wie ich in London ankomme, schreibe ich Ihnen.

Krusenstern an Horner, London 1814 VIII 7. In meinem letzten Briefe aus St. Petersburg versprach ich Ihnen sogleich meine Ankunft in London zu melden; schon 6 Wochen bin ich hier und nun erst geschieht es. Wir reisten den 15./27. May ab und trafen den 15./27. Juni hier ein. — Ich weiss, liebster Freund, dass Ihnen von hier keine Nachrichten so viel Vergnügen machen werden als solche, welche Ihre Lieblings-Wissenschaften betreffen, und Sie werden sehr unzufrieden seyn, dass der Inhalt dieses Briefes so wenig Ihren Erwartungen entspricht. Ich glaube das Sicherste wird seyn mir Fragen vorzulegen; ich werde mir Mühe geben sie so gut als möglich zu beantworten zu suchen, — übrigens auf Ihre Nachsicht bauen: Von Professor Leslie, dessen Bekanntschaft ich hier gemacht habe, ist erschienen im vorigen Jahre „A short account of experiments and instruments depending on the relations of air and heat to moisture." Die Instrumente darin beschrieben sind 1) Differential-Thermometer um die geringsten Aenderungen der Temperatur zu messen. Die Erfindung dieses Instruments machte ihm Davy streitig und schreibt sie Van Helmont zu. 2) Photometer. 3) Hygrometer. 4) Hygroskope und ein Atmometer. (Forts. folgt.) [R. Wolf.]

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

XLIV. Neue Bestimmung der Polhöhe von Zürich; Längenbestimmung Pfänder-Zürich-Gäbris; Ermittlung der Elemente des Doppelsternsystemes ζ Ursæ majoris; Fortsetzung des Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher Sternwarte.

Wie schon mehrmals beiläufig angedeutet wurde, begann ich im Frühjahr 1874 an dem Kern'schen Meridiankreise der Zürcher-Sternwarte nach vorbedachtem Plane eine grössere Reihe von Durchgangsbeobachtungen zur definitiven Bestimmung der Polhöhe und zur gleichzeitigen Untersuchung der lokalen Refractionsverhältnisse. Ich wählte dafür aus den Zeitsternen des Naut. Almanac die in Tab. I verzeichneten 62 Sterne (von weniger als 60° Zenithdistanz) zur Polhöhenbestimmung, und überdiess noch die mit * bezeichneten 14 Sterne (von mehr als 60° Zenithdistanz) zur Refractionsbestimmung aus, und setzte die Operationen in den folgenden Jahren fort, bis ich 160 unabhängige Serien beisammen hatte, von denen die eine Hälfte bei normaler Zusammensetzung des Fernrohres erhalten wurde, die andere Hälfte dagegen nach Vertauschung von Ocular- und Objectiv-Kopf.[1]) Im Ganzen wurden so 1369 Zenith-

---

[1]) Durch ein, offenbar übrigens sehr unschuldiges Versehen wurden nur 79 Serien bei normalem, und dagegen 81 Serien bei umgesetztem Fernrohr aufgenommen.

Tab. I. Verzeichniss der Sterne.

Stern.	Nr.	m	b.Sin z	log r	Δ d	Δ φ	± F
β Leonis	1	7	1",40	1,55886	-3",83	10",13	0",88
γ Urs. maj.	2	5	- 0,32	0,85069.n	0,30	9,98	1,20
ε Corvi	1*	11	2,06	2,17001			
η Virgin.	3	14	1,94	1,79643	- 1,10	10,01	0,52
β Corvi	2*	13	2,07	2,19795			
α Cassiop. U.	3*	3	- 2,06	2,37950.n			
γ Virgin.	4	14	1,97	1,80843	1,96	10,07	0,29
α Canum	5	21	0,38	0,92997	1,12	10,00	0,47
θ Virgin.	6	18	2,10	1,87156	- 1,26	9,99	0,42
α Urs. min. U.	7	32	- 1,84	1,74539.n	0,99	10,04	0,44
α Virgin.	8	28	2,23	1,96221	- 0,47	9,98	0,33
ζ Virgin.	9	29	1,94	1,79621	- 0,83	10,01	0,25
η Urs. maj.	10	33	- 0,12	0,41310	0,09	9,99	0,29
η Bootis	11	29	1,25	1,49310	- 0,08	9,99	0,25
τ Virgin.	12	30	1,87	1,76431	- 0,09	10,00	0,37
α Bootis	13	29	1,22	1,47851	- 1,63	9,99	0,29
ϱ Bootis	14	28	0,74	1,23172	2,10	9,98	0,29
ε^2 Bootis	15	26	0,89	1,31703	0,42	10,00	0,26
α^2 Libræ	4*	27	1,96	2,04993			
β Urs. min.	16	32	- 1,21	1,47388.n	0,29	9,98	0,29
ψ Bootis	17	30	0,90	1,32098	0,21	9,98	0,26
β Libræ	18	27	2,20	1,93604	- 1,27	10,07	0,28
α Coronæ	19	33	0,91	1,32802	0,64	10,00	0,23
α Serpent.	20	34	1,72	1,69345	- 0,62	10,00	0,27
ζ Urs. min.	21	34	- 1,36	1,53671.n	0,84	9,99	0,19
β^1 Scorp.	5*	30	2,02	2,12671			
δ Ophiu.	22	25	2,04	1,84828	- 1,44	9,99	0,30
α Scorp.	6*	3	2,11	2,28373			
η^2 Drac.	23	29	- 0,66	1,17156.n	1,07	10,00	0,16
ζ Herc.	24	28	0,71	1,20598	1,68	10,00	0,26
$\varkappa$ Ophiu.	25	30	1,62	1,65093	- 0,70	9,99	0,24
ε Urs. min.	26	37	- 1,51	1,60410.n	- 1,93	9,92	0,25
α Hercul.	27	35	1,43	1,57109	- 1,39	9,96	0,20

Stern.	Nr.	m	b.Sin z	log r	$\Delta\, d$	$\Delta\, \varphi$	$\pm F$
θ Ophiu.	7*	33	2",09	2,25004			
β Dracon.	28	23	- 0,23	0,70496.n	-0",84	9",81	0",31
α Ophiŭ.	29	11	1,50	1,60196	- 0,11	9,73	0,53
μ Hercul.	30	28	0,89	1,31264	0,60	10,04	0,24
γ Drac.	31	31	- 0,19	0,61873.n	0,55	9,97	0,26
μ Sagitt.	8*	35	2,05	2,16140			
δ Urs. min.	32	40	- 1,67	1,67293.n	- 2,00	9,94	0,27
α Lyræ	33	27	0,40	0,94545	1,74	10,00	0,27
β Lyræ	34	29	0,65	1,16364	2,23	9,98	0,21
ζ Aquilæ	35	25	1,43	1,58540	- 0,39	9,95	0,34
ω Aquilæ	36	22	1,55	1,62254	0,52	10,00	0,34
δ Aquilæ	37	23	1,85	1,75347	0,79	9,99	0,37
h^2 Sagitt.	9*	19	2,10	2,25773			
γ Aquilæ	38	13	1,60	1,63942	- 0,14	10,01	0,37
α Aquilæ	39	13	1,66	1,66700	0,48	9,93	0,36
β Aquilæ	40	9	1,74	1,70440	- 2,82	10,01	0,51
λ Urs. min.	41	10	- 1,75	1,70847.n	- 0,66	9,99	0,63
α^2 Capric.	10*	14	1,91	2,00293			
ϱ Capric.	11*	13	2,02	2,10188			
α Cygni	42	9	0,12	0,40903	1,64	9,98	0,38
32 Vulpec.	43	7	0,89	1,31762	- 1,17	10,00	0,41
61^1 Cygni	44	10	0,44	0,97296	- 0,25	10,00	0,39
ζ Cygni	45	7	0,80	1,26440	1,09	9,99	0,72
α Cephei	46	9	- 0,67	1,17957.n	- 0,30	9,99	0,62
θ Urs. maj. U.	21*	3	- 2,17	2,51163.n			
β Aquar.	47	2	2,12	1,89110	- 1,41	10,08	1,90
β^2 Cephei	48	4	- 1,02	1,38139.n	- 0,04	9,99	1,01
ε Pegasi	49	7	1,63	1,65505	0,15	10,00	0,84
16 Pegasi	50	4	0,99	1,36873	- 0,06	9,99	0,96
α Aquar.	51	4	1,97	1,81087	0,94	9,99	0,29
θ Aquar.	52	5	2,18	1,92760	- 2,86	9,99	0,48
η Aquar.	53	5	1,97	1,80838	2,35	9,99	1,31
ζ Pegasi	54	4	1,60	1,64135	- 0,74	9,99	1,14
α Pisc. austr.	13*	3	2,15	2,40924			
α Pegasi	55	5	1,43	1,57113	- 2,26	9,97	0,33

Stern.	Nr.	*m*	*b*.Sin *z*	log *r*	Δ *d*	Δ φ	± *F*
γ Piscium	56	5	1",86	1,75749	1",69	9",75	1",39
κ Piscium	57	5	1,92	1,78813	2,61	9,97	0,69
ι Piscium	58	4	1,78	1,72166	0,82	9,99	0,69
γ Cephei	59	2	- 0,30	1,51492.n	2,23	9,92	0,25
δ Sculpt.	14*	4	2,14	2,36121			
ω Piscium	60	6	1,74	1,70330	- 0,83	10,00	0,81
α Androm.	61	6	0,85	1,29775	1,06	9,99	0,28
γ Pegasi	62	5	1,43	1,57164	- 0,66	10,00	1,08

distanzen erhalten, von welchen 1158 zu Polhöhenbestimmungen und 211 zu Refractionsermittlungen dienen sollten. Tab. I enthält ausser dem Verzeichniss der Sterne und der jedem Sterne beigelegten Nummer noch mehrere andere Rubriken. So gibt die *m* an, wie oft jeder Stern im Ganzen beobachtet wurde[2]), während die *b*.Sin *z* für jeden Stern den Betrag angibt, um welchen die gemessene Zenithdistanz wegen der Durchbiegung bei normalem Rohr vermindert, bei umgesetztem Rohr vermehrt werden musste. Die Constante *b* bestimmte ich hiefür zunächst in der Weise[3]), dass ich wiederholt je vor und nach Umtausch auf die Nachtmire einstellte, und zugleich je am Quecksilberhorizonte den entsprechenden Nadirpunkt aufsuchte, d. h. also je vor und nach Umtausch die Zenithdistanz der Nachtmire ermittelte, und ihre halbe Differenz gleich *b* setzte; ich erhielt so aus 4 Bestimmungen

$$b = 2'',20 \pm 0'',48$$

---

[2]) Es sind hiebei die später verworfenen Beobachtungen bereits in Abzug gebracht.

[3]) Später wurde noch in unten angegebener Weise für *b* eine Correction Δ *b* ermittelt. In Tab. I ist Letztere bei den Polhöhensternen bereits mit angebracht, während dagegen bei den Refractionssternen für *b*. Sin *z* die ursprünglichen Werthe eingeschrieben sind.

womit ich mich vorläufig begnügte, da für später ohnehin noch eine Revisionsbestimmung in's Programm aufgenommen war. Die mit log. r überschriebene Rubrik gibt für jeden Stern den der Bessel'schen Refractionstafel entnommenen Logarithmus der mittlern Refraction. Die Bedeutung der mit $\Delta\, d$, $\Delta\, \varphi$ und $\pm F$ überschriebenen Rubriken wird im weitern Verlaufe mitgetheilt werden. — Tab. II gibt, ausser Datum und Nummer der Serien[4]), noch folgende Grössen: $\Delta\, b$ bezeichnet die Anzahl Millimeter, um welche das Mittel der um 9^h und 11^h Abends abgelesenen und auf 0° reducirten Barometerstände unter den von Bessel für seine Refractionstafel angenommenen Normalstand $751{,}5^{mm}$ fiel, — $\Delta\, t$ dagegen die Anzahl Centesimalgrade, um welche das Mittel aus den zu denselben Stunden abgelesenen Angaben eines im Meridiansaale und eines im Freien aufgehängten Thermometers über den Bessel'schen Normalwerth von 9°,3 emporstieg. Die mit Nad. überschriebene Rubrik gibt die durch Ablesung erhaltene Anzahl von Sekunden, welche zu 180°32′ (bei normalem) oder zu 0°32′ (bei umgesetztem Fernrohr) zuzufügen ist, um den Nadirpunkt zu erhalten; die sich auf das umgesetzte Fernrohr beziehenden Bestimmungen sind durch Beisetzung eines . von den übrigen unterschieden worden. n gibt die Anzahl der auf eine Serie fallenden Polhöhenbestimmungen.[5]) Die Bedeutung der mit

[4]) Im Allgemeinen bilden die Beobachtungen eines Abends auch eine Serie; nur wenn in der Mitte des Abends ein Umtausch vorgenommen wurde, begann natürlich auch eine neue Serie. Eine vereinzelte Ausnahme bildet der letzte Beobachtungstag, wo zum Abschlusse, ohne neuen Umtausch, zwei unabhängige Serien gemacht wurden.

[5]) Es sind hiebei die später verworfenen Beobachtungen bereits in Abzug gebracht.

Δr, Δz, $\Delta \varphi$ und $\pm F$ überschriebenen Rubriken wird im weitern Verlaufe mitgetheilt werden. — Tab. III enthält die zu Refractionsbestimmungen gemachten Ablesungen: So z. B. wurde am 1. Tage (1874 V 31) der 4. Refractionsstern (α^2 Libræ) beobachtet und für ihn die Ablesung 63° 24′ 49″,97 gefunden, aus welcher mit Hülfe der in Tab. II für die 1 Serie gegebenen Nadirablesung 180° 32′ 34″,13 die scheinbare Zenithdistanz $z' = 62° 52' 15'',84$ des Sterns abgeleitet wurde, während diesem Sterne nach dem Naut. Almanac zu dieser Zeit die Declination $d = -15° 31' 13'',90$ entsprach, und für ihn nach Tab. I die Durchbiegung $b \operatorname{Sin} z' = 1,96$ in Rechnung zu bringen war. Bezeichnet nun φ die Polhöhe und r' die Refraction, so ist

$$\varphi = z' + d - b \,.\, \operatorname{Sin} z' + r' \text{ oder also } r' = \varphi - [z' + d - b \operatorname{Sin} z'] = 100'',02$$

wenn φ der nach allen frühern Bestimmungen der Wahrheit jedenfalls bis auf weniger als 1″ nahe kommende Werth 47° 22′ 40″ beigelegt wird. Bezeichnet sodann r die nach Bessel diesem Sterne zukommende mittlere Refraction, d. h. ist (nach Tab. I) $\log r = 2,04993$ und setzt man $\alpha = r' : r = \text{Num. } 9,95016 = 0,892$, so ist α sehr nahe der Factor, mit welchem man die mittlere Refraction eines Sternes zu multipliziren hat, um für diesen Abend seine wirkliche Refraction zu erhalten; denn nach der Bessel'schen Formel hat man für den Refractionsstern und für einen beliebigen andern Stern

$$\log r'_1 = \log r_1 + \log B + \lambda_1 \log \gamma \text{ und } \log r'_2 = \log r_2 + \log B + \lambda_2 \log \gamma$$

also ist eigentlich

$$r'_2 = \alpha \,.\, r_2 \,.\, \gamma^{\lambda_2 - \lambda_1}$$

wofür aber, da unbedenklich $\lambda_2 - \lambda_1 = 0$ gesetzt werden darf, weil in allen hier vorkommenden Fällen der dadurch

Tab. II. Verzeichniss der Serien.

1874	Nr.	Δ *b*	Δ *t*	Δ *r*	*Nad.*	*n*	Δ *z*	Δ φ	± *F*
V 31	1	24,9mm	13°,4	5064.	34″,13	2	1″,44	10″,23	0″,63
VI 2	2	25,5	13,2	4819.	33,15	5	1,68	10,89	0,87
- 3	3	23,2	14,0	4798.	33,33	8	1,31	9,90	0,36
- 4	4	22,2	14,9	4563.	35,17	10	0,03	9,72	0,63
- 5	5	26,4	13,3	5607	32,80	5	- 0,95	10,06	0,29
- 9	6	25,2	12,4	4730	32,74	9	- 0,63	9,89	0,55
- 11	7	28,2	14,5	5442	32,74	4	- 1,78	10,03	0,99
- —	8	—	—	—	83,59.	3	1,48	9,74	0,48
- 17	9	27,3	8,4	3838.	79,05.	8	0,59	10,02	0,48
- 18	10	26,4	9,6	4561*	78,96.	10	2,48	9,89	0,38
- 23	11	28,8	8,6	4145.	80,95.	10	3,83	9,98	0,40
- 25	12	29,0	5,7	4100.	78,21.	9	0,75	9,96	0,77
- 30	13	24,1	8,3	4083	78,77.	10	0,46	9,92	0,31
VII 1	14	24,6	12,1	4840.	78,13.	3	0,78	10,01	0,52
- —	15	—	—	—	43,39	4	- 0,68	9,79	0,87
- 2	16	26,5	13,7	7162	41,05	10	- 2,49	9,78	0,39
- 3	17	26,0	16,0	6196	44,72	7	- 0,28	9,78	0,50
- 6	18	27,5	13,9	4753	46,64	8	2,48	9,86	0,65
- 8	19	25,4	14,9	5935.	43,26	9	- 1,76	9,79	0,40
- 13	20	27,3	15,7	5814	43,80	6	- 0,74	9,89	0,69
- 14	21	28,5	15,5	4959	48,31	3	- 0,11	9,61	0,99
- —	22	—	—	—	92,27.	3	0,77	9,97	1,02
- 19	23	27,5	13,6	4624	93,92.	6	1,75	10,01	0,58
- 22	24	30,5	11,3	5287.	91,65.	9	1,09	10,00	0,56
- 23	25	30,5	12,4	5576*	92,97.	8	1,12	9,90	0,43
VIII 2	26	32,1	11,7	5620.	90,54.	7	- 1,12	10,19	0,36
- 7	27	30,7	11,5	4934.	90,23.	6	4,67	10,22	0,63
- 12	28	29,2	7,8	4571.	86,56.	3	- 0,87	10,31	0,77
- 19	29	24,6	7,1	4137.	51,31	1	1,12	10,18	—
- 27	30	31,2	7,8	4842.	45,39	3	0,59	10,02	0,61
- 30	31	27,6	6,8	5059.	44,05	4	- 2,11	10,06	1,13
IX 1	32	26,7	10,5	5479.	43,87	6	- 1,13	10,02	0,30
- 2	33	26,0	12,4	6387.	41,26	3	- 2,35	10,02	0,82

1874	Nr.	Δ b	Δ t	Δ r	*Nad.*	*n*	Δ z	Δ φ	± *F*
IX 6	34	27,4mm	6°,8	3778.	46″,89	5	3″,08	10″,03	0″,56
- 7	35	28,4	7,7	3442.	46,34	4	- 1,28	9,99	1,53
- 15	36	28,0	4,9	2985.	41,10	5	- 1,21	9,85	0,89
- 16	37	31,0	5,4	4250*	29,75	2	1,90	9,81	1,31
- 21	38	30,9	8,8	4514.	30,30	6	- 0,60	9,72	1,25
X 15	39	36,9	2,5	3755.	31,22	6	0,28	10,11	0,67
1875									
IV 26	40	28,4	0,8	3286.	30,25	3	- 1,22	9,83	0,60
- 27	41	29,3	2,5	4484	29,61	5	- 0,70	9,95	0,56
- 29	42	28,1	3,8	4228	28,75	5	- 1,49	9,92	1,25
- 30	43	31,0	6,7	6165	27,68	7	- 1,38	9,86	0,47
V 3	44	29,6	4,5	4317.	33,13	7	3,78	9,83	0,64
- 5	45	30,3	3,7	4793.	27,72	7	- 2,97	9,86	0,49
- 6	46	31,0	6,6	4321.	30,30	6	- 1,03	9,82	0,96
- 9	47	30,4	9,7	5027*	29,32	8	- 1,60	9,78	0,69
- 11	48	21,2	6,5	3638.	28,95	11	- 2,60	9,82	0,63
- 12	49	23,7	6,6	5847	26,82	11	- 1,66	9,83	0,75
- 14	50	26,1	10,3	4665*	27,93	3	- 2,95	9,88	1,09
- —	51	—	—	—	57,45.	2	- 0,58	10,30	2,23
- 20	52	27,7	6,3	4062*	56,70.	10	0,33	10,12	0,60
- 24	53	22,8	10,1	4541.	53,73.	8	0,69	10,16	0,46
- 25	54	26,6	10,5	4515.	58,07.	12	2,04	10,12	0,38
- 28	55	34,3	5,9	4097.	58,54.	5	1,48	10,20	1,24
VI 1	56	30,0	11,5	5513.	55,78.	12	- 0,57	10,19	0,51
- 8	57	25,6	12,1	5057	55,52.	9	0,40	10,17	0,38
- 9	58	32,3	13,1	6521	56,35.	10	1,30	10,16	0,40
- 13	59	30,8	9,2	4699.	57,83.	7	1,31	10,06	0,29
- 14	60	32,1	12,0	5346.	58,65.	8	1,54	10,04	0,48
- 21	61	32,2	7,8	5188.	58,01.	8	1,05	9,91	0,24
- 22	62	28,4	10,1	4941.	56,61.	7	0,49	10,01	0,61
- 23	63	27,4	9,0	4555*	54,60.	5	0,17	10,12	1,11
- 24	64	29,1	8,5	4645*	57,36.	3	3,48	10,01	1,26
- 30	65	29,6	9,4	4272	57,59.	11	2,14	9,96	0,56
VII 2	66	32,5	10,4	5402*	55,41.	8	0,66	9,97	0,76
- 6	67	25,5	13,2	5179	57,42.	12	0,14	9,94	0,39

1875/6	Nr.	Δ *b*	Δ *t*	Δ *r*	*Nad.*	*n*	Δ *z*	Δ φ	± *F*
VII 7	68	28,5mm	14°,3	5348	59",62.	7	2",37	9",90	0",49
- 12	69	24,5	6,0	3608	58,57.	4	0,83	9,79	0,57
- 13	70	26,1	5,8	3277	57,60.	10	- 0,97	9,91	0,46
- 14	71	28,9	7,5	3934	60,01.	10	1,42	9,96	0,50
- 19	72	32,4	9,8	4524	59,94.	2	1,98	9,91	0,15
- —	73	—.	—	—	29,50	3	2,42	10,12	0,59
- 22	74	33,8	7,4	4022	31,04	8	3,79	9,96	0,82
- 26	75	22,6	8,8	4534.	27,70	2	- 2,43	9,99	0,00
- 27	76	24,4	9,3	4596	29,79	5	- 0,11	10,00	0,71
- 28	77	25,7	11,0	4345	31,13	8	1,71	9,91	0,39
- 29	78	24,7	10,2	5253	30,45	9	2,05	9,94	0,61
- 30	79	27,5	10,2	5117	28,30	6	- 1,15	10,04	1,10
VIII 1	80	27,6	8,2	4556.	29,82	6	1,32	9,92	0,62
- 2	81	27,4	8,7	5194	28,66	5	- 2,39	10,09	1,05
- 3	82	33,4	10,5	5607.	30,00	2	- 0,12	10,15	0,83
- 7	83	27,4	9,3	4467	26,09	2	- 3,15	10,10	1,29
- —	84	—	—	—	59,80.	4	3,12	10,12	0,19
- 8	85	29,4	11,2	3722	59,54.	6	2,69	10,14	0,82
- 10	86	27,7	13,2	4717	58,18.	7	1,17	10,13	0,52
- 11	87	28,2	14,7	5604	58,84.	7	1,21	10,16	0,83
- 15	88	23,5	12,8	5529	54,96.	5	- 1,24	10,21	0,49
- 16	89	23,5	14,9	5479	57,69.	5	0,17	10,21	0,43
IX 2	90	24,5	5,9	4103.	52,50.	8	- 0,60	10,16	0,40
IV 27	91	30,6	0,9	3408.	54,94.	2	- 3,24	10,30	2,32
V 7	92	28,7	- 0,8	2815*	56,57.	2	1,88	9,71	1,64
- 14	93	33,1	- 0,9	2732	57,51.	5	- 1,63	10,14	1,46
- 15	94	33,8	2,2	3937*	57,15.	8	- 0,92	10,14	0,27
- 16	95	31,2	3,8	3962*	55,38.	8	- 0,29	10,14	0,52
- 17	96	31,9	6,0	4466*	57,44.	9	0,93	10,16	0,47
- 18	97	32,6	6,1	4690.	55,79.	8	- 0,19	10,13	0,20
- 19	98	30,3	3,0	3794.	57,92.	9	1,05	10,10	0,55
- 21	99	28,6	5,0	3343.	56,63.	9	0,71	10,16	0,50
- 22	100	31,3	7,3	4200.	56,09.	7	- 0,85	10,19	0,48
- 23	101	30,3	4,7	4037*	56,38.	9	- 0,39	10,18	0,63
- 29	102	25,5	6,3	4026.	56,23.	9	1,10	10,19	0,61

1876	Nr.	Δ b	Δ t	Δ r	*Nad.*	*n*	Δ z	Δ φ	± F
V 30	103	27,7mm	9°,3	4844.	55",96.	14	-0",85	10",13	0",33
- 31	104	30,0	10,4	5788.	54,61.	13	- 1,51	10,14	0,35
VI 1	105	28,9	4,9	3539.	58,46.	14	1,41	10,13	0,34
- 6	106	29,1	14,3	5918	56,59.	12	1,34	10,14	0,40
- 7	107	30,3	12,3	4887	55,79.	10	0,19	10,11	0,43
- 14	108	27,8	6,0	4372	58,32.	12	1,07	10,12	0,48
- 18	109	25,5	7,1	3931.	55,95.	12	- 0,48	9,98	0,45
- 19	110	26,9	10,1	5299.	57,53.	6	- 0,49	10,11	0,53
- 20	111	30,1	12,1	6325	54,56.	12	- 1,19	10,00	0,36
- 22	112	32,0	12,8	5985.	57,08.	12	0,79	9,96	0,54
- 25	113	37,6	10,1	6104.	56,90.	7	- 0,14	9,90	0,34
- 27	114	27,0	6,8	4336	56,73.	12	- 0,79	9,98	0,49
- 28	115	30,1	10,2	4970	56,88.	10	- 0,95	9,99	0,39
- 29	116	31,5	8,7	5460.	55,94.	10	- 1,70	10,04	0,35
VII 3	117	27,1	9,7	6054	55,85.	10	- 1,10	9,92	0,38
- 5	118	28,4	13,4	5692.	56,76.	8	- 1,06	9,90	0,33
- 6	119	28,2	13,6	5484	55,67.	13	- 1,11	9,95	0,30
- 12	120	22,6	8,2	3378.	59,17.	8	0,69	9,83	0,46
- 13	121	22,3	9,1	4339	55,96.	10	- 1,86	9,93	0,35
- 16	122	25,0	12,7	4954.	59,43.	4	1,77	9,95	1,39
- 17	123	26,5	13,2	4958	59,96.	9	1,28	9,99	0,37
- 18	124	28,5	14,0	5627	59,02.	10	0,37	9,97	0,35
- 20	125	26,1	10,7	4512	58,24.	11	0,16	9,91	0,49
- 21	126	27,5	10,8	3429	61,67.	6	3,88	10,13	0,66
- 26	127	27,3	11,5	4143	57,81.	10	0,53	9,80	0,41
- 28	128	33,6	15,9	5828	56,96.	3	1,39	10,17	0,86
- —	129	—	—	—	31,29	5	- 1,07	9,89	0,67
- 30	130	26,6	12,8	5566	29,98	9	- 2,19	9,99	0,34
- 31	131	29,8	16,1	6244*	31,08	1	- 2,45	9,97	—
VIII 2	132	30,2	10,7	5203*	30,37	5	- 1,44	9,88	0,68
- 4	133	24,6	13,0	5750	29,56	8	- 1,18	9,84	0,69
- 7	134	25,2	12,2	5760	32,03	9	- 0,33	9,97	0,63
- 8	135	27,3	12,4	5320	34,15	9	1,52	9,88	0,52
- 9	136	27,6	13,3	5697	30,73	8	- 2,15	9,93	0,80
- 10	137	24,6	13,2	5370	33,99	8	0,36	9,84	0,47

1876/7	Nr.	Δ *b*	Δ *t*	Δ *r*	*Nad.*	*n*	Δ *z*	Δ φ	± *F*
VIII 11	138	25,2mm	13°,4	4686	31″,37	8	-2″,35	9″,95	0″,69
- 18	139	30,2	12,6	6114	32,45	9	- 0,25	9,85	0,41
- 30	140	33,5	7,5	5861.	28,04	6	- 0,95	9,95	0,60
- 31	141	37,4	6,1	6586.	31,42	6	- 2,18	10,02	0,57
IX 19	142	22,1	5,6	3319*	31,67	6	1,07	9,80	0,61
- 20	143	21,1	4,9	3078*	30,80	6	1,13	9,83	0,50
X 11	144	34,0	6,6	3905.	31,35	6	- 1,94	9,98	0,86
- 12	145	31,5	7,4	3823	29,39	9	- 3,26	10,00	0,46
- 13	146	30,9	8,2	4197.	29,77	8	- 1,09	10,05	0,74
- 15	147	32,2	6,9	4100.	29,35	7	- 1,72	10,08	0,76
- 17	148	34,8	4,6	4514*	28,32	6	- 3,07	10,06	0,56
IV 25	149	35,7	0,2	2790	32,28	7	- 2,48	9,84	0,95
- 26	150	33,9	2,3	4205	32,35	10	- 1,49	9,80	0,65
- 27	151	37,8	5,4	5184	33,60	9	0,08	9,79	0,69
V 2	152	29,0	- 2,2	5826	29,06	12	- 0,12	9,76	1,05
- 3	153	33,9	0,8	4146.	29,54	15	- 0,84	9,79	0,47
- 9	154	37,1	1,6	4183*	27,16	4	- 4,56	9,95	1,27
- 11	155	36,6	1,9	4186*	28,83	2	0,84	9,98	1,35
- 13	156	31,5	2,4	3927.	27,51	10	- 2,31	9,88	0,47
- 14	157	33,9	3,5	4383.	29,22	1	1,86	10,25	—
- 15	158	26,2	1,5	2982*	30,84	4	- 0,28	9,86	0,43
- 16	159	24,7	3,5	3581.	28,30	7	- 1,94	9,89	0,51
- —	160	24,6	2,9	2349.	28,70	7	- 2,97	9,91	0,89

Tab. III. Refractionsbestimmungen.

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ *r*	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ *r*
1	4	63° 24′ 49″,97	4984	6	4	63° 24′ 49″,83	4828
2	5	67 20 58,30	4468	-	5	67 21 1,58	5343
3	4	63 24 48,11	4526	-	6	74 1 33,88	3960
4	5	67 20 59,00	3989	7	4	63 24 50,10	5884
5	4	63 24 51,55	6186	8	7	252 45 49,03	5011
-	5	67 20 59,53	5029	9	4	243 25 26,75	3250

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ r	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ r
11	7	252° 45′ 41″,74	3658	-	2	70° 35′ 23″,18	4371
12	-	40,74	4112	42	1	69 48 36,84	3364
13	5	247 21 39,23	4171	-	2	70 35 24,85	5092
-	7	252 45 40,97	3996	43	1	69 48 42,94	5670
15	-	72 45 12,88	4829	-	2	70 35 28,84	6659
16	5	67 21 15,66	7940	44	3	283 49 47,81	4712
-	7	72 45 16,07	6385	45	2	70 35 26,36	5741
17	-	19,54	6291	46	3	283 49 47,54	4158
-	8	68 58 49,86	6100	48	1	69 48 39,45	3884
18	7	72 45 18,48	5433	49	-	43,65	5952
-	8	68 58 45,76	4073	-	2	70 35 25,93	5741
19	-	49,19	6373	53	4	243 25 26,80	4820
20	7	72 45 17,38	5867	54	-	25,87	4269
-	8	68 58 47,98	5760	55	-	24,51	3482
21	7	72 45 18,63	4960	56	-	26,79	5641
22	8	248 59 29,99	4957	57	-	26,02	5447
23	7	252 45 57,88	4346	-	5	247 21 29,54	4666
-	8	248 59 31,53	4903	58	4	243 25 29,77	6752
24	7	252 45 58,89	5218	-	5	247 21 34,79	6289
26	9	253 2 64,49	5622	59	-	31,20	4425
27	-	59,98	4450	60	-	33,65	5014
28	-	57,14	4624	61	-	34,40	5523
29	10	60 49 59,55	4023	62	-	31,57	5000
-	11	66 7 17,78	4251	65	-	31,16	4497
30	-	13,83	4942	-	6	254 2 4,96	4188
31	-	15,20	5970	-	7	252 45 25,79	4130
32	-	15,63	6187	67	5	247 21 33,37	5362
33	-	16,85	7707	-	7	252 45 27,89	4712
34	12	280 15 20,51	3431	-	8	248 58 57,14	5463
35	-	26,40	2472	68	5	247 21 33,72	4688
36	-	21,46	2145	-	7	252 45 31,15	5547
38	13	78 8 29,49	4123	-	8	248 59 0,34	5808
39	14	76 41 2,68	3175	69	7	252 45 25,19	3644
40	1	69 48 38,46	3488	-	8	248 58 52,26	3572
41	-	41,35	4596	70	7	252 45 22,82	3269

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δr	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δr
-	8	248° 58′ 50″,70	3284	90	10	240° 49′ 46″,77	4571
71	6	254 2 5,93	3735	91	2	250 36 3,69	3476
-	7	252 45 28,50	4133	93	1	249 49 23,98	3136
72	-	30,08	4532	-	2	250 36 6,35	3155
73	8	68 58 30,46	4516	-	3	103 50 47,49	1904
74	7	72 45 5,21	4494	97	4	243 25 41,80	4815
-	8	68 58 29,08	3550	98	-	41,75	3794
75	-	30,41	5081	99	-	39,33	2978
76	7	72 45 5,17	4796	100	-	39,64	3747
-	8	68 58 30,43	4396	102	-	40,99	4231
77	7	72 45 2,36	3673	103	-	42,61	5041
-	8	68 58 33,67	5017	104	-	44,46	6455
78	7	72 45 7,62	5276	105	-	40,68	3156
-	8	68 58 33,63	5229	106	-	45,06	5839
79	-	31,93	5378	-	5	247 21 45,73	5997
-	9	73 1 56,03	4856	107	4	243 25 42,00	4850
80	8	68 58 31,43	4692	-	5	247 21 42,02	4923
81	-	33,97	5941	108	4	243 25 42,40	3980
-	9	73 1 54,92	4448	-	5	247 21 44,13	4764
82	8	68 58 34,55	5678	109	-	39,31	3886
83	-	32,38	6262	110	-	46,39	5882
84	9	253 2 16,57	3025	111	4	243 25 42,69	5786
-	10	240 49 54,63	4113	-	5	247 21 46,03	6863
85	8	248 58 58,44	5135	112	-	46,64	6143
-	9	253 2 19,63	3898	113	-	46,84	6285
-	10	240 49 49,02	2134	114	-	43,06	4952
86	8	248 58 56,36	4886	-	7	252 45 27,85	3719
-	9	253 2 20,90	4549	115	5	247 21 43,46	5043
87	-	24,46	5318	-	7	252 45 32,29	4897
-	10	240 49 57,06	6336	116	5	247 21 45,03	5968
-	11	246 7 11,64	5158	117	-	46,83	6677
88	9	253 2 22,66	5307	-	7	252 45 33,40	5431
-	11	246 7 9,28	5529	118	5	247 21 45,52	5845
89	10	240 49 54,28	5603	119	-	46,81	6737
-	11	246 7 11,00	5355	-	7	252 45 31,81	5026

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ r	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ r
-	8	248°	58′	52″,65	4689	137	9	73	1	56,61	5650
120	-			50,63	2885	-	10	60	49	22,79	5663
121	5	247	21	42,13	4909	-	11	66	6	36,99	4796
-	8	248	58	50,15	3768	138	9	73	1	53,30	5453
122	-			57,02	4893	-	10	60	49	13,70	2663
123	7	252	45	37,04	5224	-	11	66	6	37,32	5942
-	8	248	58	54,95	4692	139	9	73	1	54,36	5391
124	7	252	45	38,49	5881	-	10	60	49	20,59	5515
-	8	248	58	56,03	5372	-	11	66	6	42,13	7437
125	7	252	45	33,63	4744	140	10	60	49	18,53	6783
-	8	248	58	53,99	4280	141	-			24,43	8072
126	7	252	45	32,06	3398	144	14	76	40	17,16	2992
-	8	248	58	54,91	3459	145	13	78	7	48,59	3947
127	7	252	45	34,18	4979	-	14	76	40	18,81	3699
-	8	248	58	50,58	3307	146	-			18,90	3608
128	7	252	45	33,62	5048	147	13	78	7	46,65	3524
129	9	73	1	57,00	6608	149	1	69	49	23,55	3025
130	8	68	58	34,91	5989	-	2	70	36	3,97	2552
-	9	73	1	50,40	5142	150	1	69	49	25,70	3660
133	8	68	58	34,86	5989	-	2	70	36	12,47	4750
-	9	73	1	51,49	5511	151	1	69	49	31,84	5221
134	8	68	58	35,11	5331	-	2	70	36	14,10	5148
-	9	73	1	52,93	5207	152	1	69	49	35,79	7979
-	10	60	49	22,67	6742	-	2	70	36	5,14	3673
135	9	73	1	56,79	5672	153	4	63	25	35,16	4612
-	10	60	49	22,69	5564	156	-			32,20	4129
-	11	66	6	36,96	4723	157	2	70	36	8,94	4566
136	9	73	1	49,66	4661	159	-			6,13	3962
-	10	60	49	19,54	5682	160	4	63	25	27,39	1622
-	11	66	6	38,71	6749						

entstehende Fehler in den Beobachtungsfehlern verschwinden wird, die Annäherungsformel

$$r_2' = \alpha \, . \, r_1$$

substituirt werden darf. Anstatt dem zum Logarithmus

der mittlern Refraction zu addirenden log $\alpha = 9{,}95016$ ist in Tab. III dessen von ihm zu subtrahirende decadische Ergänzung 0,04984 unter der Form $\Delta r = 4984$ eingetragen. Um ferner für Abende, an welchen nur ungenügende Refractionsbestimmungen dieser Art erhältlich waren, aushelfen zu können, wurde im Winter 1876/77 aus den bis dahin erhaltenen 198 Refractionsbeobachtungen in folgender Weise eine Refractionsformel abgeleitet[6]: Nach Bessel ist sehr nahe

$$r' = r\,(1 - \beta\,.\,\Delta b - \gamma\,.\,\Delta t) \text{ oder } 0 = 1 - \alpha - \beta\,.\,\Delta b - \gamma\,.\,\Delta t$$

wo $\Delta\, b$ und $\Delta\, t$ die in Tab. II gegebenen Werthe bezeichnen, α die oben angegebene Bedeutung hat und endlich β und γ Erfahrungscoefficienten sind; also hat man z. B. für die oben benutzte Beobachtung von α^2 Libræ die Bedingungsgleichung

$$0 = 0{,}108 - \beta\,.\,24{,}9 - \gamma\,.\,13{,}4$$

und je eine ähnliche Bedingungsgleichung gibt auch jede der übrigen 197 Refractionsbeobachtungen. Aus sämmtlichen 198 Gleichungen folgen aber nach der Methode der kleinsten Quadrate $\beta = 0{,}00230$ und $\gamma = 0{,}00406$; also besteht zur Berechnung von α aus Δb und $\Delta\, t$ nach meinen Beobachtungen für Zürich die Erfahrungsformel

$$\alpha = 1 - 0{,}00230\,.\,\Delta b - 0{,}00406\,.\,\Delta t$$

auf welche ich bei einer spätern Gelegenheit zurückzukommen gedenke. Vorläufig will ich nur bemerken: 1° dass ich zu jedem beobachteten α nach dieser Formel einen Werth α' berechnete, und die Differenzen $\alpha - \alpha'$ bildete,

[6]) Da für den Sommer 1877 nur noch 12 von den 160 beabsichtigten Serien auszufüllen blieben, welche auf die Bestimmungen keinen erheblichen Einfluss mehr haben konnten, so durfte ich mir wohl erlauben, diese Arbeit schon damals zu absolviren.

von welchen 100 positiv, 94 negativ und 4 gleich Null wurden, während bei dem mittlern Werthe ± 0,020 die extremsten Werthe + 0,065 und — 0,059 waren, so dass also obige Formel die beobachteten Werthe ganz befriedigend darstellt. 2° dass ich nach derselben Formel überhaupt für jeden Beobachtungsabend α' berechnete, zu log α' die decadische Ergänzung $\Delta\, r$ aufsuchte, und schliesslich diese berechneten $\Delta\, r$ mit den in Tab. III gegebenen Werthen in folgender Weise combinirte: Für jeden Abend, wo nach Tab. III zwei oder mehr Bestimmungen von $\Delta\, r$ vorlagen, wurde einfach ihr Mittel in Tab. II als $\Delta\, r$ eingetragen, — für jeden Abend dagegen, wo nur Eine Bestimmung erhalten worden war, zog ich aus ihr und dem berechneten Werthe das Mittel, und trug dieses unter Beisetzung von . in die Tafel ein, — für jeden Abend endlich, wo jede Refractionsbeobachtung fehlte, trat ausschliesslich der berechnete Werth unter Beisetzung von * an ihre Stelle. — Tab. IV endlich enthält die eigentlichen Polhöhenbestimmungen, und zwar zunächst, unter Angabe der Nummern von Serie und Stern, die betreffende Kreisablesung. So z. B. also wurde am 1. Tage (1874 V 31) der 14. Stern (ϱ Bootis) beobachtet, und für ihn die Ablesung 16° 59′ 27,″95 erhalten, aus welcher mit Hülfe der Tab. II entnommenen Nadirablesung die scheinbare Zenithdistanz z' = 16° 26′ 53,″82 abgeleitet wurde; da sodann für diesen Stern wegen der Biegung 0,″62 von z' abzuziehen waren [7], ferner nach dem Naut. Almanac die Declination 30° 55′ 27,″80 betrug und die Refraction nach Tab. I—II gleich Num. (1,23172—0,05064) = 15,″18 gesetzt werden musste, so ergab sich aus ihm für die Polhöhe ein erster Näherungswerth

[7]) Es muss hiebei an das in Note 2 Gesagte erinnert werden.

Tab. IV. Polhöhenbestimmungen.

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
1	14	16°	59′	27″,95	9″,60	6	16	333°	15′	22″,34	8″,02
-	16	333	15	24,85	10,86	-	17	20	28	37,45	10,26
2	10	357	58	37,35	10,13	-	19	20	46	39,07	11,30
-	12	45	45	12,61	9,84	-	20	41	5	19,24	11,47
-	14	16	59	27,14	10,47	-	21	329	44	53,59	8,76
-	20	41	5	19,50	14,31	-	22	51	16	27,80	7,26
-	21	329	44	52,99	9,70	7	14	16	59	30,74	11,84
3	10	357	58	38,79	11,20	-	15	20	18	38,01	10,65
-	11	28	53	0,35	8,66	-	16	333	15	24,10	10,47
-	12	45	45	11,97	8,74	-	17	20	28	34,59	7,18
-	13	28	4	31,89	10,46	8	25	218	21	8,20	8,96
-	14	16	59	26,87	9,84	-	26	145	42	18,66	9,65
-	15	20	18	35,89	10,46	-	27	213	23	30,84	10,62
-	16	333	15	21,17	8,95	9	15	200	19	17,62	10,39
-	18	56	49	10,14	10,93	-	16	153	16	6,41	7,27
4	10	357	58	36,38	5,84	-	17	200	29	17,83	10,74
-	11	28	53	3,28	8,75	-	18	236	49	50,50	11,55
-	12	45	45	17,78	11,78	-	23	166	8	15,57	9,56
-	13	28	4	34,73	10,43	-	24	196	5	49,54	9,36
-	14	16	59	29,92	10,01	-	25	218	21	4,54	11,40
-	17	20	28	37,37	9,07	-	26	145	42	14,46	9,87
-	18	56	49	14,62	12,74	10	16	153	16	6,92	10,41
-	19	20	46	40,08	11,15	-	17	200	29	15,48	10,32
-	20	41	5	18,02	9,47	-	18	236	49	49,30	11,04
-	21	329	44	54,97	7,97	-	19	200	47	14,38	8,83
5	15	20	18	37,87	10,79	-	20	221	5	54,46	9,89
-	16	333	15	24,24	10,72	-	21	149	45	35,34	8,46
-	17	20	28	36,94	9,80	-	23	166	8	14,57	11,06
-	18	56	49	10,91	9,63	-	24	196	5	48,87	10,57
-	21	329	44	53,49	9,35	-	25	218	20	59,14	7,56
6	13	28	4	33,86	10,29	-	26	145	42	12,72	10,72
-	14	16	59	30,97	12,15	11	17	200	29	15,14	10,24
-	15	20	18	36,78	9,54	-	18	236	49	46,93	9,02

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
11	19	200°	47′	13″,41	8″,20	16	21	329°	44′	57″,61	11″,27
-	20	221	5	54,47	10,39	-	22	51	16	41,34	10,35
-	21	149	45	36,05	9,36	-	23	346	7	34,11	9,39
-	23	166	8	13,68	10,79	-	25	38	20	32,51	10,29
-	24	196	5	50,32	12,69	-	26	325	41	29,02	9,00
-	25	218	21	0,60	9,45	-	27	33	22	50,55	8,61
-	26	145	42	12,18	10,63	-	28	355	31	47,21	9,44
-	27	213	23	20,98	9,00	-	30	20	7	23,88	7,45
12	18	236	49	45,30	7,01	-	31	356	25	15,14	11,01
-	19	200	47	16,04	10,84	17	24	16	5	16,16	11,05
-	20	221	5	49,95	5,71	-	25	38	20	32,98	9,81
-	21	149	45	37,75	11,16	-	26	325	41	29,15	7,43
-	23	166	8	13,24	10,54	-	27	33	22	51,52	9,33
-	25	218	21	2,11	10,95	-	30	20	7	26,10	9,10
-	26	145	42	10,14	8,77	-	31	356	25	15,57	10,47
-	27	213	23	24,15	12,22	-	32	321	19	45,30	11,30
-	28	175	32	26,89	12,40	18	23	346	7	34,37	9,50
13	19	200	47	16,25	11,06	-	24	16	5	11,83	8,69
-	20	221	5	53,85	9,38	-	25	38	20	30,33	11,90
-	21	149	45	36,38	10,03	-	26	325	41	31,54	10,29
-	22	231	17	7,59	10,17	-	27	33	22	50,36	10,58
-	23	166	8	11,08	8,87	-	28	355	31	46,16	8,88
-	26	145	42	9,25	8,42	-	31	356	25	10,17	6,71
-	27	213	23	20,85	8,98	-	32	321	19	45,93	12,32
-	28	175	32	24,30	10,51	19	22	51	16	40,68	10,35
-	30	200	7	59,91	11,29	-	23	346	7	35,03	9,83
-	31	176	25	50,65	10,52	-	24	16	5	12,35	8,10
14	19	200	47	14,86	10,45	-	25	38	20	32,59	10,81
-	20	221	5	54,79	10,60	-	26	325	41	29,82	8,91
-	21	149	45	33,64	8,98	-	27	33	22	49,44	7,95
15	27	33	22	50,01	8,91	-	28	355	31	48,80	10,51
-	28	355	31	47,77	9,04	-	31	356	25	14,08	10,18
-	30	20	7	28,26	12,01	-	32	321	19	43,74	10,72
-	31	356	25	14,34	9,19	20	26	325	41	27,82	7,47
16	20	41	5	27,01	10,99	-	27	33	22	50,35	10,22

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ
20	28	355° 31′ 43″,85	8″,12	26	34	194° 42′ 50″,63	11,13
-	30	20 7 25,41	11,08	-	35	214 14 55,65	10,63
-	31	356 25 13,41	11,41	-	36	216 33 3,66	10,70
-	32	321 19 42,28	11,02	-	37	225 3 22,47	9,58
21	25	38 20 34,40	10,91	-	38	217 37 2,01	10,19
-	26	325 41 31,37	7,66	27	34	194 42 42,61	10,60
-	27	33 22 53,37	10,26	-	35	214 14 46,50	9,03
22	31	176 25 56,94	7,76	-	36	216 33 13,02	10,66
-	32	141 20 33,41	11,28	-	37	225 3 16,66	11,23
-	33	189 16 0,59	10,87	-	38	217 36 56,34	12,04
23	28	175 32 32,21	9,51	-	41	139 1 6,41	7,78
-	30	200 8 7,95	9,53	28	35	214 15 47,40	8,95
-	31	176 25 56,95	8,52	-	36	216 33 13,60	10,37
-	32	141 20 30,79	9,14	-	37	225 3 17,98	11,61
-	33	189 15 59,82	10,94	29	42	3 5 26,92	10,18
-	34	194 42 55,47	12,42	30	42	3 5 19,92	10,77
24	26	145 42 17,64	10,90	-	43	20 20 10,96	8,74
-	27	213 23 30,58	9,00	-	44	9 47 14,02	10,56
-	28	175 32 31,16	11,08	31	42	3 5 21,20	11,49
-	30	200 8 5,65	9,15	-	44	9 47 16,32	12,27
-	32	141 20 27,54	8,91	-	45	18 12 17,90	9,20
-	33	189 15 57,23	10,61	-	46	345 52 19,01	7,28
-	34	194 42 50,60	9,74	32	42	3 5 17,86	9,79
-	35	214 14 58,78	13,21	-	43	20 20 12,97	11,11
-	36	216 33 17,60	7,38	-	44	9 47 12,70	10,23
25	26	145 42 15,94	8,31	-	45	18 12 16,48	9,19
-	28	175 32 31,61	10,51	-	46	345 52 18,97	9,27
-	30	200 8 7,85	10,05	-	48	337 55 8,03	10,52
-	31	176 25 54,91	7,93	33	42	3 5 18,10	11,62
-	32	141 20 28,82	9,67	-	43	20 20 9,55	8,89
-	33	189 15 59,22	11,51	-	44	9 47 10,55	9,55
-	34	194 42 52,76	10,71	34	42	3 5 14,24	8,70
-	35	214 14 57,56	10,52	-	44	9 47 8,63	8,93
26	32	141 20 24,95	8,37	-	45	18 12 14,35	9,97
-	33	189 15 55,74	10,73	-	46	345 52 18,45	11,01

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			$\Delta\varphi$	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			$\Delta\varphi$
34	49	38°	36′	39″,63	11,53	42	7	316°	34′	26″,63	5,89
35	44	9	47	14,39	11,11	-	8	58	24	32,78	8,96
-	45	18	12	21,63	13,79	43	3	47	52	45,85	7,92
-	46	345	52	18,96	7,92	-	4	48	40	16,02	10,94
-	49	38	36	38,61	7,15	-	5	8	55	29,52	10,87
36	46	345	52	11,60	8,24	-	6	52	46	35,64	8,16
-	49	38	36	33,01	8,12	-	7	316	34	27,89	10,83
-	51	48	50	2,14	10,16	-	8	58	24	34,40	9,77
-	52	56	18	31,09	9,68	-	9	47	51	53,20	10,51
-	53	48	40	8,78	13,03	44	3	47	52	46,58	10,83
37	52	56	18	20,36	11,12	-	5	8	55	23,12	6,12
-	53	48	39	51,46	8,50	-	6	52	46	35,62	10,71
38	47	54	1	19,69	8,00	-	7	316	34	28,65	10,13
-	49	38	36	27,94	13,53	-	8	58	24	32,78	9,69
-	50	22	34	36,65	12,85	-	9	47	51	51,02	10,54
-	52	56	18	23,06	10,28	-	10	357	59	3,38	10,80
-	53	48	39	51,78	5,63	45	4	48	40	16,07	11,36
-	54	37	43	48,41	8,04	-	5	8	55	28,44	10,41
39	55	33	22	40,56	9,77	-	6	52	46	36,37	9,44
-	56	45	18	25,24	12,54	-	7	316	34	27,45	8,60
-	57	47	19	56,75	8,15	-	8	58	24	33,45	8,03
-	59	330	59	29,97	9,82	-	9	47	51	53,66	11,32
-	60	41	44	12,35	11,55	-	10	357	59	3,25	9,85
-	61	19	30	47,96	8,84	46	5	8	55	25,40	7,02
40	1	32	38	35,34	10,87	-	7	316	34	26,96	7,19
-	5	8	55	31,35	8,80	-	8	58	24	37,36	12,16
-	7	316	34	32,52	9,81	-	9	47	51	51,40	9,49
41	3	47	52	46,63	9,54	-	10	357	59	6,18	12,37
-	4	48	40	12,70	8,48	-	11	28	53	26,02	10,69
-	5	8	55	30,60	11,37	47	5	8	55	27,02	9,52
-	6	52	46	35,45	9,24	-	6	52	46	37,15	9,58
-	7	316	34	53,00	11,11	-	7	316	34	31,08	13,10
42	3	47	52	46,99	10,32	-	8	58	24	36,83	10,68
-	4	48	40	14,66	10,91	-	9	47	51	52,00	9,42
-	5	8	55	26,21	13,51	-	10	357	58	58,60	5,98

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
47	11	28°	53′	24″,77	9″,84	52	11	208°	53′	46″,43	10″,83
-	12	45	45	34,23	10,10	-	12	225	45	55,15	11,22
48	3	47	52	46,88	10,14	-	13	208	5	16,31	9,79
-	4	48	40	12,38	8,58	-	14	197	0	7,84	7,04
-	5	8	55	23,97	6,52	53	9	227	52	14,09	10,68
-	6	52	46	36,72	10,83	-	10	177	59	26,46	10,99
-	7	316	34	26,92	7,13	-	11	208	53	47,44	11,42
-	8	58	24	32,06	7,91	-	12	225	45	56,91	11,84
-	9	47	51	54,49	12,97	-	13	208	5	14,72	8,03
-	10	357	59	3,35	10,53	-	14	197	0	9,67	8,83
-	11	28	53	24,99	10,63	-	15	200	19	17,90	9,69
-	12	45	45	35,91	12,75	-	16	153	16	9,98	9,81
-	13	28	4	55,09	10,07	54	5	188	55	47,99	9,07
49	3	47	52	46,90	10,42	-	6	232	46	57,96	10,88
-	4	48	40	13,18	9,56	-	7	136	34	55,36	11,23
-	5	8	55	24,56	9,94	-	8	238	24	54,92	9,11
-	6	52	46	33,64	7,46	-	9	227	52	12,40	10,09
-	7	316	34	29,85	15,87	-	10	177	59	25,16	10,91
-	8	58	24	33,58	8,29	-	11	208	53	45,44	10,59
-	9	47	51	51,47	10,35	-	12	225	45	54,38	10,41
-	10	357	58	59,04	9,65	-	13	208	5	17,43	11,91
-	11	28	53	22,54	9,98	-	14	197	0	7,64	8,02
-	12	45	45	28,48	5,81	-	15	200	19	14,83	7,85
-	13	28	4	53,96	10,79	-	16	153	16	10,30	11,39
50	5	8	55	26,35	9,89	55	13	208	5	14,89	9,06
-	6	52	46	38,48	11,75	-	14	197	0	12,69	12,79
-	7	316	34	25,16	7,99	-	15	200	19	19,77	12,70
51	13	208	5	21,79	12,53	-	16	153	16	9,67	10,28
-	14	197	0	12,02	8,07	-	17	200	29	12,38	6,16
52	5	188	55	48,33	8,33	56	8	238	25	1,18	14,16
-	6	232	46	54,45	7,53	-	9	227	52	13,92	10,35
-	7	136	34	58,42	12,64	-	10	177	59	23,20	10,12
-	8	238	24	56,19	10,85	-	11	208	53	46,22	11,34
-	9	227	52	13,83	11,47	-	12	225	45	55,85	10,78
-	10	177	59	27,20	11,53	-	13	208	5	11,85	6,31

Nr. Serie	Nr. Stern.	Ablesung.			$\Delta \varphi$	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			$\Delta \varphi$
56	14	197°	0′	9″,41	10″,40	60	19	200°	47′	12″,64	10,66
-	15	200	19	15,75	9,22	-	20	221	5	51,72	11,44
-	16	153	16	6,27	9,55	-	21	149	45	29,09	7,91
-	17	200	29	15,36	10,03	-	22	231	17	1,09	10,25
-	18	236	49	47,29	10,80	-	23	166	8	3,84	8,48
-	19	200	47	13,17	9,17	61	19	200	47	11,38	10,94
57	12	225	45	53,17	10,60	-	20	221	5	48,38	9,25
-	13	208	5	12,56	9,64	-	21	149	45	29,65	10,45
-	15	200	19	12,17	8,47	-	22	231	17	0,21	10,30
-	16	153	16	3,07	8,95	-	23	166	8	2,09	8,84
-	17	200	29	12,96	10,41	-	24	196	5	36,48	9,70
-	18	236	49	45,24	11,18	-	25	218	20	49,87	10,00
-	19	200	47	11,20	10,33	-	26	145	41	57,89	9,82
-	20	221	5	48,43	9,71	62	17	200	29	10,89	9,87
-	21	149	45	33,06	12,21	-	19	200	47	6,00	6,68
58	12	225	45	52,87	8,74	-	20	221	5	49,78	11,86
-	13	208	5	14,38	10,78	-	21	149	45	28,43	10,12
-	14	197	0	5,24	8,81	-	22	231	16	58,97	10,34
-	15	200	19	13,72	9,74	-	23	166	8	2,79	10,57
-	16	153	16	5,09	12,35	-	24	196	5	36,27	10,64
-	17	200	29	14,80	11,89	63	16	153	16	2,24	11,56
-	18	236	49	46,05	9,55	-	17	200	29	6,35	7,34
-	19	200	47	13,09	10,70	-	18	236	49	43,98	12,13
-	20	221	5	49,16	8,98	-	19	200	47	4,07	7,50
-	21	149	45	29,62	10,15	-	21	149	45	28,76	12,08
59	16	153	16	5,86	11,23	64	19	200	47	4,07	7,48
-	18	236	49	43,85	9,23	-	20	221	5	46,35	11,21
-	19	200	47	11,74	10,44	-	21	149	45	27,17	11,33
-	20	221	5	48,29	9,14	65	18	236	49	42,69	10,68
-	21	149	45	31,17	10,03	-	19	200	47	7,49	10,58
-	22	231	17	0,02	10,60	-	20	221	5	46,61	11,00
-	23	166	8	5,02	9,76	-	21	149	45	27,75	11,39
60	16	153	16	4,03	9,41	-	22	231	16	52,75	6,41
-	17	200	29	14,21	10,64	-	24	196	5	32,04	9,14
-	18	236	49	47,95	11,63	-	25	218	20	43,10	6,94

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
65	26	145°	41′	58″,83	9″,92	70	22	231°	16′	59″,01	11,91
-	27	213	23	4,71	9,56	-	23	166	8	0,59	10,56
-	28	175	32	7,29	11,98	-	24	196	5	32,81	9,77
-	30	200	7	41,49	11,95	-	26	145	41	53,30	7,88
66	22	231	16	58,70	11,56	-	27	213	23	7,25	11,91
-	23	166	7	58,30	10,23	-	28	175	32	4,21	9,35
-	24	196	5	28,80	6,65	-	30	200	7	38,41	9,21
-	25	218	20	46,28	10,06	-	31	176	25	27,42	8,90
-	26	145	41	53,94	11,38	-	32	141	19	59,21	8,20
-	27	213	23	7,16	12,08	-	33	189	15	25,88	11,37
-	29	215	15	52,33	7,31	71	22	231	17	0,85	12,81
-	30	200	7	39,32	10,48	-	24	196	5	31,63	8,53
67	20	221	5	47,85	10,09	-	25	218	20	48,42	11,36
-	21	149	45	25,15	8,69	-	26	145	41	53,48	8,82
-	22	231	16	59,39	10,32	-	27	213	23	5,17	9,44
-	23	166	7	59,55	12,55	-	29	215	15	55,56	9,93
-	24	196	5	32,92	9,15	-	30	200	7	37,03	7,73
-	25	218	20	48,38	10,39	-	31	176	25	29,33	11,12
-	26	145	41	51,78	7,55	-	32	141	19	57,74	8,75
-	27	213	23	7,96	11,30	-	33	189	15	25,45	11,08
-	29	215	15	56,98	10,31	72	27	213	23	4,94	10,06
-	30	200	7	39,05	8,73	-	28	175	32	2,38	9,75
-	31	176	25	30,09	10,98	73	32	321	19	24,49	11,34
-	32	141	19	59,29	9,24	-	33	9	14	52,07	9,70
68	21	149	45	24,19	8,05	-	34	14	41	45,33	9,31
-	25	218	20	47,54	9,43	74	26	325	41	19,24	10,70
-	27	213	23	6,73	10,14	-	27	33	22	35,82	9,66
-	28	175	32	6,84	11,87	-	29	35	15	29,11	12,98
-	30	200	7	40,18	10,06	-	30	20	7	10,09	11,98
-	31	176	25	29,72	10,96	-	32	321	19	24,13	11,02
-	32	141	19	58,31	8,76	-	33	9	14	50,18	8,55
69	25	218	20	46,00	9,84	-	34	14	41	44,49	9,22
-	26	145	41	55,85	11,33	-	35	34	13	51,36	5,60
-	27	213	23	4,32	9,38	75	30	20	7	10,44	9,98
-	28	175	32	2,86	8,60	-	32	321	19	24,28	9,99

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
76	29	35°	15′	34″,74	—″	80	34	14°	41′	44″,98	10,54
-	31	356	24	57,36	11,78	-	36	36	32	11,46	8,31
-	32	321	19	21,78	8,08	-	37	45	2	14,19	8,49
-	33	9	14	52,98	9,94	-	38	37	35	54,33	11,66
-	34	14	41	48,18	11,33	-	40	41	48	36,96	9,14
-	35	34	13	49,15	—	81	32	321	19	24,06	11,91
-	36	36	32	24,13	—	-	34	14	41	43,75	7,04
-	37	45	2	16,64	8,85	-	37	45	2	20,30	10,56
77	26	325	41	13,38	—	-	39	39	22	4,53	8,36
-	27	33	22	39,60	11,80	-	41	319	0	4,53	12,59
-	28	355	31	38,53	—	82	32	321	19	22,32	10,98
-	30	20	7	9,94	10,64	-	33	9	14	51,03	9,32
-	31	356	24	54,11	9,25	83	31	356	24	51,20	8,82
-	32	321	19	21,98	8,81	-	32	321	19	22,08	11,39
-	33	9	14	52,87	10,36	84	34	194	42	9,21	9,76
-	34	14	41	46,50	10,46	-	35	214	14	14,36	10,63
-	35	34	13	50,25	—	-	38	217	36	16,79	10,18
-	36	36	32	12,96	8,39	-	40	221	49	4,49	9,90
-	37	45	2	16,42	9,55	85	32	141	19	48,83	6,78
78	29	35	15	27,62	10,30	-	35	214	14	14,02	10,88
-	30	20	7	9,56	11,08	-	36	216	32	37,28	10,73
-	31	356	24	52,43	8,61	-	37	225	2	37,81	8,82
-	32	321	19	22,40	11,34	-	39	219	22	27,05	11,43
-	33	9	14	52,19	11,07	-	41	139	0	34,00	12,22
-	34	14	41	46,01	10,96	86	32	141	19	49,54	8,83
-	35	34	13	51,96	5,54	-	33	189	15	14,73	8,67
-	36	36	32	14,45	10,25	-	35	214	14	14,14	9,98
-	37	45	2	17,04	10,27	-	36	216	32	40,11	12,82
79	32	321	19	25,65	13,70	-	37	225	2	40,54	10,84
-	34	14	41	45,80	10,00	-	38	217	36	17,17	9,91
-	36	36	32	10,92	6,01	-	40	221	49	3,59	9,85
-	37	45	2	19,53	12,01	87	32	141	19	47,09	6,80
-	39	39	22	4,38	10,14	-	34	194	42	8,75	8,42
-	41	319	0	0,91	8,39	-	35	214	14	15,01	10,03
80	32	321	19	22,70	11,57	-	36	216	32	40,35	11,81

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
87	37	225°	2′	45″,14	13″,87	94	11	208°	54′	8″,08	9″,86
-	39	219	22	28,16	10,36	-	12	225	46	16,33	10,57
-	41	139	0	29,33	9,86	-	13	208	5	39,35	9,81
88	35	214	14	13,62	10,69	95	6	232	47	18,97	12,60
-	36	216	32	37,03	10,50	-	7	136	35	18,00	10,89
-	37	225	2	37,70	8,35	-	8	238	25	16,94	11,21
-	38	217	36	16,70	10,84	-	9	227	52	32,04	9,63
-	40	221	49	4,21	11,04	-	10	177	59	43,94	7,92
89	35	214	14	13,91	9,64	-	11	208	54	5,93	10,24
-	36	216	32	38,14	10,46	-	12	225	46	13,24	9,92
-	37	225	2	41,40	10,89	-	13	208	5	35,64	8,74
-	39	219	22	25,75	8,83	96	6	232	47	18,28	8,95
-	41	139	0	29,19	11,21	-	7	136	35	16,37	9,31
90	43	200	20	3,62	10,55	-	8	238	25	18,71	11,27
-	44	189	46	59,95	9,02	-	9	227	52	35,33	11,49
-	45	198	12	8,45	10,85	-	10	179	59	45,52	8,92
-	46	165	52	14,04	10,79	-	11	208	54	9,35	12,64
-	47	234	1	24,61	11,99	-	12	225	46	15,43	10,73
-	49	218	36	26,18	8,70	-	13	208	5	37,20	9,28
-	50	202	34	40,37	9,03	-	14	197	0	28,37	8,85
-	51	228	49	52,90	10,39	97	7	136	35	16,76	10,59
91	4	228	41	5,53	7,98	-	8	238	25	16,64	9,30
-	5	188	56	14,82	12,63	-	9	227	52	34,43	10,89
92	1	212	39	14,12	8,07	-	10	177	59	45,89	10,08
-	2	173	32	37,15	11,35	-	11	208	54	5,65	9,57
93	3	227	53	35,78	14,41	-	12	225	46	15,13	10,56
-	7	136	35	19,88	7,44	-	14	197	0	29,31	10,45
-	9	227	52	33,26	8,90	-	15	200	19	35,27	9,61
-	11	208	54	5,81	7,17	98	7	136	35	20,40	12,49
-	12	225	46	18,18	12,78	-	9	227	52	34,21	10,92
94	6	232	47	19,79	10,91	-	10	177	59	45,40	8,89
-	7	136	35	18,71	8,97	-	11	208	54	5,62	9,29
-	8	238	25	17,52	9,53	-	12	225	46	14,24	10,14
-	9	227	52	34,94	10,11	-	13	208	5	40,14	12,59
-	10	177	59	48,89	11,33	-	14	197	0	28,28	9,06

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ
98	15	200° 19′ 35″,82	9″,87	102	19	200° 47′ 25″,75	9″,35
-	16	153 16 25,94	7,66	103	7	136 35 16,57	13,27
99	9	227 52 32,77	11,10	-	8	238 25 19,15	10,89
-	10	177 59 42,87	7,75	-	9	227 52 33,60	9,75
-	11	208 54 4,22	9,36	-	10	177 59 45,00	11,04
-	12	225 46 14,20	11,63	-	11	208 54 5,45	10,04
-	13	208 5 38,17	12,09	-	12	225 46 14,50	10,05
-	14	197 0 27,64	9,91	-	13	208 5 34,19	8,29
-	15	200 19 32,78	8,34	-	14	197 0 28,02	10,70
-	16	153 16 28,16	11,19	-	15	200 19 32,82	8,68
-	17	200 29 32,19	10,03	-	16	153 16 24,82	10,36
100	9	227 52 32,18	8,55	-	17	200 29 32,14	10,37
-	10	177 59 45,75	9,87	-	18	236 49 59,98	9,09
-	11	208 54 7,25	11,02	-	19	200 47 28,81	10,59
-	12	225 46 15,61	11,17	-	20	221 6 3,11	8,67
-	13	208 5 36,57	9,14	104	7	136 35 15,10	13,66
-	14	197 0 28,30	9,48	-	8	238 25 19,64	10,34
-	15	200 19 37,66	12,07	-	9	227 52 34,06	9,75
101	9	227 52 35,23	12,05	-	10	177 59 43,78	10,74
-	10	177 59 45,62	10,12	-	11	208 54 2,65	7,47
-	11	208 54 5,49	9,67	-	13	208 5 35,20	8,95
-	12	225 46 11,91	7,92	-	14	197 0 25,22	8,45
-	13	208 5 33,79	6,78	-	15	200 19 33,25	9,59
-	14	197 0 29,50	11,11	-	16	153 16 23,75	10,79
-	16	153 16 27,01	10,13	-	17	200 29 31,91	10,45
-	17	200 29 35,63	12,71	-	18	236 50 2,47	10,65
-	18	236 50 0,84	11,15	-	19	200 47 28,78	11,06
102	11	208 54 1,22	7,89	-	20	221 6 4,41	9,93
-	12	225 46 12,64	10,78	105	7	136 35 17,21	10,82
-	13	208 5 34,53	10,07	-	8	238 25 17,37	11,43
-	14	197 0 25,59	10,04	-	9	227 52 30,49	8,22
-	15	200 19 32,46	10,15	-	10	177 59 44,57	10,66
-	16	153 16 27,07	13,50	-	11	208 54 7,50	12,97
-	17	200 29 32,12	12,18	-	12	225 46 13,61	10,67
-	18	236 49 55,54	7,77	-	13	208 5 36,56	10,88

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ
105	14	197° 0′ 26″,32	9″,61	108	19	200° 47′ 26″,49	11,08
-	15	200 19 32,13	8,70	-	20	221 6 1,67	9,26
-	16	153 16 23,32	8,28	-	21	149 45 44,38	10,29
-	17	200 29 31,09	10,05	-	22	231 17 7,56	7,22
-	18	236 49 58,19	9,49	-	23	166 8 15,50	10,49
-	19	200 47 28,26	10,80	-	24	196 5 47,23	11,15
-	20	221 6 2,29	9,31	109	16	153 16 20,50	10,14
106	10	177 59 39,85	8,77	-	17	200 29 28,06	10,69
-	11	208 54 5,08	11,47	-	18	236 49 59,27	11,16
-	12	225 46 11,56	7,97	-	19	200 47 23,95	10,32
-	13	208 5 35,13	10,51	-	20	221 5 57,29	6,64
-	14	197 0 23,06	8,26	-	21	146 46 42,00	9,49
-	15	200 19 30,36	8,66	-	22	231 17 6,94	8,43
-	16	153 16 21,47	10,90	-	23	166 8 13,86	10,69
-	17	200 29 29,16	9,89	-	24	196 5 46,72	12,61
-	18	236 50 1,97	11,03	-	25	218 20 56,11	10,83
-	19	200 47 26,85	11,19	-	26	145 42 5,56	10,27
-	20	221 6 5,13	12,17	-	27	213 23 11,58	8,52
-	21	149 45 44,06	10,89	110	16	153 16 19,87	8,97
107	10	177 59 40,92	9,62	-	17	200 29 29,21	9,83
-	11	208 54 3,28	10,10	-	18	236 50 4,69	12,58
-	12	225 46 14,67	12,02	-	19	200 47 25,50	9,87
-	15	200 19 30,17	8,74	-	22	231 17 12,17	10,17
-	16	153 16 20,20	8,89	-	24	196 5 45,14	9,23
-	17	200 29 31,10	12,12	111	15	200 19 29,92	9,96
-	18	236 49 57,53	8,09	-	16	153 16 16,71	8,87
-	19	200 47 26,27	10,92	-	17	200 29 28,09	10,71
-	20	221 6 2,94	10,79	-	18	236 50 0,21	8,64
-	21	247 21 42,02	9,78	-	19	200 47 22,68	9,06
108	13	208 5 34,48	8,88	-	20	221 6 2,81	10,66
-	14	197 0 24,20	9,36	-	21	149 45 39,60	9,91
-	15	200 19 31,96	10,33	-	22	231 17 11,43	10,32
-	16	153 16 22,56	13,82	-	23	166 8 11,43	10,23
-	17	200 29 30,09	10,98	-	24	196 5 45,46	11,73
-	18	236 49 58,38	8,49	-	25	218 20 54,46	7,82

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
111	26	145°	42′	4″,10	12,05	115	21	149°	45′	40″,00	9,13
112	16	153	16	17,61	9,03	-	22	231	17	11,67	11,05
-	17	200	29	27,38	9,88	-	23	166	8	11,25	9,73
-	18	236	49	58,91	7,49	-	24	196	5	42,83	9,58
-	19	200	47	26,51	12,85	-	25	218	20	55,93	9,88
-	20	221	6	3,88	11,74	-	26	145	42	4,52	12,43
-	21	149	45	41,99	11,99	-	27	213	23	11,16	7,90
-	22	231	17	10,50	9,49	116	18	236	50	0,79	9,28
-	23	166	8	9,41	8,11	-	19	200	47	24,09	10,57
-	24	196	5	41,86	8,18	-	20	221	6	1,69	9,59
-	25	218	20	55,41	9,02	-	21	149	46	39,86	9,75
-	26	145	42	4,83	12,56	-	22	231	17	11,08	10,02
-	27	213	23	13,06	9,16	-	23	166	8	13,13	12,21
113	20	221	6	1,73	9,11	-	24	196	5	43,32	10,14
-	21	149	45	40,87	10,89	-	25	218	20	54,43	8,29
-	22	231	17	10,27	8,58	-	26	145	42	3,33	12,43
-	23	166	8	11,31	10,10	-	29	215	16	0,88	9,20
-	24	196	5	44,66	10,90	117	20	221	6	1,69	10,38
-	26	145	42	2,35	10,29	-	21	149	45	38,09	9,87
-	27	213	23	13,40	9,40	-	23	166	8	9,09	10,03
114	17	200	29	26,31	9,13	-	24	196	5	41,20	9,36
-	18	236	49	59,22	9,72	-	25	218	20	53,95	8,52
-	19	200	47	21,54	8,26	-	26	145	42	1,68	11,87
-	20	221	5	58,65	7,57	-	27	213	23	11,25	8,82
-	21	149	45	41,52	10,28	-	28	175	32	8,76	9,89
-	22	231	17	10,97	11,50	-	30	200	7	42,24	8,61
-	23	166	8	10,42	8,74	-	31	176	25	31,98	11,81
-	24	196	5	42,55	9,29	118	19	200	47	21,94	9,04
-	25	218	20	55,91	10,60	-	20	221	5	59,67	8,81
-	26	145	42	6,17	12,66	-	21	149	45	39,26	10,08
-	27	213	23	11,74	12,99	-	22	231	17	10,11	8,96
-	28	175	32	10,41	9,01	-	23	166	8	10,56	11,03
115	18	236	50	1,09	10,20	-	26	145	42	0,12	9,67
-	19	200	47	22,87	9,19	-	27	213	23	13,93	11,20
-	20	221	6	2,78	10,86	-	28	175	32	9,61	10,42

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δφ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δφ
119	19	200°	47′	21″,31	9″,69	123	25	218°	20′	55″,55	11″,26
-	20	221	5	59,94	9,44	-	26	145	41	57,72	8,61
-	21	149	45	38,26	10,36	-	27	213	23	11,04	9,93
-	22	231	17	10,60	10,86	-	29	215	16	0,25	10,94
-	23	166	8	8,33	10,03	-	30	200	7	40,94	9,24
-	24	196	5	41,70	10,84	-	31	176	25	29,43	11,54
-	25	218	20	53,34	9,01	-	32	141	19	55,38	8,52
-	26	145	42	0,43	11,11	-	33	189	15	20,46	10,21
-	27	213	23	12,24	10,92	-	34	194	42	12,23	9,68
-	29	215	15	57,58	8,00	124	23	166	8	6,76	9,18
-	30	200	7	40,46	7,96	-	24	196	5	39,96	9,53
-	31	176	25	29,32	10,21	-	25	218	20	53,70	8,96
-	32	141	19	58,54	10,89	-	27	213	23	12,22	10,78
120	23	166	8	8,68	9,38	-	28	178	32	7,85	11,41
-	24	196	5	42,15	11,50	-	30	200	7	42,19	10,46
-	26	145	42	0,95	9,61	-	31	176	25	29,24	11,72
-	27	213	23	10,01	9,58	-	32	141	19	56,22	10,33
-	28	175	32	8,52	10,39	-	33	189	15	19,06	9,01
-	30	200	7	43,56	11,64	-	34	194	42	10,81	8,37
-	31	176	25	27,20	7,97	125	24	196	5	40,03	10,87
-	32	141	19	57,56	8,54	-	25	218	20	54,81	11,92
121	22	231	17	9,76	10,57	-	26	145	41	59,74	11,49
-	23	166	8	7,69	9,55	-	27	213	23	8,86	8,83
-	24	196	5	41,32	11,19	-	28	175	32	2,19	6,70
-	25	218	20	54,99	11,62	-	30	200	7	38,58	8,30
-	26	145	41	59,56	9,87	-	31	176	25	27,73	11,22
-	27	213	23	10,86	10,59	-	32	141	19	56,06	10,26
-	29	215	15	56,68	8,14	-	33	189	15	18,35	9,62
-	30	200	7	40,57	9,11	-	34	194	42	12,25	11,24
-	31	176	25	28,23	10,03	-	35	214	14	11,25	8,60
-	32	141	19	56,56	8,66	126	29	215	15	57,27	10,70
122	30	200	7	42,05	12,15	-	30	200	7	39,98	10,66
-	31	176	25	28,98	11,83	-	31	176	25	23,56	7,51
-	32	141	19	55,88	9,74	-	32	141	19	55,35	8,97
-	33	189	15	15,62	6,10	-	33	189	15	20,01	12,05

Nr. Serie	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
126	34	194°	42′	11″,01	10″,88	133	34	14°	41′	40″,61	8″,91
127	25	218	20	52,62	11,59	-	35	34	13	47,39	10,97
-	26	145	42	54,30	7,68	-	36	36	32	9,54	10,56
-	27	213	23	8,42	10,62	-	37	45	2	9,47	8,15
-	28	175	32	1,16	7,81	-	38	37	35	43,53	7,65
-	30	200	7	39,16	11,04	-	39	39	21	52,02	8,33
-	31	176	25	24,72	10,54	-	40	41	48	33,84	12,12
-	32	141	19	54,30	10,24	134	32	321	19	25,35	14,12
-	33	189	15	16,21	9,91	-	33	9	14	48,60	9,06
-	34	194	42	7,50	9,01	-	34	14	41	43,24	10,61
-	35	214	14	10,01	9,59	-	35	34	13	47,50	9,97
128	29	215	15	56,94	11,59	-	36	36	32	10,45	10,32
-	30	200	7	37,02	10,30	-	37	45	2	10,09	7,49
-	31	176	25	20,42	8,62	-	38	37	35	45,09	8,00
129	33	9	14	49,19	7,22	-	39	39	21	55,22	10,32
-	34	14	41	45,61	10,64	-	41	318	59	51,30	9,87
-	35	34	13	50,18	10,87	135	32	321	19	19,25	7,53
-	36	36	32	12,16	10,36	-	33	9	14	49,25	9,76
-	37	45	2	14,23	10,35	-	34	14	41	41,99	9,43
130	31	356	24	58,37	10,80	-	35	34	13	47,80	10,51
-	32	321	19	22,63	9,60	-	36	36	32	9,74	9,88
-	33	9	14	50,70	9,47	-	37	45	2	14,42	12,18
-	34	14	41	44,64	10,41	-	38	37	35	47,83	11,06
-	35	34	13	47,85	9,29	-	39	39	21	56,97	10,96
-	36	36	32	11,66	10,61	-	40	41	48	31,48	7,59
-	37	45	2	11,10	7,96	136	33	9	14	52,36	12,76
-	39	39	21	57,60	10,37	-	34	14	41	41,67	8,96
-	41	318	59	55,45	11,41	-	35	34	13	49,14	11,47
131	31	356	24	58,61	9,97	-	36	36	32	12,73	12,24
132	28	355	31	35,24	7,86	-	37	45	2	8,81	5,99
-	30	20	7	13,66	9,92	-	38	37	35	47,25	10,01
-	31	356	24	57,71	11,13	-	39	39	21	54,57	8,09
-	34	14	41	44,23	11,54	-	41	318	59	51,40	9,89
-	35	34	13	46,37	8,97	137	33	9	14	50,45	10,35
133	32	321	19	22,27	12,03	-	34	14	40	42,98	9,82

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.	Δ φ
155	7	316° 35′ 8″,87	11″,33	158	5	8° 56′ 8″,38	9″,01
-	8	58 25 12,18	8,63	-	8	58 25 14,33	10,03
156	5	8 56 3,46	—	159	3	47 53 30,54	10,94
-	7	316 35 6,87	7,65	-	4	48 40 57,04	10,78
-	8	58 25 14,86	9,81	-	5	8 56 10,48	11,87
-	9	47 52 30,03	9,10	-	7	316 35 8,48	7,93
-	10	357 59 41,11	10,61	-	8	58 25 15,16	10,58
-	11	28 54 3,21	10,51	-	9	47 52 29,02	8,31
-	12	45 46 9,72	9,17	-	10	357 59 39,06	8,85
-	13	28 5 39,94	—	160	11	28 54 1,65	8,64
-	14	17 0 25,26	13,00	-	12	45 46 11,24	11,02
-	15	20 19 29,55	10,94	-	13	28 5 34,67	10,06
-	16	333 16 15,68	9,16	-	14	17 0 26,02	13,11
-	17	20 29 23,92	8,86	-	15	20 19 31,27	12,14
157	7	316 35 6,33	10,25	-	16	333 16 15,07	6,59
158	3	47 53 29,15	9,42	-	17	20 29 23,38	7,81
-	4	48 40 58.35	10,98				

$\varphi' = 47° 22' 36'',18$ oder ein Ueberschuss von $\Delta\varphi' = 6,''18$ über $47° 22' 30''$, aus welchem sodann in sofort zu erläuternder Weise der in Tab. IV eingetragene definitive Werth $\Delta\varphi = 9'',60$ abgeleitet wurde. Nachdem nämlich entsprechend dem eben befolgten Gange aus sämmtlichen in Tab. IV eingetragenen 1149 Bestimmungen[8]) diese $\Delta\varphi'$ berechnet worden waren, von welchen

[8]) Von den ursprünglich erhaltenen 1158 Bestimmungen wurden nämlich von vorneherein 9 verworfen, da sie entschieden unzuverlässig waren; so wurden z. B. drei Bestimmungen von 1874 IX 16 gestrichen, weil während der betreffenden Beobachtungen eine anscheinend geringfügige Veränderung an den Ablesemikroskopen vorgenommen worden war, deren Betrag aber, laut nachfolgender Bestimmung des Nadirpunktes, doch auf circa 12″ anstieg, — so wurde eine Bestimmung von 1875 IV 29 gestrichen, weil offenbar die

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
147	55	33°	21′	58″,22	9″,91	151	7	316°	35′	17″,88	12,66
-	56	45	17	36,72	7,20	-	8	58	25	20,89	10,14
-	57	47	19	17,52	12,18	-	9	47	52	33,08	6,04
-	58	42	56	43,20	8,05	-	10	357	59	48,47	10,22
-	60	41	43	29,45	12,76	152	1	32	39	23,27	14,82
-	61	19	30	5,14	10,12	-	2	353	32	36,06	13,68
-	62	33	24	35,24	10,33	-	3	47	53	30,53	8,47
148	56	45	17	41,36	11,06	-	4	48	40	58,33	9,56
-	57	47	19	16,88	10,72	-	5	8	56	12,07	11,57
-	58	42	56	46,70	10,83	-	6	52	47	17,32	7,36
-	60	41	43	26,44	9,08	-	7	316	35	10,79	11,68
-	61	19	30	6,15	10,96	-	8	58	25	12,56	4,83
-	62	33	24	33,09	7,72	-	9	47	52	32,22	8,92
149	1	32	39	19,73	7,36	-	10	357	59	47,08	14,51
-	3	47	53	35,22	11,33	-	11	28	54	3,41	8,56
-	4	48	41	0,97	10,51	-	12	45	46	6,24	3,29
-	5	8	56	7,98	10,47	153	1	32	39	17,76	9,45
-	6	52	47	22,88	12,03	-	2	353	32	30,20	6,55
-	7	316	35	15,14	5,38	-	3	47	53	32,52	11,46
-	8	58	25	19,13	11,77	-	4	48	40	58,90	11,17
150	1	32	39	22,38	9,90	-	5	8	56	9,51	7,71
-	2	353	32	38,37	9,91	-	6	52	47	18,63	10,05
-	3	47	53	30,94	6,21	-	7	316	35	12,40	10,37
-	4	48	41	1,97	10,32	-	8	58	25	14,17	8,39
-	5	8	56	18,49	12,37	-	9	47	52	31,70	9,40
-	6	52	47	24,60	12,43	-	10	357	59	43,22	9,62
-	7	316	35	15,44	8,57	-	11	28	54	5,42	10,58
-	8	58	25	18,91	9,73	-	12	45	46	8,92	6,85
-	9	47	52	36,30	10,17	-	13	28	5	38,77	12,22
-	10	357	59	47,29	8,41	-	14	17	0	25,58	10,36
151	1	32	39	22,20	9,43	-	15	20	19	34,13	12,70
-	2	353	32	36,25	8,46	154	7	316	35	8,02	6,20
-	3	47	53	34,39	8,65	-	8	58	25	17,90	10,65
-	4	48	41	2,46	9,80	-	10	357	59	45,10	11,72
-	5	8	56	18,67	12,71	-	13	28	5	38,21	11,25

Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ	Nr. Serie.	Nr. Stern.	Ablesung.			Δ φ
155	7	316°	35′	8″,87	11″,33	158	5	8°	56′	8″,38	9″,01
-	8	58	25	12,18	8,63	-	8	58	25	14,33	10,03
156	5	8	56	3,46	—	159	3	47	53	30,54	10,94
-	7	316	35	6,87	7,65	-	4	48	40	57,04	10,78
-	8	58	25	14,86	9,81	-	5	8	56	10,48	11,87
-	9	47	52	30,03	9,10	-	7	316	35	8,48	7,93
-	10	357	59	41,11	10,61	-	8	58	25	15,16	10,58
-	11	28	54	3,21	10,51	-	9	47	52	29,02	8,31
-	12	45	46	9,72	9,17	-	10	357	59	39,06	8,85
-	13	28	5	39,94	—	160	11	28	54	1,65	8,64
-	14	17	0	25,26	13,00	-	12	45	46	11,24	11,02
-	15	20	19	29,55	10,94	-	13	28	5	34,67	10,06
-	16	333	16	15,68	9,16	-	14	17	0	26,02	13,11
-	17	20	29	23,92	8,86	-	15	20	19	31,27	12,14
157	7	316	35	6,33	10,25	-	16	333	16	15,07	6,59
158	3	47	53	29,15	9,42	-	17	20	29	23,38	7,81
-	4	48	40	58,35	10,98						

$\varphi' = 47^\circ\, 22'\, 36'',18$ oder ein Ueberschuss von $\Delta\varphi' = 6,''18$ über $47^\circ\, 22'\, 30''$, aus welchem sodann in sofort zu erläuternder Weise der in Tab. IV eingetragene definitive Werth $\Delta\varphi = 9'',60$ abgeleitet wurde. Nachdem nämlich entsprechend dem eben befolgten Gange aus sämmtlichen in Tab. IV eingetragenen 1149 Bestimmungen[8]) diese $\Delta\varphi'$ berechnet worden waren, von welchen

[8]) Von den ursprünglich erhaltenen 1158 Bestimmungen wurden nämlich von vorneherein 9 verworfen, da sie entschieden unzuverlässig waren; so wurden z. B. drei Bestimmungen von 1874 IX 16 gestrichen, weil während der betreffenden Beobachtungen eine anscheinend geringfügige Veränderung an den Ablesemikroskopen vorgenommen worden war, deren Betrag aber, laut nachfolgender Bestimmung des Nadirpunktes, doch auf circa 12″ anstieg, — so wurde eine Bestimmung von 1875 IV 29 gestrichen, weil offenbar die

0	zwischen	0,00	und	0,99	und	2	zwischen 19,00	und 19,99
1		1,00		1,99		1	18,00	18,99
4		2,00		2,99		1	17,00	17,99
10		3,00		3,99		17	16,00	16,99
17		4,00		4,99		17	15,00	15,99
38		5,00		5,99		40	14,00	14,99
65		6,00		6,99		58	13,00	13,99
91		7,00		7,99		106	12,00	12,99
158		8,00		8,99		149	11,00	11,99
178		9,00		9,99		196	10,00	10,99

fielen, und die den Mittelwerth

$$\Delta\varphi' = 10'',055 \pm 0'',078$$

ergaben, während der mittlere Fehler einer einzelnen Bestimmung auf 2",643 anstieg, so wurde folgender Weg eingeschlagen um die offenbar noch ziemlich wirksamen systematischen Fehler bestmöglich zu eliminiren: Beträgt die wirkliche Polhöhe $\varphi = 47^\circ 22' 30'' + \Delta\varphi$, so wird sich $\Delta\varphi$ von den einzelnen Werthen von $\Delta\varphi'$ zunächst darum unterscheiden, weil ausser den zufälligen Fehlern in Einstellung, Ablesung und Refractionsbestimmung, oder einem kleinen Fehler in der Biegungsconstante, welche sich vielfacher Bestimmung und Umsetzung der Köpfe wegen wenigstens zum grossen Theile selbst ausgleichen müssen und daher weniger schädlich sind, noch zwei Fehler Δd und Δz auftreten können, von welchen der Erstere von Stern zu Stern, der Zweite von Serie zu Serie variren wird. Unter dem Fehler Δd verstehe ich

---

Sekundenzehner falsch aufgeschrieben worden waren, — etc.; dagegen wurden andere stark abweichende Bestimmungen (sogar solche, welche unmittelbar nach Beobachtung mit einem Fragezeichen versehen worden waren) grundsätzlich beibehalten, weil die Gründe für das Streichen nicht hinlänglich stichhaltig schienen, und der späteren Discussion nicht vorgegriffen werden wollte.

nämlich den einer bestimmten Stelle des Kreises zukommenden, und sich somit bei demselben Sterne immer wieder in gleicher Weise äussernden Theilungsfehler, mit welchem sich dann überdiess noch ein allfälliger Declinationsfehler combiniren wird, — unter Δz aber den durch eine fehlerhafte Bestimmung des Nadirpunktes eingeführten Fehler, der sich also bei allen Bestimmungen derselben Serie gleichmässig kundgeben muss. Ich habe somit

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi' + \Delta z + \Delta d \qquad 1$$

zu setzen. Schreibe ich diese letztere Gleichung für jede einzelne Beobachtung auf, so erhalte ich durch Summation der sämmtlichen Gleichungen, welche je einer Serie entsprechen, für jedes Δz eine Normalgleichung

$$n . \Delta\varphi = \Sigma\Delta\varphi' + n . \Delta z + \Sigma\Delta d \qquad 2$$

ebenso durch Summation aller Gleichungen, welche je demselben Sterne zugehören, für jedes Δd eine Normalgleichung der Form

$$m . \Delta\varphi = \Sigma\Delta\varphi' + \Sigma\Delta z + m . \Delta d \qquad 3$$

und endlich durch Summation aller Gleichungen für $\Delta\varphi$ eine Normalgleichung der Form

$$\Delta\varphi . \Sigma n = \Sigma\Delta\varphi' + \Sigma n.\Delta z + \Sigma m.\Delta d = \Delta\varphi . \Sigma m \qquad 4$$

Um aber auf die Lösung dieser $160 + 62 + 1 = 223$ Normalgleichungen für die 223 Unbekannten Δz, Δd und $\Delta\varphi$ nicht eine zum Effecte der ganzen Ausgleichung gar zu unverhältnissmässig grosse Zeit zu verwenden, schlug ich folgenden Annäherungsweg ein: Ich nahm zuerst, mich nahe an den oben gefundenen Werth von $\Delta\varphi'$ anschliessend, als erste Annäherung den runden Werth $\Delta\varphi = 10''$ an, und berechnete nun aus den 2, bei Vernachlässigung von Δd, die sämmtlichen Δz, — dann aus den 3, unter derselben Annahme $\Delta\varphi = 10''$,

aber unter Benutzung der soeben gefundenen Δz, die sämmtlichen Δd, — endlich unter Benutzung dieser Δz und Δd nach 4 für $\Delta\varphi$ die zweite Annäherung

$$\Delta\varphi'' = 9'',994$$

Unter Anwendung dieser zweiten Annäherung an $\Delta\varphi$ und der Δd wurden sodann nochmals nach 2 bessere Werthe für Δz, — ferner mit ihrer Benutzung nach 3 bessere Werthe für Δd, — und mit ihrer Benutzung nach 4 eine dritte Annäherung

$$\Delta\varphi''' = 9''.983$$

berechnet, — endlich auch nach 1 mit Benutzung derselben Werthe, welche soeben in 4 eingeführt wurden, alle 1149 Einzelwerthe von $\Delta\varphi'''$, deren Mittel offenbar mit dem gefundenen Mittelwerthe übereinstimmen muss. Die Vergleichung dieser Einzelwerthe mit dem Mittel zeigt, dass

4	Bestimmungen	genau mit dem Mittel übereinstimmen				
58	„	von demselben	um	0,01—0″,10	abweichen	
238	„	„	„	„	0,11—0, 50	„
280	„	„	„	„	0,51—1, 00	„

also im Ganzen 580 der 1149, oder also die gute Hälfte der sämmtlichen Bestimmungen um weniger als 1″ von dem Gesammtmittel verschieden ist, somit nach den Grundsätzen der Methode der kleinsten Quadrate der wahrscheinliche Fehler einer Bestimmung nicht grösser als 1″ gesetzt werden darf. Setzen wir aber den wahrscheinlichen Fehler gleich 1″, so kommen die Fehler

$$0'' - 1'' - 2'' - 3'' - 4'' - 5'' - \infty''$$

bei 10000 Beobachtungen nach der Theorie

5000 3227 1343 360 63 7

mal vor, also bei 1149 Beobachtungen

575 371 154 41 7 1

mal, — während die Bestimmungen selbst nach der gemachten Vergleichung die Zahlen

580 339 156 51 13 10

ergeben, von welchen namentlich die Letzte entschieden zu gross, sodass sich der sichere Schluss ergibt, es sei die Mehrzahl der 10 Bestimmungen der letzten Classe nicht nur mit dem unvermeidlichen Beobachtungsfehler behaftet, sondern förmlich irrig und daher zu verwerfen. Und in der That, wenn man die betreffenden Daten

Zeit.	Stern.	$\Delta\varphi'''$	Abweichung vom Mittel.
1875 VII 28	ζ Aquilæ	4",63	+ 5",35*
VII 27	α Ophiuchi	15,34	— 5,36*
V 12	α Ursæ min.	15,66	— 5,68
VII 28	ε Ursæ min.	4,28	+ 5,70*
1877 V 13	α Bootis	15,72	— 5,74*
V 2	τ Virginis	3,70	+ 6,28
V 13	α Canum	3,21	+ 6,77*
1875 VII 28	β Dracon.	17,29	— 7,31*
VII 27	ω Aquilæ	17,70	— 7,72*
VII 27	ζ Aquilæ	1,42	+ 8,56*

näher in's Auge fasst, so gehören von den 10 abnormen Bestimmungen nicht weniger als 6 dem 27. und 28. Juli 1875, das heisst einer Zeit an, wo ich, um meine Serien trotz heftiger rheumatischer Schmerzen nicht zu unterbrechen, genöthigt war die meisten Einstellungen durch einen noch etwas ungeübten Beobachter machen zu lassen und mich selbst auf die betreffenden Ablesungen zu beschränken; ich hätte dieselbe also von vorneherein ausschliessen dürfen, wenn ich mir nicht, um Willkür zu vermeiden, zum Grundsatze gemacht hätte diese Reinigungs-Operation erst später auf Grund einer wissenschaft-

lich zulässigen Discussion vorzunehmen. Die Bestimmungen von 1875 V 12 und 1877 V 2 gehören Tagen an, wo die ziemlich zahlreichen Beobachtungen in Folge unruhiger Bilder überhaupt weit auseinandergehen, — während diejenigen von 1877 V 13 umgekehrt einem Tage zugehören, dessen sämmtliche übrige Bestimmungen unter einander und mit dem Mittelwerthe ganz befriedigend harmoniren, so dass sie auf wirklich fehlerhaften Einstellungen oder Ablesungen zu beruhen scheinen; es wurden also Erstere nicht ausgeschlossen, wohl aber Letztere[9]). Von weitern Ausschliessungen wurde, obschon sich wohl noch einzelne rechtfertigen lassen würden, grundsätzlich Umgang genommen, da sie nicht absolut nothwendig erschienen; dagegen wurden die von der Ausschliessung der 8 Sterne irgendwie berührten Werthe von Δz, Δd und $\Delta\varphi$ revidirt, nach welcher Operation das Mittel aller revidirten $\Delta\varphi'''$ den neuen Werth

$$\varDelta\varphi^{IV} = 9'',974$$

ergab. — Stellt man dagegen die revidirten $\Delta\varphi'''$ serienweise zusammen, zieht aus jeder Serie den Mittelwerth und vergleicht denselben mit den zugehörigen Einzelwerthen, so ergibt sich einerseits die Unsicherheit F für jedes Serienmittel, und anderseits steigt die Quadratsumme der sämmtlichen 1138 Differenzen[10]) auf 2730, 7385, sodass der wahrscheinliche Fehler einer Bestimmung

[9]) Der Curiosität wegen mag angeführt werden, dass das Mittel der 8 ausgeschlossenen, mit * bezeichneten Bestimmungen $\varDelta\varphi = 9'',95$ beträgt, also die 8 schlechtesten Bestimmungen für sich allein noch immer eine ganz gute Polhöhenbestimmung ergeben würden. Ihr Ausschluss hat so auch auf das Gesammtergebniss keinen grossen Einfluss, — wohl aber einen nicht unbeträchtlichen auf den mittlern Fehler, sowie auf die betroffenen $\varDelta z$ und $\varDelta d$.

[10]) Von den 1141 Werthen von $\varDelta\varphi'''$ fallen hier 3 aus Berechnung, da 3 Serien je nur Einen Stern enthalten.

$$w = 0{,}6745 \,.\, \sqrt{\frac{2730{,}7385}{1138}} = 1'',05$$

gesetzt werden darf. Da ferner auf die sämmtlichen 160 Serien 1141 Bestimmungen fallen, so kommen durchschnittlich auf Eine Serie 7,13 Sterne. Fordert man nun für eine Normalserie des Gewichtes 1 nur 7 Sterne, und setzt dafür den mittlern Fehler der zugehörigen Bestimmungen auf 1″ herunter, so hat man offenbar, wenn P das Gewicht einer Serie der Unsicherheit F ist,

$$1 : P = F^2 : \frac{1}{7} \quad \text{oder} \quad F = \sqrt{\frac{1}{7P}}$$

und hieraus ergeben sich die correspondirenden Werthe

$P =$	2	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01
$F =$	0,27	0,38	0,40	0,42	0,45	0,49	0,53	0,60	0,69	0,85	1,19	1,69	3,78

so dass einem Serienmittel die Gewichte 2, 1, $0{,}_9$, . . . beizulegen sind, wenn sein F gleich oder kleiner als $0{,}_{27}$, $0{,}_{38}$, $0{,}_{40}$, . . . ist, — jedoch immerhin mit der Beschränkung, dass bei Serien von nur 3 oder 4 Beobachtungen das Gewicht 1, bei Serien von nur 2 Beobachtungen das Gewicht $0{,}_5$ nicht überschritten, und einer vereinzelten Beobachtung nur das Gewicht $0{,}_1$ beigelegt werde. Mit Benutzung dieser Gewichte ergeben sich aber, wenn man die bei normalem Fernrohr erhaltenen 79 Serien und die bei umgesetztem Fernrohr erhaltenen 81 Serien je für sich berechnet, die beiden Mittelwerthe

$$\varDelta\varphi_1^{\text{v}} = 9'',992 \pm 0{,}012 \quad \text{und} \quad \varDelta\varphi_2^{\text{v}} = 9'',963 \pm 0{,}009$$

und es scheint somit noch ein kleiner systematischer Fehler vorhanden zu sein, — etwa der Art, dass die angewandte Biegungsconstante $2{,}_{20}''$ noch etwas vergrössert werden sollte. Um hierüber Sicherheit zu erhalten, wurden die revidirten $\Delta\varphi'''$ so nach den Sternen geordnet, dass die mit normalem und umgesetztem Fernrohr Erhaltenen

je aus einander gehalten wurden. Es ergaben sich hiebei 26 Sterne, bei welchen mindestens 5 Bestimmungen beider Art vorhanden waren, und für jeden dieser Sterne wurden nun aus ihnen die beiden Mittel $\Delta\varphi'''_1 \pm f_1$ und $\Delta\varphi'''_2 \pm f_2$, so wie ihre Differenz $\delta\varphi = \pm F = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ berechnet, und sodann für ihn die Gleichung

$$\delta\varphi = 2 . \Delta b . \operatorname{Sin} z$$

aufgestellt, wo Δb die Vermehrung der Biegungsconstante und z die Zenithdistanz des betreffenden Sterns bezeichnet. Jede dieser Gleichungen erhielt unter Annahme, dass das Gewicht 1 einer Doppelserie von je 10 Beobachtungen des wahrscheinlichen Fehlers von 1″ entspreche, also die der oben Benutzten analoge Hülfstafel

$P=$	2	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$F=$	0,32	0,45	0,47	0,50	0,53	0,58	0,63	0,71	0,82	1,00	1,41

gelte, ein bestimmtes Gewicht, mit welchem sie multiplicirt wurde, und aus der Summe der so schliesslich erhaltenen 26 Gleichungen ergab sich sodann wirklich die nicht unerhebliche, aber immerhin noch innerhalb der Unsicherheit der ursprünglichen Bestimmung von b liegende Correction

$$\Delta b = + 0'',441$$

Entsprechend dieser Correction wurde nun noch schliesslich jedes der revidirten $\Delta\varphi'''$, je nachdem es mit normalem oder umgesetztem Fernrohr bestimmt worden war, um

$$\delta d - \Delta b . \operatorname{Sin} z \qquad \text{oder} \qquad \delta d + \Delta b . \operatorname{Sin} z$$

vermehrt, wo (wenn m' und m'' die Beobachtungen bei normalem und umgesetztem Fernrohr zählen)

$$\delta d = \frac{m' - m''}{m' + m''} . \Delta b . \operatorname{Sin} z$$

den (namentlich bei merklicher Verschiedenheit von m' und m'') nicht unerheblichen Einfluss der Biegungscorrection

auf Δd bezeichnet, und es sind die so nochmals verbesserten $\Delta \varphi'''$, welche in Tab. IV als $\Delta \varphi$ eingetragen sind; ebenso sind bei den in Tab. I eingetragenen Δd die δd mitberücksichtigt [11]), während die in Tab. II eingetragenen Δz einfach mit den bei der letzten Ausgleichung dafür erhaltenen Werthen übereinstimmen [12]). — Von den in Tab. IV eingetragenen letzten Werthen von $\Delta \varphi$ fallen nun

0	zwischen	0,00	und	0,99	und	0	zwischen	19,00	und	19,99
0		1,00		1,99		0		18,00		18,99
0		2,00		2,99		0		17,00		17,99
1		3,00		3,99		0		16,00		16,99
1		4,00		4,99		1		15,00		15,99
11		5,00		5,99		6		14,00		14,99
23		6,00		6,99		17		13,00		13,99
78		7,00		7,99		78		12,00		12,99
172		8,00		8,99		168		11,00		11,99
250		9,00		9,99		334		10,00		10,99

und es ist ganz interessant in Vergleichung dieser Tafel mit der früher für die $\Delta \varphi'$ gegebenen den Effect der Ausgleichung zu studiren. Im einfachen Mittel aus allen 1141 Werthen ergibt sich

$$\Delta \varphi^{VI} = 9'',989 \pm 0,046$$

während der mittlere Fehler einer Bestimmung noch $\pm 1'',542$, also der wahrscheinliche Fehler, nahe entsprechend der frühern Annahme, $\pm 1'',040$ beträgt. — Für die definitive Berechnung von $\Delta \varphi$ wurden nun einerseits die letzten

[11]) Für die Verwendung von Δb zu Gunsten von Tab. I vergl. Note 2.

[12]) Streng genommen hätte auch noch Δz um

$$\delta z = \mp \frac{\Sigma \delta d \mp \Delta b \,.\, \text{Sin}\, z}{n}$$

verbessert werden sollen; da jedoch diese Verbesserung nach einer Reihe von Proben keinen erheblichen Einfluss auf das Schlussresultat gehabt hätte, so wurde davon Umgang genommen.

Einzelwerthe serienweise zusammengestellt, wobei sich die in Tab. II eingetragenen Mittelwerthe $\Delta\varphi$ und ihre Unsicherheiten F ergaben, — und nun mit Hülfe der schon oben für die Serien aufgestellten Gewichtstafel das Mittel

$$\Delta\varphi^{\mathrm{VII}} = 9'',999 \pm 0,010$$

berechnet. Anderseits wurden jene letzten Einzelwerthe nach den Sternen zusammengestellt, wobei sich die in Tab. I zusammengestellten Mittelwerthe $\Delta\varphi$ und ihre Unsicherheiten F ergaben, — und nun ebenfalls, unter Annahme, dass bei Beobachtungen des mittleren Fehlers von 1″ einer Reihe von 20 Beobachtungen eines Sternes das Gewicht 1 zukomme, also die Gewichtstafel

$P =$	2	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01
$F =$	0,16	0,22	0,24	0,25	0,27	0,29	0,32	0,35	0,41	0,50	0,71	1,00	2,23

zu Recht bestehe, das Mittel

$$\Delta\varphi^{\mathrm{VIII}} = 9'',988 \pm 0,005$$

berechnet. Im Mittel dieser beiden letzten Werthe endlich ergibt sich der Schlusswerth

$$\Delta\varphi = 9'',991 \pm 0,004$$

mit welchem der rohe Werth $\Delta\varphi'$ noch innerhalb seiner Unsicherheit übereinstimmt. Es darf also wohl bis auf Weiteres für die Polhöhe der Zürcher-Sternwarte mit allem Zutrauen der Werth

$$\boldsymbol{\varphi = 47^\circ\, 22'\, 39'',991 \pm 0'',004}$$

angenommen werden, — immerhin aber in der Meinung, dass erst nach Beendigung der Berechnung einer nach meinem Auftrage durch meinen gegenwärtigen Assistenten, Herrn Alfred Wolfer, am Ertel'schen Meridianinstrumente ganz entsprechend durchgeführten Operation eine abschliessliche Discussion stattzufinden habe, mit der dann muth-

masslich zugleich einige Nebenergebnisse der beiden Operationen zur Veröffentlichung kommen dürften.

Die dieser Polhöhenbestimmung im Jahre 1872 vorausgegangene, durch Oppolzer, Plantamour und mich ausgeführte Längenbestimmung Pfänder - Zürich - Gäbris ist bereits durch Plantamour in einer eigenen Schrift »Détermination télégraphique de la différence de longitude entre l'observatoire de Zurich et les stations astronomiques du Pfænder et du Gæbris par E. Plantamour et R. Wolf. Genève 1877 in-4« behandelt, und, soweit dadurch die Stationen Zürich und Gäbris betroffen werden, mit allem Detail publicirt worden, — auch steht in Aussicht, dass Oppolzer dieselben in den österreichischen Publicationen ebenfalls behandeln und den Detail für Pfänder, welcher auf seinen Wunsch hin in der schweizerischen Publication unterdrückt wurde, nachtrage. Es mag daher hier genügen einerseits der Hülfe zu gedenken, welcher ich bei dieser Operation auf der Zürcher-Sternwarte bedurfte, und bei meinem damaligen Assistenten, Herrn Professor Dr. Weilenmann, in ausgiebiger Weise fand, und anderseits die Hauptresultate in Kurzem mitzutheilen: Zunächst besorgte Weilenmann während der ganzen Operation den für sie dienenden Hipp'schen Chronographen, und zwar inclusive der Ablesung sämmtlicher von 1872 VII 10—IX 2 gegebenen 25698 Zeichen, von welchen 9937 auf die Sterndurchgänge, 9650 auf den Signalwechsel, 5211 auf Uhrvergleichungen, und endlich 900 auf Bestimmung der Federnparallaxe fielen. Ausserdem übernahm Herr Weilenmann häufig, um mich etwas zu entlasten, die Ablesungen an Libelle, Quecksilberhorizont und Mire, sowie die Beobachtung der Polarsterne; die Beobachtung der Zeitsterne, die zur Reduction der Chronographenzeit auf die Normal-

uhr nöthigen Zeitzeichen, und den Zeichenwechsel mit den auswärtigen Stationen besorgte ich dagegen in der Regel selbst, mit Ausnahme von VII 19 und 20, wo ich krank war, und Herr Weilenmann nun ganz für mich eintrat. An letztern Tagen, wo Herr Weilenmann allein beobachtete, blieben seine Angaben natürlich unverändert; dagegen waren seine vereinzelten Beobachtungen, bei welchen Ocular und Spiegel nach meinem Auge gestellt blieben, durch Anbringung der entsprechenden Personaldifferenz mit meinen Beobachtungen homogen zu machen. Zu diesem Zwecke wurden von uns im Verlaufe der Operation 42 theils equatoreale, theils polare Sterne in der dafür gebräuchlichen Weise abwechselnd an den ersten und letzten Fadenbüscheln beobachtet, woraus sich schliesslich ergab, dass bei Normalstellung des Spiegels und obern Culminationen zu den Beobachtungen von Weilenmann

$$0^s,000774 - 0^s,077189 . \mathrm{Sec}\, d$$

zugefügt, — bei entgegengesetzter Beleuchtung oder unterer Culmination dagegen abgezogen werden müssen. — Was endlich die erhaltenen Hauptresultate betrifft, so resümirten sich dieselben auf die Längendifferenzen

Pfänder-Zürich gleich	$4^m 53^s,691$	$\pm\ 0^s,007$
Gäbris-Zürich	3 40,070	5
Pfänder-Gäbris	1 13,621	9

von denen erstere vorläufig von besonderm Werthe ist, da seither auch die Pariser-Länge vom Pfänder über Wien bestimmt worden ist. Nach einer vorläufigen Mittheilung von Herrn Oppolzer ist nach der provisorischen Rechnung die Längendifferenz

Pfänder-Wien $= - 26^m\ 14^s,78$

dagegen definitiv

Wien-Paris $=\ 56\quad 0,22$

und wenn man somit nach obiger Bestimmung

Zürich-Pfänder $= - 4^m 53^s,69$

setzt, so folgt durch Addition

Zürich-Paris $= 24 \quad 51,75$

während ich früher in Nr. XXIX nach Vollendung der telegraphischen Längenbestimmung Zürich - Neuenburg, unter Benutzung aller mir zugänglichen ältern Angaben über die Pariser-Länge von Neuenburg, dafür $24^m\ 51^s,_{589} \pm 0^s,_{177}$ gefunden hatte, so dass also eine ganz erfreuliche Uebereinstimmung besteht, welche verhoffentlich durch die soeben begonnene directe telegraphische Verbindung zwischen Neuenburg und Paris nicht in Frage gestellt werden wird.

Anhangsweise theile ich mit, dass ich, durch eine Vorlesung »Ueber die Theorie der Doppelsterne« veranlasst, mir eine neue Methode der Bahnbestimmung zurecht legte, bei welcher zuerst die Beobachtungsdaten unter sich ausgeglichen, und dann die Elemente theils auf graphischem Wege, theils durch Rechnung ausgemittelt wurden. Da ich hoffen darf, diese Methode, welche mir für diejenigen Doppelsterne, für welche viele und einen grossen Theil der Bahn beschlagende Messungen vorliegen, vortheilhaft zu sein scheint, bei etwas grösserer Musse noch besser auszubilden, so verzichte ich für jetzt auf genauere Mittheilungen über dieselbe, und füge nur die nach ihr erhaltenen Elemente von ξ Ursæ majoris*) bei: Ich erhielt

$a = 2'',625$	$\Omega = 102°,8$
$e = 0\ ,381$	$P = 128\ ,6$
$\mu = 5°,928$	$i = 56\ ,3$
$T = 1815,20$	$U = 60^a,72$

*) Nicht ζ Urs. maj., wie in der Ueberschrift steht.

Als ich dann nachträglich in Nr. 2133 der Astr. Nachr. fand, dass Schiaparelli im Mittel aus 7 Beobachtungen für 1875,31

$$p = 317^\circ,5 \qquad r = 1'',312$$

erhalten hatte, so berechnete ich für diese Zeit nach meinen Elementen den scheinbaren Ort, und fand

$$p = 311^\circ,8 \qquad r = 1'',364$$

d. h. eine mich ganz befriedigende Uebereinstimmung.

Zum Schlusse gebe ich noch eine kleine Fortsetzung des in Nr. 29 begonnenen, dann wiederholt und zuletzt noch in Nr. 41 fortgeführten Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher-Sternwarte:

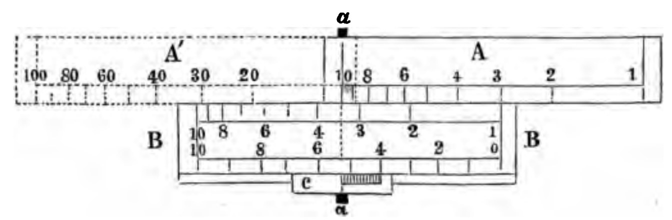
190) Hundertjähriger Kalender. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Ein Blatt von $53^1/_2{}^{cm}$ Höhe und $37^1/_2{}^{cm}$ Breite, das die Aufschrift führt „Gregorianisch- u. Verbesserter Hundert Jähriger Taffel-Calender über das achtzehende Sæculum, worinn nach der Sonnen und des Monds Lauff alle beweglichen und unbeweglichen Zeithen und Fest Tag vom Jahr 1700 bis 1799 zu ersehen sind und Vermög des Sonntäglichen Buchstabens als ein Jahr und täglicher Calender mit jedermanns Nuzen kan gebraucht werden.“ Zu beiden Seiten sind die Jahrestage und die ihnen zugetheilten Namen angesetzt, — in der Mitte dagegen für die Jahre 1700—1799 Sonntagsbuchstaben, Epakte, goldene Zahl, Römer Zinszahl und die sämmtlichen beweglichen Feste. Letztere sind für die Jahre 1724, 1744, 1778 und 1798 doppelt, nämlich sowohl für den auf den prutenischen Tafeln beruhenden Gregorianischen, als für den auf den Rudolphinischen Tafeln beruhenden verbesserten oder Reichs-Kalender, der für die erwähnten Jahre Ostern 8 Tage früher legt, gegeben. Unten finden sich, ausser einem Hülfstäfelchen für die Neumonde, die Signaturen „Johann

Julius Biendzel elaborav., — Zu finden bey Andreas Geyer Kupferstecher in Regenspurg“ angebracht.

191) Horner'scher Rechenstab. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Der vorliegende Rechenstab ist eine durch Herrn Kern in Aarau nach meinem Auftrage verfertigte Copie eines eigenthümlichen Rechenstabes, der mir seiner Zeit aus dem Horner'schen Nachlasse zugefallen war. Horner, der immer sehr grossen Werth auf die Rechenstäbe legte, sich vielfach mit ihrer Construction befasste und noch 1823 der Naturf. Ges. in Zürich einen betreffenden, leider in seinen nachgelassenen Schriften nicht mehr aufzufindenden Vortrag hielt*) schrieb schon am 24. October 1817 an seinen Freund Repsold unter Anderm**): „Ich habe mir diesen Sommer eine Theilmaschine für gerade Linien machen lassen, auf welcher ich Logarithmische Rechenstäbe (Sliding rules) eintheilen wollte; ich habe aber dabei gelernt, dass es nicht leicht eine Schraube gibt, welche durch ihre ganze Länge genau gleiche Steigung hält. Ich finde übrigens diese Rechenstäbe sehr bequem, und habe denselben auch eine Einrichtung geben können, wodurch sie ohne die geringste Verkleinerung der Eintheilung um die Hälfte kürzer werden.“ Ein solcher, also spätestens 1817 von Horner invenirter abgekürzter Rechenstab ist nun eben der hier zu Beschreibende: Während auf dem gewöhnlichen Rechenstabe die Logarithmen der Zahlen 1 bis 100 auf dem Stabe selbst und auf



dem Schieber fortlaufend aufgetragen sind, zeigen bei Horner sowohl der Stab A als der längs demselben, in dem mit Ersterm

*) Vergl. Nr. 173 meiner Notizen zur Culturgeschichte der Schweiz.

**) Vergl. Nr. 179 der ebenerwähnten Notizen.

durch eine Axe *a a* fest verbundenen Blättchen *C* gleitende Schieber *B* auf der Vorderseite nur die Logarithmen von 1 bis 10, dagegen Ersterer auf der Rückseite auch noch die Logarithmen von 10 bis 1, welche beim Drehen desselben um *a a* nach *A'* genau wie beim unverkürzten Stabe die Logarithmen von 10 bis 100 repräsentiren. Auf dem Blättchen *C* entspricht *a a* dem Index eines Vernier, während *B* eine ihm zugewandte Längentheilung besitzt: Je nachdem man das 10 der logar. Theilung von *A* auf eine Zahl *m* der logar. Theilung von *B*, oder das 1 der logar. Theilung von *B* auf diese Zahl *m* der logar. Theilung von *A* einstellt, kann man mit Index und Vernier an der Längentheilung von *B* den Logarithmus von *m* und seine decadische Ergänzung ablesen, somit auch umgekehrt zu einem am Index eingestellten Logarithmus die zugehörige Zahl und deren Reciproke finden. Es geht daraus hervor, dass dieser abgekürzte Rechenstab, sogar abgesehen von dem noch vorräthigen und muthmasslich von Horner noch zu manch Anderm bestimmten Platze, trotz seines geringern Volumens alle wünschbaren Hülfsmittel für Ueberschlagsrechnungen der verschiedensten Art bietet, und wohl nur wegen seiner etwas schwierigeren Construction von Horner zurückgelegt worden ist, statt ihn allgemein bekannt zu machen und auf den Markt zu bringen.

192) Abbildungen der Repsold'schen Equatoreale der Sternwarten in Altona und Gotha. — Geschenkt von den Herren Repsold in Hamburg.

Es sind die den Nummern 1386 und 1406 der „Astronomischen Nachrichten“ beigegebenen Tafeln, auf welche für die Beschreibung, deren erste von Herrn Prof. Peters, die zweite von Herrn J. A. Repsold gegeben wurde, verwiesen werden kann.

193) Zeichnungen von Sonnenflecken. — Mss.

Es sind sechs von Weilenmann im Sommer 1866 am Equatoreal der Zürcher-Sternwarte aufgenommene Tafeln, die zu betreffenden Notizen und Abbildungen in Nr. XXIII meiner Mittheilungen als Grundlage dienten.

Absolute electromagnetische und calorimetrische Messungen:

Der absolute Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit in electromagnetischem Maasse;

die Beziehung zwischen der Stromarbeit und der Wärmeentwicklung in der stationären galvanischen Strömung;

die absoluten Werthe einiger constanten hydroelectromotorischen Kräfte in electromagnetischem Maasse.

[Gedrängte Zusammenstellung der Resultate einer Reihe von Untersuchungen.]

Von **H. F. Weber.**

Seitdem die Siemens'sche Widerstandseinheit in dem Gebiete der galvanischen Messungen Eingang gefunden hat, ist von vier verschiedenen Seiten der Versuch gemacht worden, den absoluten Werth dieser empirischen Einheit festzustellen, d. h. diejenige electromotorische Kraft in absolutem Maasse zu bestimmen, welche in einem Leiter, dessen Widerstand gleich dem der Siemens'schen Einheit ist, einen Strom von der absoluten Stärke 1 hervorzurufen vermag. Das zu Grunde gelegte Maasssystem war das electromagnetische.

Herr Wilh. Weber hat 1862 nach einem von ihm ausgebildeten Verfahren (Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften, Band X) als absoluten Werth der Siemens'schen Quecksilbereinheit gefunden:

$$1.\ S.\ Q.\ E. = 1.0257 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Nach demselben Verfahren und mit Hülfe derselben Instrumente hat Herr F. Kohlrausch (Pogg. Ann. Erg.-Band VI, S. 1) 8 Jahre später die Bestimmung wiederholt und aus 4 verschiedenen Messungen als mittleren Werth erhalten:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9717 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Das von der Brit. Assoc. f. the adv. of Sc. bestellte Comité zur Feststellung einer passenden Widerstandseinheit, bestehend aus den Herren Clerk Maxwell, Balfour Stewart und Jenkin, hat im Verlauf der Jahre 1863 und 1864 einen Widerstand hergestellt, die Brit. Assoc. Unity (von den englischen Physikern auch «Ohm» genannt), welche nach electromagnetischem Maasse den absoluten Werth $10^{10}\left(\frac{mm}{sec.}\right)$ genau darstellen soll. Nach den besten Vergleichungen verhält sich diese englische Einheit zu der Siemens'schen wie 1 : 0.9536; nach den Messungen der englischen Physiker wäre demnach der absolute Werth der Siemens'schen Einheit gleich $0.9536 \times 10^{10}\left(\frac{mm}{sec.}\right)$.

In neuerer Zeit hat endlich Herr Lorenz in Kopenhagen nach einer ihm eigenthümlichen, recht einfachen Methode, in der inducirte Ströme von constanter Stromstärke zur Anwendung kamen (Pogg. Ann. 149, S. 251, 1873) die Grösse der Siemens'schen Widerstandseinheit in absolutem electromagnetischem Maasse gemessen und als Endresultat seiner Messungen erhalten:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9333 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

So viele verschiedene Beobachter die absolute Grösse der Siemens'schen Widerstandseinheit bestimmt haben, so

viele verschiedene, ja sogar sehr verschiedene Resultate sind gefunden worden. Bei der heut zu Tage erreichten Feinheit galvanometrischer Beobachtungsmethoden, bei der Vollständigkeit, mit der wir die Grundgesetze der strömenden Electricität zu kennen glauben, hat gewiss Niemand von vorn herein erwartet, dass in den Endergebnissen der in diesen Arbeiten so geübten Physiker eine so grosse Abweichung auftreten könnte. Diese vier verschiedenen Ergebnisse bilden zusammengestellt ein neues Problem, ein Problem, das für die Galvanometrie von fundamentaler Wichtigkeit ist. Die beiden von vorn herein gleich möglichen Lösungen des Problems sind:

a. Die vier Beobachter, resp. Beobachtergruppen, haben die schwierigen, zu einer absoluten Widerstandsbestimmung nöthigen Beobachtungen fehlerlos ausgeführt und es resultiren verschiedene Endergebnisse, weil die den verschiedenen angewandten Beobachtungsmethoden zu Grunde gelegten Naturgesetze nicht genau richtig sind; oder

b. die angewendeten Naturgesetze sind streng richtig und es haben sich mindestens drei der obigen Beobachter geirrt.

In den folgenden Untersuchungen ergibt sich, dass die letztere Lösung die wirkliche ist. Drei wesentlich verschiedene Methoden, die drei ganz verschiedene Naturgesetze in Anwendung brachten, in denen sowohl schnell und langsam variirende inducirte Ströme, als auch stationäre Strömungen zur Verwendung kamen, haben ein vollständig übereinstimmendes Endresultat für den absoluten Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit ergeben: $1\ S.\ Q.\ E = 0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$; ausserdem stimmt dieses Resultat bis auf eine äusserst geringe Differenz mit dem

Werthe überein, den die englischen Physiker erhalten haben. Da ich auch bei mannigfacher Variation meiner drei Versuchsmethoden keine wesentliche Aenderung in meinem Endresultat zu erzielen vermochte, so bin ich genöthigt, in den abweichenden Resultaten der Herren Wilh. Weber, F. Kohlrausch u. L. Lorenz — die übrigens nur nach je einer Methode die Untersuchung geführt haben — Werthe zu sehen, die mit Beobachterfehlern behaftet sind.

I.

Bestimmung des absoluten Werthes der Siemens'schen Widerstandseinheit unter Zugrundelegung der Gesetze der Magneto-Induction.

Als erste Versuchsmethode zur Bestimmung des absoluten Werthes der Siemens'schen Widerstandseinheit habe ich ein Verfahren gewählt, das bereits von Herrn Wilhelm Weber bei der Einführung der absoluten Widerstandsmessungen angewandt worden war (Electrodynamische Maassbestimmungen, S. 232). Ich habe dasselbe so angelegt, dass es unter zwei verschiedenen Umständen ausgeführt werden konnte.

Zwei genau gleiche, äusserst regelmässig gewundene cylindrische Spiralen wurden zu einem Multiplicator so zusammengestellt, dass ihre Axen in eine und dieselbe horizontale Gerade fielen, die senkrecht zum magnetischen Meridian lag. Der innere Radius der Spiralen war 144.43^{mm}; der äussere Radius betrug 184.46^{mm}; die Tiefe des mit Windungen erfüllten Raumes betrug somit 40.03^{mm}; dessen Breite 53.64^{mm}; jede Spirale zählte 691 Windungen. Ein möglichst starker parallelepipedischer Magnet (dessen Länge, Breite und Höhe 80.0^{mm}, 20.1^{mm} und 21.1^{mm} be-

trugen) befand sich mit seinem Mittelpunkte genau in der Axe der beiden Spiralen und möglichst genau in der Mitte zwischen den Mittelebenen der letztern; er wurde von einem circa 3^m langen, dünnen Messingdrath getragen. Die angegebenen Dimensionen des Multiplicators und des Magnets sind von solcher Grösse, dass bei der Berechnung der Wechselwirkung zwischen Multiplicator und Magnet an die Stelle des letztern ein System zweier magnetischer Pole von gleichem magnetischem Moment gesetzt werden darf.

Wird ein innerhalb eines Multiplicators befindlicher Magnet aus seiner Gleichgewichtslage um einen kleinen Winkel herausgedreht und den auf ihn einwirkenden Kräften überlassen, so beschreibt er isochrone Schwingungen, deren Amplituden in geometrischer Progression abnehmen. Bei «offenem» Multiplicator ist

die Schwingungsdauer $T_1 = \dfrac{\pi}{\sqrt{\dfrac{MH}{K} + \dfrac{B}{K} - \left(\dfrac{A}{2K}\right)^2}}$

und das logarithmische Decrement der Amplituden $\lambda_1 = \dfrac{A}{2K} \cdot T_1$ (1)

Nach dem Gesetze der Magneto-Induction ist bei «geschlossenem» Multiplicator:

die Schwingungsdauer $T_2 = \dfrac{\pi}{\sqrt{\dfrac{MH}{K} + \dfrac{B}{K} - \left(\dfrac{M^2G^2}{2K.w} + \dfrac{A}{2K}\right)^2}}$

und das logarithmische Decrement der Ampl. $\lambda_2 = \left(\dfrac{M^2G^2}{2K.w} + \dfrac{A}{2K}\right) \cdot T_2$ (2)

In diesen Gleichungen bedeutet:

K das Trägheitsmoment } des Magnets,
M das magnetische Moment }

H die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft,

B das Torsionsmoment des Aufhängedrahts,

A das Drehungsmoment, mit welchem der Draht und das umgebende Medium auf den mit der Winkelgeschwindigkeit 1 bewegten Magnet einwirken,

G die electromagnetische Kraft, mit welcher der Multiplicator, vom Strome 1 durchflossen, auf die in einem Polpuncte des Magnets concentrirte magnetische Masseneinheit einwirkt,

w den absoluten Werth des Multiplicatorwiderstandes (in electromagnetischem Maasse gemessen).

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgen die weiteren Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{T_2} - \frac{\lambda_1}{T_1} &= \frac{M^2.G^2}{2\,K.w} \\ \text{und } \frac{\pi^2+\lambda_1{}^2}{T_1{}^2} &= \frac{\pi^2+\lambda_2{}^2}{T_2{}^2} \end{aligned}\right\}$$

und hieraus lässt sich für den absoluten Widerstand w der Ausdruck gewinnen:

$$w = \frac{G^2.M^2\cdot T_1}{2\,K\left[\lambda_2\sqrt{\dfrac{\pi^2+\lambda_1{}^2}{\pi^2+\lambda_2{}^2}}-\lambda_1\right]}$$

Derselbe darf, nach Gleichung (1), ersetzt werden durch:

$$w = G^2\left(\frac{M}{H}\right)\frac{1}{2\,T_1.(1+\theta)}\cdot\frac{\pi^2+\lambda_1{}^2}{\lambda_2\cdot\sqrt{\dfrac{\pi^2+\lambda_1{}^2}{\pi^2+\lambda_2{}^2}}-\lambda_1} \qquad (3)$$

wo θ die Grösse $\frac{B}{M.H}$ bezeichnet. Ist der Multiplicatorwiderstand gleich n Siemens'schen Quecksilbereinheiten gefunden worden, so ist der absolute Werth einer Siemens'schen Quecksilbereinheit ($1\,S.Q.E$) in electromagnetischem Maasse:

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{G^2}{n} \cdot \frac{M}{H} \cdot \frac{1}{2\,T_1\,(1+\theta)} \cdot \frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\lambda_2 \sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_1^2}{\pi^2+\lambda_2^2}} - \lambda_1} \qquad (4)$$

Streng genommen hätte bei der Entwicklung des absoluten Werths für w auch darauf Rücksicht genommen werden müssen, dass der durch die Bewegung des Magnets primär inducirte Strom mit der Zeit veränderlich ist und in Folge dessen inducirend auf seine eigne Strombahn wirkt. Die Ausführung der Rechnung zeigt, dass der Einfluss dieser Induction des inducirten Stroms gegenüber den andern bedingenden Momenten so klein ist, das der oben für w gegebene Ausdruck in Folge davon nur um (in runder Zahl) $\frac{1}{20000}$ vergrössert wird. Da in den unten angeführten Messungen keine der zu bestimmenden Grössen mit einer solchen Genauigkeit gemessen werden konnte, dass noch $\frac{1}{20000}$ ihres Werthes hätte sicher erfasst werden können, so durfte der Einfluss der Induction von Seiten des primär inducirten veränderlichen Stroms ganz ignorirt werden.

Zur Bestimmung des absoluten Werthes der $S.\ Q.\ E$ mittelst dieses Verfahrens sind also sieben verschiedene Grössen zu messen.

Die fünf Grössen: λ_1, λ_2, T_1, $(1+\theta)$ und $\left(\frac{M}{H}\right)$ wurden nach den von Gauss eingeführten Verfahren bestimmt.

Der Werth G wurde mittelst des Fundamentalgesetzes der electromagnetischen Fernwirkung aus den Dimensionen und der Form des Multiplicators berechnet:

$$\frac{2\pi.n.R^2}{\varrho^3}\left\{\begin{aligned}&1+\frac{h^2}{R^2}\left\{\frac{1}{3}-\frac{5}{2}\frac{R^2}{\varrho^2}\left(1-\frac{R^2}{\varrho^2}\right)\right\}-\frac{b^2}{\varrho^2}\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\\&-\frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\left[\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}-\frac{h^2}{\varrho^2}\left\{\frac{5}{3}-\frac{14}{3}\frac{R^2}{\varrho^2}+\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}\left(\frac{21}{6}+\frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right\}\right.\\&\left.+\frac{b^2}{\varrho^2}\left\{\frac{4}{3}-\frac{56}{3}\frac{D^2}{\varrho^2}-\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}\left(\frac{7}{6}-\frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right\}\right]+\ldots\ldots\end{aligned}\right\}$$

Hier bedeutet: n die Anzahl der Windungen des Multiplicators, R den mittleren Halbmesser der Multiplicatorwindungen, $2D$ den Abstand der Mittelebenen der beiden Spiralen, $2h$ die Höhe und $2b$ die Breite des Querschnitts des mit Windungen erfüllten Raumes, ϱ die Grösse $\sqrt{R^2+D^2}$ und $2l$ die Entfernung der Pole des schwingenden Magnets. Bei der Ableitung dieses Ausdrucks wurde vorausgesetzt, dass an die Stelle der spiralförmigen Windungen kreisförmige Windungen gesetzt werden dürfen, die den Multiplicatorraum continuirlich erfüllen; ferner wurde der Ausschlagswinkel u des Magnets als so klein angenommen, dass $\cos u = 1$ und $5 . \sin^2 u$ als verschwindend klein gegenüber 1 gesetzt werden darf. Bei den ausgeführten Beobachtungen überschritt u niemals den Werth 2°. Die cylindrischen Spiralen waren so gebaut und aufgestellt, dass die Längen R, D, h und b zu jeder Zeit direct mit dem Kathetometer bis auf 0.1^{mm} genau gemessen werden konnten.

Die Anzahl n der Siemens'schen Widerstandseinheiten, die der Widerstand des Multiplicators zur Zeit jeder Beobachtung repräsentirte, wurde mit Hülfe eines Brückenverfahrens bestimmt, das alle etwaigen Fehler von Seiten auftretender Extraströme, stattfindender Temperaturänderungen, ungleichartiger Stellen des Messdrahtes, vorhandener Uebergangswiderstände u. s. w. sorgfältigst ausschloss.

Achtzehn Versuchsreihen wurden nach diesem Verfahren an 18 verschiedenen Tagen ausgeführt. Die Reihenfolge der Operationen war immer die folgende: Bestimmung der Zahl n, Ermittlung von $\left(\frac{M}{H}\right)$ und l; hierauf Bestimmung der Werthe T_1, λ_1, λ_2 aus 12 auf einander folgenden Beobachtungsreihen mit abwechselnd «offenem» und «geschlossenem» Multiplicator; zum Schluss noch-

malige Ausmessung von $\left(\frac{M}{H}\right)$, l, und n. Die Temperatur des Beobachtungsraumes variirte während jeder einzelnen Versuchsreihe nie mehr als höchstens um 0.°6 und wurde selbstverständlich genau verfolgt.

Um einen Aufschluss über die Zuverlässigkeit der nach dieser Methode gewonnenen Resultate zu gewinnen, wurden zwei Gruppen von Versuchen angestellt.

In der ersten Gruppe von Versuchen wurden die beiden Spiralen so nahe zusammengeschoben, als es der Aufhängedraht des Magnets erlaubte (bis auf den Abstand $D = 39.2^{mm}$); dabei fiel die Differenz $\lambda_2 - \lambda_1$ im Mittel zu **0.0296** aus; zugleich hatte hier das Glied

$$-\frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\left[\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}-\frac{h^2}{\varrho^2}\left\{\frac{5}{3}-\frac{14}{3}\frac{R^2}{\varrho^2}+\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}\left(\frac{21}{6}+\frac{21}{2}\frac{R^2}{\varrho^2}\right)\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{b^2}{\varrho^2}\left\{\frac{4}{3}-\frac{56}{3}\frac{D^2}{\varrho^2}-\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}\left(\frac{7}{6}-\frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right\}\right]$$

in dem oben für G gegebenen allgemeinen Ausdrucke einen Werth (circa 2%), der neben dem Anfangsgliede 1 noch erheblich ins Gewicht fiel.

Es wurde gefunden:

4. April 1876	1 $S.\,Q.\,E.$	$= 0.9551 \times 10^{10}$	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
5. „ „		$= 0.9532 \times 10^{10}$	„
6. „ „		$= 0.9570 \times 10^{10}$	„
7. „ „		$= 0.9565 \times 10^{10}$	„
8. „ „		$= 0.9548 \times 10^{10}$	„
10. „ „		$= 0.9555 \times 10^{10}$	„

Der Mittelwerth dieser sechs Versuchsreihen ist:

$$1\ S.\,Q.\,E. = 0.95535 \times 10^{10}.$$

In der zweiten Gruppe von Versuchen wurden die Spiralen so weit auseinandergeschoben, dass der Abstand ihrer Mittelebenen möglichst genau gleich dem

mittleren Radius ihrer Windungen wurde. Für diese Stellung der Spiralen (2 D nahezu gleich 164.4^{mm}) betrug die Differenz der logarithmischen Decremente nur circa **0.0172**; zugleich wurde der Ausdruck von G von der Poldistanz des Magnets nahezu unabhängig: es ist für den Fall, dass $D = \frac{R}{2}$

$$G = \frac{16\pi . n}{5\sqrt{5} . R}\left[1 - \frac{1}{15}\frac{h^2}{R^2} + \frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\left(\frac{36}{15}\frac{b^2}{\varrho^2} - \frac{31}{15}\frac{h^2}{\varrho^2}\right)\right]$$

und der Werth des letzten Gliedes innerhalb der eckigen Klammer beträgt nur — 0.00028.

Die bei dieser Versuchsanordnung gefundenen Resultate sind:

12.	April	1876	1 *S. Q. E.*	$= 0.9531 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
13.	„	„		$= 0.9543 \times 10^{10}$ „
14.	„	„		$= 0.9542 \times 10^{10}$ „
15.	„	„		$= 0.9534 \times 10^{10}$ „
16.	„	„		$= 0.9555 \times 10^{10}$ „
17.	„	„		$= 0.9528 \times 10^{10}$ „

Der Mittelwerth beträgt:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.95388 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Während des Sommers 1876 wurde der Multiplicator aus einander genommen. Im Herbst 1876 habe ich noch einmal alle Dimensionen der beiden Spiralen kathetometrisch ausgemessen und die Spiralen abermals zu einem Multiplicator der zuletzt beschriebenen Art zusammengestellt. Der Magnet hatte in Folge anhaltenden, anderweitigen Gebrauchs sein Moment so beträchtlich vermindert, dass die Differenz der logarithmischen Decremente $\lambda_2 - \lambda_1$ nur noch circa **0.0161** betrug.

Die in dieser dritten Reihe gefundenen Resultate sind:

15. Septbr. 1876	1 *S. Q. E.*	$= 0.9551 \times 10^{10}$	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
16. „ „		$= 0.9550 \times 10^{10}$	„
17. „ „		$= 0.9548 \times 10^{10}$	„
18. „ „		$= 0.9527 \times 10^{10}$	„
19. „ „		$= 0.9538 \times 10^{10}$	„
20. „ „		$= 0.9544 \times 10^{10}$	„

Hiernach ist im Mittel:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.95430 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Das Gesammtresultat aller angestellten Messungen ist:

Der absolute Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit in electromagnetischem Maasse, abgeleitet aus den electromotorischen Kräften und den galvanischen Strömungen, die durch langsame, schwingende Bewegungen eines Magneten in einem benachbarten, linearen Leiter inducirt werden, ist im Mitttel aus 18 Versuchsreihen 0.95451 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$.

II.

Ermittlung des absoluten Werths der S. Q. E. mit Hülfe der Gesetze der Volta-Induction.

Trotz der vollständig befriedigenden Uebereinstimmung der einzelnen Resultate der in (I) beschriebenen Versuche habe ich noch nach einer zweiten, wesentlich verschiedenen Methode den absoluten Werth der Siemens'schen empirischen Widerstandseinheit abgeleitet. Während in der ersten Versuchsmethode die Gesetze der durch langsame Bewegung eines Magnets hervorgerufenen Magneto-Induction zur Anwendung kamen, wurden in der zweiten Methode die Gesetze der durch rasch variirende galvanische Ströme erzeugten Volta-Induction benutzt.

Die beiden grossen, cylindrischen Spiralen, die in den

vorigen Versuchsreihen als Multiplicator gedient hatten, wurden bei diesen neuen Versuchen so aufgestellt, dass ihre Axen in eine und dieselbe Gerade fielen und ihre Mittelebenen einen gewissen Abstand D hatten. Die eine Spirale, die inducirende, war nebst einem einfachen kreisförmigen Ringe von 165.70^{mm} Radius in den Schliessungskreis einer Daniell'schen Säule eingeschaltet, die so construirt war, dass sie Stunden hindurch einen fast absolut constanten Strom lieferte. Die andere Spirale, die inducirte, bildete mit einer dritten grossen cylindrischen Spirale von 370 Windungen einen geschlossenen Kreis. Die letztere Spirale setzte sich aus zwei genau gleichen Hälften zusammen, die durch einen schmalen Zwischenraum getrennt waren. Der Radius der innersten Windung dieser Spirale war 154.20^{mm}, der der äussersten 172.22^{mm}, der mit den Windungen erfüllte Raum jeder Hälfte hatte einen rechteckigen Querschnitt von der Breite 33.50^{mm}; die Mittelebenen der beiden Hälften hatten den Abstand 20.75^{mm}. Genau in der Mitte des beide Spiralenhälften trennenden Zwischenraumes lag der oben erwähnte Kreisring vom Radius 165.70^{mm}; seine Ebene lag parallel den Windungen der Spirale, sein Mittelpunkt befand sich auf der Axe der Spirale. Genau in der Mitte der Spirale hing an einem einfachen Coconfaden ein kleiner Magnet von 40.0^{mm} Länge.

Die Versuchsmethode war die folgende: Bei offenem inducirten Kreise wurde im inducirenden Kreise ein constanter Strom hergestellt, dessen Stärke I durch die Einwirkung des kreisförmigen Ringes auf den kleinen Magnet nach absolutem Maass gemessen wurde. Hierauf wurde der inducirende Kreis geöffnet, der Magnet zur Ruhe gebracht, der kreisförmige Ring aus dem inducirenden

Kreise ausgeschaltet und der letztere wieder geschlossen. Nachdem auch die inducirte Strombahn geschlossen worden war, wurde der inducirende Strom I geöffnet; der durch das plötzliche Herabsinken der inducirenden Stromstärke auf den Nullwerth hervorgerufene Inductionsstrom wurde durch seinen «Integralstrom» gemessen. Hierauf wurde abermals die inducirende Stromstärke I bestimmt u. s. w. So wurden 20—30 auf einander folgende Messungen der inducirenden Stromstärke I und des durch Oeffnungs-Induction erzeugten Integralstroms j vorgenommen. In keiner der ausgeführten Versuchsreihen änderte sich im Verlaufe von 1 bis 2 Stunden die Stromstärke I um mehr als circa $1/2$ %.

Der Berechnung der so hervorgerufenen Inductionsvorgänge wurden die Annahmen zu Grunde gelegt:

1) Der Vorgang der Induction durch plötzliche Aenderung der Stromstärke in der inducirenden Strombahn wird vollständig durch das von Hrn. F. E. Neumann aufgestellte allgemeine Gesetz der Induction dargestellt;

2) der durch diese äusserst rasch verlaufende Induction hervorgerufene inducirte Strom erfüllt das Gesetz von Ohm.

Herr F. E. Neumann hatte in seiner Abhandlung: «die mathematischen Gesetze der inducirten electrischen Ströme» diese Art der Induction nicht näher untersucht: «In wie weit diese Formeln Anwendung auf die Fälle gestatten, in denen ein galvanischer Strom plötzlich auftritt oder unterbrochen wird, bedarf noch experimenteller Prüfung. Denn diese setzen voraus, dass die Geschwindigkeit, mit welcher die inducirende Ursache eintritt, im Verhältnisse zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Electricität in einem inducirten Leiter gering ist. — Unter Annahme der Anwendbarkeit der Formeln (16) und (17)

auf die durch das plötzliche Auftreten oder Verschwinden von galvanischen Strömen erregte Induction kann man sagen: der durch das plötzliche Auftreten eines galvanischen Stromes in einem ruhenden Leiter inducirte Strom ist derselbe, als hätte sich der Leiter aus unendlich grosser Entfernung her dem Strom bis an die Stelle, wo er sich befindet, genähert.» Dass die durch rasch verlaufende Stromesschwankungen inducirten Ströme sich dem Neumann'schen allgemeinen Gesetze der Induction wirklich unterordnen und gleichzeitig das Ohm'sche Gesetz in der That befolgen, hat einige Jahre später Hr. Helmholtz in seiner Abhandlung «über die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducirten electrischen Ströme» durch eine Reihe von Messungen gezeigt. Da die Frage, ob die durch plötzliche Stromesschwankungen inducirten Ströme das Ohm'sche Gesetz genau befolgen oder nicht, nicht allgemein theoretisch entschieden, sondern nur in jedem einzelnen Falle empirisch beantwortet werden kann, so habe ich, um ein ganz sicheres Fundament für die angestrebten Messungen zu gewinnen, zunächst in einer Voruntersuchung eine möglichst scharfe Prüfung daraufhin angestellt, bis wie weit die bei meiner Versuchsanordnung durch plötzliches Oeffnen des inducirenden Kreises inducirten Ströme das Ohm'sche Gesetz befolgen. Es konnte in dieser Voruntersuchung nichts bemerkt werden, was darauf hindeutete, dass die durch plötzliche Stromesänderung inducirten Ströme dem Ohm'schen Gesetze nicht genau folgen.

Bedeutet I_0 die Stromstärke, deren plötzliche Abnahme auf Null die Induction bewirkt, bedeutet P das gegenseitige electrodynamische Potential der beiden Spiralen, stellt i die in dem Momente t des Inductionsvorganges vorhandene inducirte Stromstärke und w den Wider-

stand des inducirten Kreises dar, dann ist die Gleichung:

$$w \int_0^{t_1} i \,.\, dt = w \,.\, j = P \,.\, I_0 \quad \ldots\ldots (1)$$

(wenn wir voraussetzen, dass die Induction im Momente $t = 0$ beginnt und im Momente $t = t_1$ bereits abgelaufen ist) der resultirende Ausdruck, der gewonnen wird, sobald das Neumann'sche allgemeine Gesetz der Induction und das Ohm'sche Gesetz auf den Vorgang der Oeffnungs-Induction angewandt wird.

Die absolute Messung von w in electromagnetischem Maasse wurde nach dieser Gleichung (1) ausgeführt.

Das electromagnetische Potential der beiden Spiralen hat den Werth

$$P = \iint \frac{ds_1 \,.\, ds_2 \,.}{r} \cos v$$

wo ds_1 ein beliebiges lineares Element der einen Spirale, ds_2 ein beliebiges Element der andern Spirale, r die Entfernung dieser Elemente, v den Winkel bedeutet, den ihre Richtungen mit einander bilden und wo die Integrationen sich über alle Elemente der beiden Spiralen auszudehnen haben. Auf die etwas weitläufige Ausführung der Berechnung dieser Grösse P gehen wir in diesem Auszug nicht näher ein.

Der absolute electromagnetische Werth der Stromstärke I_0 ergiebt sich aus dem mit Hülfe von Spiegel, Skala und Fernrohr gemessenen Ausschlagswinkel u:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot R \,.\, H \left(1 + \frac{B}{MH}\right) \left(1 - \frac{3}{4} \frac{l^2}{R^2}\right) \cdot \operatorname{tg} u \,.$$

wo B das Torsionsmoment des Coconfadens, M das magnetische Moment und $2l$ die Entfernung der Polpuncte des kleinen Magnets bedeutet.

Nennen wir die Schwingungsdauer des kleinen Magnets T, das logarithmische Decrement der Amplituden des im geschlossenen Multiplicator schwingenden Magnets λ, die electromagnetische Kraft, mit welcher der Multiplicator, vom Strom 1 durchflossen, auf die in dem einen Polpuncte des Magnets befindliche magnetische Masseneinheit (+ 1) einwirkt G und endlich den Bogen, welchen der Magnet von seiner Ruhelage aus in Folge der Einwirkung des inducirten Integralstroms j beschreibt a, so ist das absolute electromagnetische Maass des erzeugten Integralstroms

$$j = \frac{H}{G} \cdot \frac{a}{\pi} \cdot T\left(1 + \frac{B}{MH}\right) \cdot e^{\frac{\lambda}{2}}$$

Hiernach findet sich für den absoluten Werth von w:

$$w = P \cdot \frac{R \cdot G\left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)}{2\,T \cdot e^{\frac{\lambda}{2}}} \cdot \frac{\operatorname{tg} u}{a}$$

Für den benutzten Multiplicator hatte G den Werth:

$$G = \frac{2\pi \cdot n \cdot r^2}{\varrho^3}\left\{\begin{aligned} &1+\frac{h^2}{r^2}\Bigl\{\frac{1}{3}-\frac{5}{2}\frac{r^2}{\varrho^2}\Bigl(1-\frac{r^2}{\varrho^2}\Bigr)-\frac{b^2}{\varrho^2}\Bigl(\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\Bigr)\\ &-\frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\Bigl[\frac{4D^2-r^2}{\varrho^2}-\frac{h^2}{\varrho^2}\Bigl[\frac{5}{3}-\frac{14}{3}\frac{r^2}{\varrho^2}+\frac{4D^2-r^2}{\varrho^2}\Bigl(\frac{21}{6}+\frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\Bigr)\\ &+\frac{b^2}{\varrho^2}\Bigl\{\frac{4}{3}-\frac{56}{3}\frac{D^2}{\varrho^2}-\frac{4D^2-r^2}{\varrho^2}\Bigl(\frac{7}{6}-\frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\Bigr)\Bigr)\Bigr\}\Bigr]+\dots\end{aligned}\right.$$

und es war:

$$\begin{aligned} n &= 370 & D &= 20.7^{\text{mm}}\\ r &= 163.2^{\text{mm}} & 2h &= 18.0^{\text{mm}}\\ \varrho &= 164.5^{\text{mm}} & 2b &= 33.5^{\text{mm}}\\ & & 2l &= 33.0^{\text{mm}} \end{aligned}$$

Um den Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit in absolutem Maasse zu finden, wurde in doppelter Weise verfahren:

1) Es wurde der Widerstand w in Siemens'schen Quecksilbereinheiten nach dem Brückenverfahren ausgemessen; fand sich, dass w gleich m Siemens'schen Einheiten war, so war der absolute Werth von

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{P.R.G.\left(1-\frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)}{m.2\,T.e^{\frac{\lambda}{2}}}\,\frac{\operatorname{tg} u}{a}$$

2) Es wurde ein vollständig gestöpselter Siemens'scher Stöpselrheostat in den inducirten Kreis eingefügt und zunächst der Bogen a bestimmt, der sich bei dem Gesammtwiderstande w des inducirten Kreises als Ausschlag ergab; hierauf wurden, ohne dass an P, R, G, u, etc. etwas verändert wurde, in den inducirten Kreis 10 $S.\ Q.\ E.$ des Rheostaten zu w eingeschaltet. Fand sich sodann der Ausschlagsbogen a_1, so war der absolute Werth von

$$10\,S.\ Q.\ E. = \frac{P.R.G\left(1-\frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)\operatorname{tg} u}{2\,T.e^{\frac{\lambda}{2}}}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a}\right)$$

Nach jedem dieser beiden Verfahren wurden zwei Beobachtungsreihen gemacht: die eine unter Anwendung eines sehr grossen Potentialwerthes P (durch Nahestellen der beiden Spiralen) und einer mässig grossen inducirenden Stromstärke I_0; die andere unter Anwendung eines verhältnissmässig kleinen Potentialwerths P und einer möglichst grossen inducirenden Stromstärke I_0. Als absoluter Werth der Siemens'schen Einheit wurde gefunden:

I. Reihe. Grosses P, mässiges I_0. Verfahren (1).		**II. Reihe.** Grosses P, mässiges I_0. Verfahren (2).	
20. Aug. 1876	$0.9558 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$	20. Aug. 1876	$0.9516 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
21. „ „	0.9536×10^{10} „	21. „ „	0.9545×10^{10} „

I. Reihe.

Grosses P, mässiges I_0.
Verfahren (1).

22.	„	„	$0.9559 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
23.	„	„	0.9581×10^{10} „
24.	„	„	0.9563×10^{10} „
26.	„	„	0.9549×10^{10} „

Der Mittelwerth beträgt:

$$0.9557 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

II. Reihe.

Grosses P, mässiges I_0
Verfahren (2).

22.	„	„	$0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
23.	„	„	0.9575×10^{10} „
24.	„	„	0.9556×10^{10} „
26.	„	„	0.9552×10^{10} „

Der Mittelwerth ist:

$$0.9549 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

III. Reihe.

Mässig grosses P, grosses I_0.
Verfahren (1).

28.	Sept.	1876	$0.9525 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
29.	„	„	0.9546×10^{10} „
30.	„	„	0.9581×10^{10} „
1.	Oct.	„	0.9552×10^{10} „
3.	„	„	0.9557×10^{10} „
4.	„	„	0.9560×10^{10} „

IV. Reihe.

Mässig grosses P, grosses I_0.
Verfahren (2).

28.	Sept.	1876	$0.9568 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
29.	„	„	0.9561×10^{10} „
30.	„	„	0.9541×10^{10} „
1.	„	„	0.9552×10^{10} „
3.	„	„	0.9543×10^{10} „
4.	„	„	0.8589×10^{10} „

Die Mittelwerthe dieser beiden Reihen sind:

$$0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right) \quad \text{und} \quad 0.9559 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Die Endresultate dieser unter ganz verschiedenen Umständen ausgeführten Messungen stimmen unter einander bis auf verschwindend kleine Differenzen überein. Sie ergeben das Gesammtresultat:

der absolute Werth der Siemens'schen empirischen Einheit, aus den Vorgängen der durch plötzliche Stromänderungen hervorgerufenen Volta-Induction abgeleitet, beträgt $0.9554 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$.

Unter Zugrundelegung der Gesetze der Magneto-Induction hatten wir nach der I. Methode als absoluten Werth der Siemens'schen Widerstands-Einheit die Grösse 0.9545 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ gefunden; dieser Werth stimmt bis auf $\frac{1}{1061}$ seines Betrages mit dem nach der II. Methode gefundenen überein. Wegen der häufigen Wiederholung und mannigfachen Variation der Versuche darf wohl als hinreichend sicher angenommen werden, dass diese Uebereinstimmung kein Zufall ist. Aus der fast vollkommenen Uebereinstimmung der nach den beiden Methoden gewonnenen Endergebnisse lassen sich zwei wichtige Folgerungen ziehen:

1.) Die bis jetzt bekannten Grundgesetze der inducirten Ströme von veränderlicher Stromstärke stellen den wirklichen Sachverhalt mit grosser Schärfe dar. Die Meinung des Herrn Lorenz: die so verschiedenen Resultate, welche die Herren W. Weber, F. Kohlrausch und die Physiker des brittischen Widerstands-Comités gefunden haben, wären die Folge unserer unvollkommenen Kenntnisse der Gesetze der inducirten Ströme von variabler Stromstärke, bewährt sich an den obigen Versuchen durchaus nicht.

2.) Absolute Widerstandsmessungen lassen sich mit den heutzutage zu Gebote stehenden galvanischen Beobachtungsmitteln mit einer Schärfe und Zuverlässigkeit ausführen, die nur in wenigen Gebieten der Physik zu erreichen ist. Die unter den Physikern verbreitete Annahme, absolute Widerstandsmessungen gehörten zu den physikalischen Messungen, die nur grob angenäherte Werthe zu geben vermöchten und die ganz besonders ausgerüstete Localitäten zu ihrer Ausführung forderten — eine Meinung, der u. A. Herr W. Siemens Ausdruck gegeben hat: «Es darf wohl mit Bestimmtheit ausgesprochen werden, dass

auch die geübtesten und mit den vollkommensten Instrumenten und Localitäten ausgerüsteten Physiker nicht im Stande sein werden, absolute Widerstandsbestimmungen zu machen, die nicht um einige Procente verschieden wären» — wird durch die oben angeführten Versuchsresultate widerlegt. Nach meinen Erfahrungen lassen sich absolute Widerstandsmessungen mit sehr geringen Mitteln und in bescheiden ausgerüsteten Localitäten mit ziemlicher Schärfe ausführen.

III.

Die Wärmeproduction der stationären galvanischen Strömung.

Herr Joule hat vor 37 Jahren auf experimentellem Wege dargethan, dass die Wärmemenge, die eine stationäre galvanische Strömung von der Stärke i in einem Leiter, dessen Widerstand w ist, während der Zeit z erzeugt, der Grösse $i^2\, w \,.\, z$ proportional ist.

Herr W. Thomson hat sodann (1851) [und Herr Clausius u. a. später] auf theoretischem Wege dargelegt, dass der Werth der mechanischen Arbeit, die in der stationären galvanischen Strömung von der Stärke i in einem Leiter von dem Widerstande w, längs dessen die electromotorische Kraft E thätig ist, in der Zeit z verbraucht wird, gleich dem Producte $i.\ E.\ z$, oder, zufolge des Ohm'schen Gesetzes, gleich dem Ausdrucke $i^2\, w.\, z$ ist, wo die Grössen E, i, w nach asolutem Maasse gemessen zu nehmen sind. Macht man die Annahme, dass in einer stationären galvanischen Strömung, in der die Wärmeentwicklung die einzige Wirkung der Strömung ist, die in der Einheit der Zeit entwickelte Wärmemenge

Q das volle Aequivalent der in derselben Zeit verbrauchten Arbeit ist, dann gilt:

$$J.Q. = i^2 w = i.E$$

wo J das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung ist also der Proportionalitätsfactor des Joule'schen Gesetzes der Wärmeentwicklung gleich dem reciproken Werthe von J. Gesetzt, diese Annahme, die ganze von der stationären galvanischen Strömung verbrauchte mechanische Arbeit erscheint in der Form der Wärme, ist richtig, so hat man eine neue Definiton für den absoluten Widerstand eines Leiters:

> der absolute Widerstand (gemessen nach irgend einem Maasssystem) eines Leiters ist gleich dem mechanischen Werthe der Wärmemenge, die in diesem Leiter in der Einheit der Zeit von dem constanten galvanischen Strome 1 (gemessen nach demselben Maasssystem) erzeugt wird.

und eine neue Methode zur experimentellen Bestimmung des absoluten Widerstandes eines Leiters:

> man messe die Wärmemenge Q, die in der Zeit z von dem constanten nach absolutem Maass gemessenen Strom i in dem Leiter vom Widerstande w erzeugt wird. Es ist dann der absolute Werth des Widerstandes (in demselben Maasssysteme gemessen, in welchem i gemessen wurde)
>
> $$w = \frac{J.Q}{i^2 z}.$$

Es lässt sich nicht behaupten, dass die Richtigkeit der Voraussetzung: in der stationären galvanischen Strömung werde die ganze Stromarbeit in Wärme verwandelt, so über allen Zweifel erhaben sei, dass man unbedenklich die von der stationären galvanischen Strömung in einem

Leiter hervorgerufenen Wärmeentwicklung zur absoluten Messung des Widerstandes dieses Leiters benutzen dürfe. Die Ergebnisse der exactesten Untersuchungen, die bisher in dieser Richtung zur Prüfung der besprochenen fundamentalen Voraussetzung angestellt worden sind, widersprechen sich: Herr v. Quintus Icilius hat (Pogg. Anm. Bd. 101, 1856) in einer sorgfältig ausgeführten, sehr ausgedehnten Arbeit das Endresultat erhalten, dass der stationäre galvanische Strom gegen 7% mehr Wärme entwickelt, als er nach der Thomson'schen Gleichung liefern sollte; andererseits hat Herr Joule (Reports of electrical standards, edited by Jenkin, S. 165) in einer umfangreichen, sehr exact ausgeführten Untersuchung, die er im Auftrage des brittischen Comités für Herstellung von Widerstandsetalons unternahm, die Erfahrung gemacht, dass in der stationären galvanischen Strömung in einem Leiter in der That fast genau soviel Wärme producirt wird, als das oben genannte Gesetz angiebt; aus seinen Versuchen berechnet Herr v. Quintus Icilius das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit zu 399.7 M. K., Herr Joule folgert aus den seinigen für J den Werth 429.3 M. K (nach dem gewöhnlichen Arbeitsmaasse ausgedrückt). Bevor der Widerspruch zwischen den Ergebnissen dieser beiden Beobachtungsreihen nicht aufgeklärt ist, darf die galvanische Wärmeentwicklung nicht ohne Weiteres zur absoluten Widerstandsbestimmung benutzt werden.

Um mir die Mittel zu verschaffen, durch die Wärmeentwicklung der stationären galvanischen Strömung eine, jedem Einwurfe entzogene, absolute Bestimmung des Werthes der $S. Q. E$ ausführen zu können, habe ich in einer sehr ausgedehnten, mannigfach variirten dritten Ex-

perimentaluntersuchung eine möglichst scharfe Beantwortung der Frage unternommen:

Ist in einer stationären galvanischen Strömung, in der die Wärmeentwicklung als einzige Wirkung auftritt, die in einer gewissen Zeit erzeugte Wärmemenge das genaue Aequivalent der während dieser Zeit von der Strömung verbrauchten mechanischen Arbeit?

In der Bahn eines constant erhaltenen Stroms, dessen absolute Stärke *i* sorgfältig nach electromagnetischem Maasse gemessen wurde, befand sich ein auf einem vielfach durchlöcherten Hartgummirahmen im Zickzack aufgewundener dünner Platindraht von circa 15 *S. Q. E* Widerstand. Dicke Kupferdrähte führten den Strom in den Platindraht hinein und heraus. Der mit dem Draht bespannte Rahmen hing in einem Wassercalorimeter aus dünnstem Kupferblech, das sich in einer Umgebung von constanter Temperatur befand. Die Wasserfüllung des Calorimeters betrug etwa 250 Gramm; der Wasserwerth des Calorimetergefässes, des Rahmens, des Drahts und des Thermometers betrug circa 3 Gramm.

Der constante Strom von der Stärke *i* wurde während der Zeit *z* durch den Widerstand *w* im Calorimeter geleitet. Die von dem Strome während dieser Zeit innerhalb des Leiters vom Widerstande *w* verbrauchte mechanische Arbeit war dann $i^2\, w.\, z.$ Andererseits wurde in dem Widerstande *w* eine gewisse Wärmemenge *Q* erzeugt, die an das Calorimeter abgegeben wurde und aus den Temperatursteigerungen im Calorimeter, den Wasserwerthen der das Calorimeter füllenden Substanzen und den Wärmeverlusten des Calorimeters nach Aussen hin, resp. dem Wärmegewinn des Calorimeters von Aussen her zu berechnen war. Der mechanische Werth dieser Wärme-

menge, JQ, müsste, falls die ganze Stromarbeit in Wärme verwandelt würde, gleich $i^2\ w.\ z$ sein.

Unter den Voraussetzungen:

die ganze Stromarbeit wird in Wärme verwandelt,

der Wärmeaustausch zwischen Calorimeter und Umgebung wird durch das Newton'sche Gesetz geregelt,

die specifische Wärme des Wassers wächst in linearer Weise mit der Temparatur

und der Widerstand des benutzten Platindrahts nimmt proportional mit der Temperatur zu,

gilt für die Abhängigkeit der variablen Temperatur t des Calorimeters von der Zeit z die folgende Differentialgleichung:

$$M . c_a [1 + \gamma (t - t_a)]\, dt = \frac{i^2 w_a}{J} [1 + q\, (t - t_a)]\, dz - h\, (t - t_a)\, dz$$

In dieser Gleichung bedeutet:

M die Summe der Wasserwerthe der das Calorimeter füllenden Substanzen,

t_a die constante Temperatur der Umgebung des Calorimeters,

$\left.\begin{matrix} c_a \\ w_a \end{matrix}\right\}$ $\left.\begin{matrix}\text{die specifische Wärme des Wassers} \\ \text{den absoluten Widerstand des Platindrahts}\end{matrix}\right\}$ bei der Temperatur t_a,

$\left.\begin{matrix} \gamma \\ q \end{matrix}\right\}$ den Cœfficienten der Zunahme $\left\{\begin{matrix}\text{der specifischen Wärme des Wassers} \\ \text{des absoluten Widerstandes des Platindrahts}\end{matrix}\right\}$ für die Temperaturzunahme von 1°,

und h diejenige Wärmemenge, die das Calorimeter nach Aussen in der Zeiteinheit abgeben würde, falls seine Temperatur um 1° höher wäre als die Temperatur der Umgebung.

Setzt man $A = \frac{i^2 w_a}{J . M . c_a}$ und $B = \frac{J h - (q - \gamma)\, i^2 w_a}{J . M . c_a}$ und

nimmt man an, zur Zeit $z = 0$ sei die Temperatur des Calorimeters gleich t_0, so liefert die Integration der obigen Differentialgleichung folgenden Zusammenhang zwischen der variablen Temperatur t des Calorimeters und der Zeit z:

$$t - t_0 = \left(\frac{A}{B} - t_0 + t_a\right)\left(1 - e^{-Bz}\right) \ldots\ldots (1)$$

oder, wenn der Begriff: «mittlere Temperatur des Calorimeters während der Zeit $z = 0$ bis $z = z$» mit dem Zeichen $\overline{t}$ eingeführt wird:

$$J \,.\, M \,.\, c_a \left[t - t_0 + B\left(\overline{t} - t_a\right) . z\right] = i^2\, w_a \,.\, z \ldots\ldots (2)$$

Die Grösse $B(\overline{t} - t_a)z$ stellt die Temperaturcorrection dar, die an der direct abgelesenen Temperaturerhöhung des Calorimeters wegen des Wärmeaustausches mit der Umgebung und wegen der Veränderlichkeit des Widerstandes, sowie der Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Wassers mit steigender Temperatur angebracht werden muss. Diese Correction kann durch passende Wahl der Grösse $\overline{t} - t_a$ beliebig klein gemacht werden. In allen ausgeführten Messungen wurde dafür Sorge getragen, dass diese Differenz nur so kleine Bruchtheile eines Grades betrug, dass die zu $t - t_0$ hinzukommende Correction $B(\overline{t} - t_a)z$ nur $^1/_{200}$ bis $^1/_{300}$ von $(t - t_0)$ betrug. Der Zeitraum z wurde so gross gewählt, dass die Temperaturerhöhung etwa 15° betrug. Zur Bestimmung der mittlern Temperatur des Calorimeters $\overline{t}$ und der Constante B wurde die Calorimetertemperatur von dem Beginn des Stromes an nach je 5 Minuten abgelesen; man erhielt auf diese Weise eine Reihe von Gleichungen von der Form (1), aus welchen B ermittelt werden konnte.

Das Calorimeterthermometer war auf das Sorgfältigste innerhalb seiner ganzen Scala mit dem Luftthermometer ver-

glichen worden; alle an demselben gemachten Ablesungen wurden stets auf die Angaben des letzteren Instruments reducirt.

Die Stromstärke i wurde mittelst der schon erwähnten einfachen Tangentenboussole ($R = 165.7^{mm}$) nach der Relation

$$i = \frac{R \cdot H}{2\pi}\left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)(1+\theta) \cdot \operatorname{tg} u$$

in absolutem electromagnetischem Maass gemessen; zur Messung von u dienten Spiegel, Fernrohr und Scala. Zur Elimination der täglichen Variationen von H (die an einzelnen Tagen $1/5\%$ des mittlern Werths erreichen können) wurde H vor und nach jeder Messung für den Ort der Tangentenboussole bestimmt. Die Aenderungen der Declination der erdmagnetischen Kraft (die gegen Mittag hin für feine Messungen recht beträchtlich sind) wurden durch regelmässig wiederkehrende rasch ausgeführte Stromwendungen beseitigt. Ein sehr kräftiger Dämpfer umhüllte den kleinen Magnet der Boussole und gestattete schon 20 Secunden nach dem Umlegen des Stroms die Ablesungen der Magnetablenkungen wieder aufnehmen zu können. Die Stromstärke wurde mit Hülfe eines in der Strombahn befindlichen Dubois-Reymond'schen Rheochords bis auf $1/500$ bis $1/600$ ihres Werths constant erhalten. Die Grössen l und θ waren so klein, dass die Summe der beiden Correctionen $-\frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2} + \theta$ nur $+ 0.0008$ betrug.

Der absolute Werth des Widerstandes w wurde nach dem oben in (II) beschriebenen Verfahren bestimmt. Da die Temperatur t_a der Calorimeterumgebung von einem Tage zum andern etwas (bis zu 3°) variirte, musste auch der Coefficient der Zunahme des Widerstandes für 1° Tem-

peraturzunahme bekannt sein. Um letzteren zu erhalten, wurde der absolute Werth des Widerstandes w für die beiden constant erhaltenen Temperaturen 0° und 23° bestimmt. Zugleich wurde für dieselben Temperaturen der Werth von w in relativem Siemens'schen Maasse nach dem Brückenverfahren gemessen. Der Widerstand des Platindrahts wurde gefunden:

Temperatur:	in absol. Maasse:	in relat. Maasse:	Datum:
22°.5	$14.498 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$	15.141 *S. E.*	14. Oct. 1876.
22°.9	14.419×10^{10} „	15.142 „	15. „ „
23°.7	14.486×10^{10} „	15.154 „	16. „ „
0°	14.141×10^{10} „	14.782 „	17. „ „
0°	14.121×10^{10} „	14.791 „	18. „ „
0°	14.130×10^{10} „	14.770 „	19. „ „

Für 23° besitzt der Platindraht

den absoluten Widerstand $14.468 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

und den relativen „ 15.146 *S. Q. E.*

und für 0°

den absoluten „ $14.131 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

und den relativen „ 14.781 *S. Q. E.*

Aus dem ersten Resultat folgt:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9552 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

aus dem letzteren

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9560 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

welche Ergebnisse mit den früher in (I) und (II) gewonnenen in vollkommenem Einklange stehen. Der Coefficient der Zunahme des Widerstandes, bezogen auf 1° Temperaturzunahme, ergiebt sich

$$\left.\begin{array}{r}\text{aus den absoluten Messungen: } q = 0.001035 \\ \text{und aus den relativen Messungen: } q = 0.001074\end{array}\right\}$$

Nach der Formel

$$w = 14.131\ [1 + 0.001054\, t] \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

wurde für die in dem betreffenden Versuch angewandte Temperatur t_a der absolute Werth w_a berechnet.

Aus den angegebenen Resultaten geht hervor, dass sich die absoluten Widerstandsbestimmungen mit solcher Schärfe ausführen lassen, dass sich die Veränderlichkeit des Widerstandes mit variabler Temperatur aus ihnen fast ebenso genau ermitteln lässt als aus Widerstandsvergleichungen nach dem Brückenverfahren.

Mit besonderer Aufmerksamkeit wurde im Verlaufe der Untersuchung nach einer durch den anhaltenden Stromdurchgang allmählich eintretenden Veränderung des Platinwiderstandes gesucht. Am 16. October 1876 fand sich bei der Temp. 23°.7 der Widerstand gleich 15.154 *S. Q. E.*, oder auf 16° reducirt, gleich **15.032** *S. Q. E.*

Nachdem der Draht zu 12 Versuchen gedient hatte, in denen ein Strom von der absoluten Stärke 4 (in runder Zahl) während etwa einer Stunde hindurchgieng, zeigte derselbe am 19. Decbr. 1876 einen Widerstand von 15.068 *S. Q. E.* bei 18°.1, oder auf die Temp. 16°.0 reducirt, von **15.035** *S. Q. E.* Nach Ablauf von 12 weiteren Versuchen, in denen jedesmal ein Strom von circa 6 absol. Einheiten etwa 45 Minuten lang durch den Draht gegangen war, zeigte derselbe am 28. März bei der Temp. 16°.0 den Widerstand **15.031** *S. Q. E.*

Unter dem Einflusse anhaltender Ströme von der absoluten Stärke 4 bis 6 erlitt der benützte Platindraht demnach keine aufzeigbaren Veränderungen. (Eine besondere Untersuchung ergab, dass merkbare permanente Aenderungen in den Widerständen metallischer Leiter erst von einer bestimmten Stromstärke an auftreten).

Ohne auf weitere Bemerkungen einzugehen, lasse ich jetzt die Resultate der Untersuchung folgen.

Auch hier habe ich die Versuche in mehrfacher Weise variirt. Es wurde zunächst eine Reihe von 12 Beobachtungen angestellt, in denen ein verhältnissmässig schwacher Strom während einer verhältnissmässig langen Zeit durch den Draht im Calorimeter lief. Aus diesen 12 Beobachtungen ergaben sich folgende Werthe für das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit (ich lege bei der Angabe das gewöhnliche Arbeitsmaass zu Grunde und füge die jedesmal angewandte äussere Temperatur t_a bei, auf die sich die dem Resultat zu Grunde liegende Wärmeeinheit bezieht):

Datum:			t_a	J	
20.	October	1876	16.°6	428.49	M. K.
21.	„	„	16.7	428.12	„
26.	„	„	16.3	425.51	„
28.	„	„	18.1	426 93	„
30.	„	„	18.5	429.93	„
31.	„	„	18.0	429.56	„
5.	Novbr.	„	16.2	428.18	„
6.	„	„	16.0	427.28	„
9.	„	„	16.4	426.95	„
15.	„	„	17.1	428.50	„
16.	„	„	18.0	426.46	„
20.	„	„	19.1	427.19	„

Im Mittel ergiebt sich: Das mechanische Aequivalent J der Wärmeeinheit ist gleich **427.76** Met. Kilogr. (mit einem wahrscheinlichen Fehler von **±0.23**), wenn die specifische Wärme des Wassers bei der benutzten Mitteltemperatur $\overline{t_a} = 17°.2$ gleich 1 gesetzt wird.

Eine zweite Reihe von 12 Messungen wurde hierauf angestellt, in denen ein verhältnissmässig starker

Strom während einer kürzern Zeit zur Anwendung kam. Die in dieser Reihe erhaltenen Resultate sind:

Datum:			t_a	J
21.	Decbr.	1876	19.°8	428.36 M. K.
22.	„	„	19.7	430.31 „
23.	„	„	18.7	426.37 „
24.	„	„	18.8	427.50 „
25.	„	„	18.8	427.45 „
26.	„	„	20.0	429.18 „
27.	„	„	20.1	428.02 „
28.	„	„	19.9	429.87 „
29.	„	„	19.4	430.15 „
30.	„	„	19.7	426.93 „
31.	„	„	19.5	427.90 „
1.	Januar	1877	19.6	428.96 „

Im Mittel ist hiernach das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit gleich **428.42** M. K. (mit dem wahrscheinlichen Fehler **± 0.25**), wobei die specifische Wärme des Wassers bei der angewandten Mitteltemperatur $\overline{t_a} = 19°.5$ gleich 1 gesetzt wurde.

In einer dritten Reihe von Versuchen wurde die Zeitdauer und die Stromstärke so gewählt, dass die Temperaturerhöhung im Calorimeter ebenfalls circa 15° wie bei den früheren Versuchen betrug. Die Verhältnisse wurden aber nicht so genau abgezirkelt, dass die Differenz $(\overline{t} - t_a)$ möglichst klein ausfiel; vielmehr wurde derselben ein Spielraum bis zu einigen Graden gegeben. Die Ergebnisse dieser Reihe, in welcher der Wärmeaustausch des Calorimeters mit seiner Umgebung einen 4 bis 5 mal so grossen Werth besitzt als in den früheren Reihen, sind:

Datum:			t_a	J
28.	März	1877	16.°1	427.15 M. K.
29.	„	„	16.6	429.30 „
30.	„	„	16.8	429.61 „

Datum:			t_a	J
31.	März	1877	17.°3	428.03 M. K.
1.	April	„	17.0	426.92 „
2.	„	„	17.7	428.56 „
3.	„	„	18.3	427.91 „
4.	„	„	18.0	429.10 „
5.	„	„	17.7	427.85 „
6.	„	„	18.9	427.52 „
7.	„	„	18.5	428.43 „
8.	„	„	17.9	428.93 „

Nach dieser Reihe ergiebt sich als Mittelwerth für das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit **428.28** M. K. (mit einem wahrscheinlichen Fehler von ± **0.18**), wobei die specifische Wärme des Wassers bei der benützten Mitteltemperatur $\overline{t_a} = 17°.6$ gleich 1 gesetzt wurde.

Als allgemeines Resultat dieser 36 unter einander ziemlich gut übereinstimmenden Versuche (die Extreme entfernen sich nur um höchstens $^1/_2$ % von dem Mittelwerthe) erhalten wir:

> Das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit, aus der Wärmeentwicklung des stationären galvanischen Stromes abgeleitet, hat den Werth **428.15** Met. Kilogr. (mit dem wahrscheinlichen Fehler ± **0.22**); dabei ist unter Wärmeeinheit diejenige Menge Wärme verstanden, welche der Masseneinheit (1 Kilogr.) Wasser bei 18°.1 zugeführt werden muss, um ihre Temperatur um 1° C., gemessen am Luftthermometer, zu steigern.

Das sicherste Mittel, auf rein thermischem Wege den Grössenwerth des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit abzuleiten, liefert wohl unstreitig die Beziehung

zwischen den beiden specifischen Wärmen eines (ideellen) permanenten Gases:

$$J(c_p - c_v) = p_0 v_0 . \alpha$$

oder

$$J c_p . \frac{k-1}{k} = p_0 v_0 . \alpha$$

Für atmosphärische Luft sind die 3 Grössen $p_0 v_0$, α und c_p aus Hrn. Regnault's Messungen mit grosser Genauigkeit bekannt: $p_0 . v_0 = 7991$, $\alpha = 0.00367$ und $c_p = 0.23754$; die Grösse k ist für dasselbe Gas in neuerer Zeit von Hrn. Röntgen mit möglichster Sorgfalt bestimmt worden: $k = 1.4053$. Werden diese Zahlenwerthe in die letzte Gleichung eingeschoben und wird ausserdem noch in Rechnung gezogen, dass nach den Versuchen der HH. Joule und Thomson die atmosphärische Luft bei Volumenänderungen neben der äussern Arbeitsleistung noch eine innere Arbeit gleich circa $^1/_{500}$ der geleisteten äusseren Arbeit ausführt, so erhalten wir aus dem thermischen Verhalten der atmosphärischen Luft als Werth des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit **428.95** M. K. Als Wärmeeinheit liegt dieser Zahl zu Grunde diejenige Wärmequantität, welche der Masseneinheit Wasser (1 Kilogramm) bei 14 bis 15° zugeführt werden muss, um eine Temperaturerhöhung gleich 1° (gemessen am Luftthermometer) herbeizuführen.

Als zuverlässigstes Ergebniss seiner zahlreichen Reibungsversuche zur Bestimmung des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit bezeichnete Herr Joule im Jahre 1849 den Werth: $J = 423.79$ M. K. Bei der Berechnung dieser Zahl wurde die specifische Wärme des Wassers für die Temperatur 14°.4 gleich 1 gesetzt; ausserdem wurde die specifische Wärme des Calorimetergefässes zu hoch angenommen. Bringt man wegen des letzteren Umstandes die

nothwendige Correction an, so verwandelt sich das ebengenannte Ergebniss in: $J = 424.39$ M. K. Die 60 Reibungsversuche, die Herr Joule in allerneuester Zeit angestellt hat, haben fast genau dasselbe Resultat ergeben: 424.67 M. K.

Leider lässt sich das Gesammtresultat der Joule'schen Reibungsversuche $J = 424.50$ *M. K.* nicht ohne Weiteres mit dem Resultat aus dem Verhalten der Gase $J = 428.95$ M. K. vergleichen. Beide Werthe sind auf ganz verschiedene Einheiten bezogen worden: ersterem liegt 1° des Joule'schen Quecksilberthermometers, letzterem 1° des Luftthermometers zu Grunde. Diese beiden Einheiten können möglicherweise bis um 1% verschieden sein. Vielleicht erhält Hr. Joule bei der Reduction seiner früheren und seiner neueren Reibungsversuche auf die Angaben des Luftthermometers ein Endresultat, das so gut wie identisch wird mit dem Werthe von J, der aus dem Verhalten der Gase folgt.

Wegen dieses störenden Umstandes halte ich den aus dem Verhalten der Gase gezogenen, mit meinem obigen Resultate unmittelbar vergleichbaren Werth $J = 428.95$ als das sicherste Ergebniss rein thermischer Bestimmungen. Aus der Wärmeentwicklung der stationären galvanischen Strömung folgt also so gut wie dasselbe mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit wie aus rein thermischen Processen. *) Die Voraussetzung, dass die ganze mechanische

*) Die beiden Resultate $J = 428.15$ (aus der galvanischen Wärmeentwicklung abgeleitet) und $J = 428.95$ (aus dem thermischen Verhalten der permanenten Gase bestimmt) beziehen sich, wie ausdrücklich hervorgehoben wurde, auf 2 verschiedene Wärmeeinheiten: in dem {ersteren / letzteren} ist die Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge die

Arbeit, die in der stationären Strömung verbraucht wird, in Form von Wärme erscheint, hat sich bestätigt.

Es bleibt noch übrig, auf die bereits erwähnten von Hrn. Joule und v. Quintus Icilius ausgeführten Bestimmungen des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit durch die galvanische Wärmeentwicklung mit ein paar Worten zurückzukommen.

Hr. Joule hat (Reports of electrical standards, edited by Jenkin, S. 175) 45 Versuche in 3 Reihen ausgeführt. Als zuverlässigstes Resultat sieht er das Ergebniss der letzten, dreissig Versuche umfassenden Reihe an: $J =$ 429.3 M. K. Bei der Berechnung dieser Zahl wurde die specifische Wärme des Wassers bei 18°.4 gleich 1 gesetzt und wurde ferner angenommen, dass die brittische Widerstandseinheit in der That den behaupteten Werth $10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ besitzt. Nach unseren Ergebnissen ist dieses nicht ganz genau der Fall; ist das Verhältniss der britt. Einheit zur Siemens'schen wie 1.0000 : 0.9536, so ist der absolute Werth der britt. Einheit gleich 1.0014×10^{10} $\left(\frac{mm}{sec.}\right)$ und das Resultat des Herrn Joule geht über in 429.9 M. K. Leider hat auch bei dieser Messung Hr. Joule Quecksilberthermometergrade und nicht Luftthermometer-

die Masseneinheit Wasser von $\begin{Bmatrix} 17.°5 \text{ bis } 18.°5 \\ 14.°0 \text{ bis } 15.°0 \end{Bmatrix}$ zu erwärmen vermag. Beide Resultate lassen sich also erst dann in aller Strenge mit einander vergleichen, wenn die Variation der specifischen Wärme des Wassers bei veränderlicher Temperatur sicher bekannt ist. Die Versuche die ich bis jetzt zur Festlegung dieser bisher total unsicheren Grösse angestellt habe, sind noch nicht zu einem vollkommen befriedigenden Abschluss gekommen; doch lassen sie soviel mit Sicherheit erkennen, dass die Reduction der beiden Werthe für J auf dieselbe Temperatur nur eine sehr kleine Aenderung herbeiführen wird.

grade zu Grunde gelegt und dadurch eine präcise Vergleichung seines Endergebnisses mit dem unsrigen unmöglich gemacht. Soviel dürfte indess feststehen: sobald Joule's Quecksilberthermometer nicht sehr bedeutend vom Luftthermometer abweicht, besteht eine ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der von Herrn Joule und von mir ausgeführten Messungen.

Hr. v. Quintus Icilius hat die in seinen zahlreichen Messungen (Pogg. Ann. Bd. 101, S. 65) benutzten Widerstände nicht selbst nach absolutem Maasse ausgemessen. Die seinen Rechnungen zu Grunde gelegten absoluten Widerstandswerthe ermittelte er durch eine Vergleichung seiner Widerstände mit der zweiten Copie der Jacobi'schen Widerstandseinheit, die sich Herr Wilhelm Weber hergestellt und ihrem absoluten Werthe nach ausgemessen hatte. Diese Weber'sche zweite Copie des Jacobi'schen Etalons war gleich 0.9839 der Jacobi'schen Einheit; da nach Hrn. W. Weber's absoluten Widerstandsmessungen der absolute Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit gleich 0.598 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ ist, so besass die genannte zweite Copie der Jacobi'schen Einheit den absoluten Werth 0.5884 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$. Als die zuverlässigsten Versuche sieht Hr. v. Q. J. die 34 Versuche an, bei denen als calorimetrische Flüssigkeit Wasser angewandt wurde. Aus diesen 34 Versuchen berechnete er als Endergebniss: **J = 399.7** M. K. Sonderbarer Weise hat dieses Ergebniss die Aufmerksamkeit der Physiker nicht im Geringsten erregt; und doch hätte man hieraus schliessen sollen, dass entweder die zu diesem Ergebniss führenden Messungen erheblich fehlerhaft sind, oder dass die zu Grunde liegenden theoretischen Ansichten der Berichtigung bedürfen. Das von

mir gewonnene wesentlich verschiedene Ergebniss, in welchem ich bei wiederholten Prüfungen keinen Fehler zu entdecken vermochte, dessen gute Uebereinstimmung mit dem Joule'schen Resultate ich als ein weiteres Zeichen seiner angenäherten Richtigkeit betrachten musste, hat mich lange über die mögliche Ursache des Widerspruchs nachdenken lassen; schliesslich ist mir eine vollkommene Aufklärung des vorliegenden Widerspruchs geglückt. Hr. Wilhelm Weber hat bei seinen ersten absoluten Widerstandsbestimmungen den absoluten Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit um circa 8 % zu klein gefunden; in Folge dessen musste das Endergebniss des Hrn. v. Quintus Icilius um eben so viel zu klein ausfallen; corrigirt man diesen Fehler, so geht der letztere Werth (399.7 M. K.) über in **431.6** M. K., in einen Werth, der allerdings etwas grösser ist als der aus den Joule'schen Messungen und aus meinen eigenen Versuchen hervorgehende Werth. Nimmt man aber in Betracht, dass Hr. v. Q. I. die Variation der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft ganz unberücksichtigt gelassen hat (die allein schon den Werth für J um 2 Einheiten zu ändern vermag), dass er die Angaben der von ihm benutzten Thermometer nicht auf das Luftthermometer reducirt hat (diese Reduction vermag im Werthe von J eine Aenderung von 4 Einheiten hervorzurufen) und dass er in seinen Versuchen sehr starke Ströme und sehr kleine Widerstände benutzt hat (ein Verfahren, das nothwendig kleine Fehler nach sich ziehen musste), so wird man auf diese kleine Differenz kein grosses Gewicht legen. Der bisher bestehende schroffe Widerspruch ist beseitigt.

In doppelter Weise lässt sich zeigen, dass Hr. W.

Weber, wie behauptet wurde, den absoluten Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit um circa 8 % zu klein gefunden hat.

Bosscha hat im Jahre 1856 (Pogg. Ann. 101, S. 517) die electromotorische Kraft des Daniell'schen Elements in absolutem electromagnetischem Maasse nach der Ohm'schen Methode bestimmt. Dabei stützte er seine Messungen auf einen Widerstandsetalon, dessen absoluter Werth $0.607 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ durch Vergleichung mit der schon oben genannten zweiten Copie der Jacobi'schen Einheit des Hrn. W. Weber erhalten worden war. Bosscha fand die absolute electromotorische Kraft des Daniell'schen Elements im Mittel aus mehreren Messungen gleich $10.258 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$. Dieses Resultat ist dem der Messung zu Grunde gelegten Widerstand proportional; der Fehler, der in der Ausmessung dieses Widerstandes begangen worden ist, geht ein in den abgeleiteten Werth der electromotorischen Kraft. — Aus einer langen Reihe von absoluten Messungen der electromotorischen Kräfte des Daniell'schen Elements, über die ausführlich an anderer Stelle berichtet werden soll, habe ich gefunden, dass der kleinste Werth der electromotorischen Kraft des Daniell'schen Elements in absolutem electromagnetischem Maasse gleich $10.96 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$, dass der absolute Werth der electromotorischen Kraft des Daniell'schen Elements von der gewöhnlich angewandten Form gleich $11.30 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$ ist und dass der grösste

Werth der electromotorischen Kraft dieses Elements 11.54 $\times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}} \; mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$ beträgt. Welche Form des Daniell'schen Elements Bosscha gebraucht hat, gibt er leider nicht an; als höchst wahrscheinlich wird man aber annehmen dürfen, dass er die gewöhnlich gebrauchte Form des Daniell'schen Elements bei seinen Messungen benutzt hat, der nach meinen Messungen die absolute electromotorische Kraft 11.30 $\times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}} \; mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$ zukommt. Dieser Werth ist im Verhältniss 1.1016 zu 1.0000 grösser als der von Bosscha abgeleitete. Gesetzt nun, Bosscha habe seine Messungen fehlerfrei ausgeführt (eine Annahme, die natürlich nicht streng richtig sein kann), dann würde der absolute Werth des von Bosscha seinen Messungen zu Grunde gelegten Widerstandes, d. h. der von Hrn. W. Weber ermittelte absolute Werth der Jacobi'schen Einheit um 10.16 % zu klein sein.

Dieser Fehlerberechnung, die zu dem Resultat 10 % führt, liegen zwei etwas unsichere Annahmen zu Grunde, die im Vorigen kurz angedeutet sind. Es ist desswegen sehr werthvoll, dass sich ein Fehler in der W. Weber'schen Bestimmung des absoluten Widerstandes der Jacobi'schen Einheit von derselben Richtung und derselben Grössenordnung in ganz anderer Weise ableiten lässt. Nach Hrn. W. Siemens ist das Verhältniss der Jacobi'schen Widerstandseinheit zu der Siemens'schen gleich 0.6618. Nach unseren zahlreichen, mannichfach variirten Messungen ist der absolute Werth der Siemens'schen Einheit gleich 0.9550 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$. Hiernach würde der absolute Werth

der Jacobi'schen Widerstandseinheit nach unseren Messungen $0.6320 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$ sein. Hr. Wilh. Weber hat nur $0.598 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$ gefunden, d. h. einen Werth, der um circa 6 % kleiner als der von uns gefundene ist.

Die absolute Ausmessung der Jacobi'schen Widerstandseinheit durch Hrn. W. Weber ist daher sicher um 6 % bis 10 % zu klein ausgefallen.

IV.

Absolute Werthe constanter hydroelectromotorischer Kräfte.

Drittes Verfahren zur absoluten Bestimmung der Siemens'schen Widerstandseinheit.

Nachdem in dem Vorhergehenden der experimentelle Beweis dafür geliefert worden ist, dass in der That die in der stationären galvanischen Strömung verbrauchte mechanische Arbeit bei mangelnder anderweitiger Stromeswirkung in der von dem Strome entwickelten Wärme ihr genaues Aequivalent findet, lässt sich ein neuer Weg betreten um die absoluten Werthe von galvanischen Widerständen und constanten hydroelectromotorischen Kräften zu bestimmen.

I. Man messe die Wärmemenge Q, die von dem (nach irgend einem Maasssystem) absolut gemessenen Strome i in einem Leiter von dem Widerstande w, der einen Theil eines Schliessungskreises bildet, während der Zeit z entwickelt wird; der absolute Werth des Widerstandes w (nach demselben Maasssystem gemessen) ist dann aus der Gleichung

$$J \, . \, Q = i^2 \, w \, . \, z$$

zu berechnen.

II. Ermittelt man sodann mittelst eines geeigneten Verfahrens das Verhältniss des Widerstandes w zu der Summe der Widerstände w_1 des ganzen übrigen Theils des Schliessungskreises, so erhält man die in dem ganzen Schliessungskreise von dem constanten Strome i während der Zeit z producirte Wärme in dem Ausdrucke:

$$\Sigma(Q) = Q\left(1 + \frac{w_1}{w}\right)$$

Bezeichnet E die Summe aller electromotorischen Kräfte des Schliessungskreises, so gilt nach dem combinirten Ohm'schen und Joule'schen Gesetze:

$$J\Sigma(Q) = i^2\,\Sigma(w)\,z = i\,.\,E\,.\,z$$

Zur absoluten Bestimmung der Summe der electromotorischen Kräfte im Schliessungskreise, oder kürzer ausgedrückt, zur absoluten Bestimmung der im Schliessungskreise thätigen electromotorischen Kraft, erhalten wir die Gleichung:

$$J\,.\,Q\left(1 + \frac{w_1}{w}\right) = i\,.\,E\,.\,z$$

III. Bestimmt man hierauf den Werth derselben electromotorischen Kraft nach einem der gewöhnlich angewandten galvanischen Verfahren in relativem Maasse — der Werth der electromotorischen Kraft in relativem Maasse sei durch e bezeichnet —, etwa durch Zugrundelegung der absoluten electromagnetischen Stromeseinheit und der Siemens'schen Widerstandseinheit, so kann man durch die Combination der beiden Messungen ein neues Mittel gewinnen, den absoluten electromagnetischen Werth der benützten relativen Widerstandseinheit festzu-

legen; es ist der absolute Werth der letzteren

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{E}{e}$$

vorausgesetzt, dass die Stromstärke i in der zur Bestimmung von E dienenden Gleichung

$$J.Q\left(1+\frac{w_1}{w}\right) = i.E.z$$

ebenfalls nach electromagnetischem Maasse gemessen worden ist.

Nach den Verfahren (II) und (III) habe ich eine Reihe von absoluten und relativen Messungen der electromotorischen Kräfte des Daniell'schen und des Bunsen'schen Elements ausgeführt, um nach einer dritten, von den zwei bereits beschriebenen total verschiedenen Methode den absoluten Werth der $S.\ Q.\ E.$ ableiten zu können. Indem ich dieses Verfahren wählte, verfolgte ich noch den Nebenzweck, eine möglichst scharfe Prüfung auf die Richtigkeit eines von Hrn. Favre erhaltenen sonderbaren Resultates anzustellen, das einer Summe von galvanischen Erfahrungen direct widerspricht.

Bei dieser Arbeit hat mir einer meiner Schüler, Hr. Rudio, wesentliche Hülfe geleistet.

In dem Schliessungskreise der benützten Daniell'schen oder Bunsen'schen Säule von 7 bis 10 Elementen befand sich der schon früher benützte auf einem Hartgummirahmen aufgewundene Platindraht in dem bereits besprochenen Wassercalorimeter. Der Widerstand w des Platindrahts war für alle angewandten Temperaturen genau bekannt. Der Widerstand w_1 des übrigen Theils der Schliessung, in welchem als wesentlicher Theil der Widerstand der gebrauchten Säule enthalten war, wurde zugleich mit der electromotorischen Kraft der letzteren nach einem Ver-

fahren bestimmt, das dem von Hrn. Mance (Proceed. Roy. Soc. XIX, 218, 1871) angegebenen nachgebildet war. Es wurde eine Strombahn nach dem Schema des Wheatstone'schen Brückenverfahrens hergestellt, an die Stelle der Säule im Wheatstone'schen Schema trat ein empfindliches Galvanometer, an die Stelle des zu messenden Widerstands im Wheatstone'schen Schema trat die Säule, deren Widerstand und electromotorische Kraft zu messen war, die einfache Tangentenboussole ($R = 165.7^{mm}$) und die sonstigen Drahtwiderstände, die in dem Widerstande w_1 inbegriffen waren. Die Widerstände des Messdrahts und des Galvanometerzweigs waren genau ermittelt worden. Bei offener Brücke und geschlossenen übrigen Kreisen zeigten das empfindliche Galvanometer und die Tangentenboussole gewisse Ablenkungen an. Der Verbindungspunct des Brückendrahts mit dem Messdraht wurde nun so gewählt, dass sich der Ausschlag des empfindlichen Galvanometers nicht änderte, es mochte die Brücke offen sein oder für einen Moment geschlossen werden. Sobald dieser Punkt gefunden war, liess sich nach bekannten Regeln 1., der Widerstand w_1 (in *S. Q. E.*) bestimmen, den die benützte Säule, die Tangentenboussole und die zugehörigen Drähte bei derjenigen bestimmten Stromstärke i_1 besassen, die von der Tangentenboussole bei offener Brücke angezeigt wurde,. 2., auch die electromotorische Kraft in relativem Maasse (bei Zugrundelegung der absoluten electromagnetischen Stromeinheit und der Siemens'schen Widerstandseinheit) berechnen, welche die Säule zeigte, als sie vom Strome i_1 durchflossen war.

Hierauf wurde der absolute Werth derselben electromotorischen Kraft mittelst der Wärmeentwicklung bestimmt, die sie in ihrem Schliessungskreise durch den genau con-

stant erhaltenen Strom i (der immer nahezu gleich i_1 war) während der Zeit z erzeugte. Zu diesem Zweck wurde die Säule, die Tangentenboussole und die übrigen Drahtmassen, die noch in dem Widerstande w_1 enthalten waren, mit dem Platinwiderstand w im Calorimeter zu einem Schliessungskreis zusammengefügt, welchen sodann der constante Strom i während der Zeit z durchlief. Die Wärmemenge Q, die dieser Strom während dieser Zeit in dem Calorimeter hervorgerufen haben würde, falls der Platinwiderstand nicht die wechselnden Temperaturen des Calorimeters, sondern die constante Temperatur t_a der Umgebung gehabt hätte, ist nach der Gleichung (2) in III:

$$Q = M . c_a [t - t_0 + B(\bar{t} - t_a) z] = \frac{i^2 \, w_a . z}{J}$$

Diese Wärmemenge wurde nach dem früher angedeuteten Verfahren aus M, c_a, t, $\bar{t}$, t_0, t_a und z berechnet.

Unmittelbar nach Beendigung der calorimetrischen Messung wurden zum zweiten Male nach dem oben geschilderten Verfahren der Widerstand w_1 und die electromotorische Kraft e in relativem Maasse gemessen, um eine etwaige, während der Zeit z stattgefundene kleine Aenderung in beiden Grössen controlliren und in Rechnung ziehen zu können. Solche Aenderungen wurden regelmässig constatirt: sie hielten sich jedoch innerhalb sehr enger Grenzen. Da diese kleinen Aenderungen von w_1 und e ihre physikalische Ursache in Processen haben, die mit der Zeit proportional laufen, ist es gestattet, an die Stelle ihrer mittleren Werthe während der Zeit z die Mittelwerthe zu setzen, die sich aus den Anfangs- und Endbeobachtungen ergeben.

Nennen wir

$\left.\begin{matrix} e' \\ w_1' \end{matrix}\right\}$ den anfänglichen Werth u. $\left.\begin{matrix} e'' \\ w_1'' \end{matrix}\right\}$ den Endwerth $\left\{\begin{matrix} \text{d. rel. elect. Kraft} \\ \text{des Widerst. } w_1 \end{matrix}\right.$

verstehen wir unter $\left\{\begin{matrix} E \\ e \end{matrix}\right\}$ den mittl. Werth der $\left\{\begin{matrix} \text{abs. gem.} \\ \text{relat. „} \end{matrix}\right.$ electr. Kraft und lassen wir w_a den Werth des Platinwiderstands darstellen, welcher der Temperatur t_a der Umgebung des Calorimeters entspricht, so haben wir zur Bestimmung der Grössen E und e die beiden Gleichungen:

$$J.Q\left[1+\frac{w_1'+w_1''}{2\,w_a}\right]=i.E.z \quad \text{und} \quad e=\frac{e'+e''}{2}\,.$$

Hieraus leitet sich der absolute Werth der Siemens'schen Widerstands-Einheit ab:

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{E}{e}$$

Ich gebe im Folgenden die Resultate der Versuche, die ich unter Mitwirkung des Hrn. Rudio ausgeführt habe. Bei der Berechnung der Versuche wurde J gleich **428.55 M.K.** (gleich dem Mittel der aus unseren Versuchen über die galvanische Wärmeentwicklung und aus den Versuchen über das thermische Verhalten der permanenten Gase hervorgehenden Werthe) gesetzt.

Erster Versuch. Bunsen's Element: Frisch amalgamirtes Zink, Schwefelsäure vom spec. Gew. 1.035, käufliche Salpetersäure vom spec. Gew. 1.365, Gaskohle.

$$\begin{matrix} w_1' = 7.683\ S.\ Q.\ E. & e' = 19.873 \\ w_1'' = 7.449\ \ „ & e'' = 19.734 \end{matrix} \quad E = 18.885\times 10^{10}\left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe: Hieraus ergibt sich:

$$\overline{w_1} = 7.566 \quad e = 19.804 \qquad 1\ S.\ Q.\ S = \frac{E}{e} = 0.9536\times 10^{10}\left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Zweiter Versuch. Dasselbe Element mit derselben Füllung.

$$\begin{matrix} w_1' = 7.411\ S.\ Q.\ E. & e' = 20.094 \\ w_1'' = 7.279\ \ „ & e'' = 20.007 \end{matrix} \quad E = 19.150\times 10^{10}\left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe: Hieraus folgt:

$\overline{w_1} = 7.345 \qquad e = 20.050 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9552 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Dritter Versuch. Daniell's Element: Frisch amalgamirtes Zink, Schwefelsäure vom spec. Gew. 1.035, concentrirte Lösung von Kupfervitriol, Kupfer.

$w_1' = 6.949\ S.\ Q.\ E. \qquad e' = 11.952$
$w_1'' = 7.081 \quad " \qquad e'' = 11.741$
$E = 11.286 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$

Mittelwerthe; Daraus folgt:

$\overline{w_1} = 7.015 \qquad e = 11.847 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9526 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Vierter Versuch. Dasselbe Element mit derselben Füllung.

$w_1' = 6.831\ S.\ Q.\ E. \qquad e' = 11.887$
$w_1'' = 7.125 \quad " \qquad e'' = 11.739$
$E = 11.317 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$

Mittelwerthe: Daraus wird gefunden:

$\overline{w_1} = 6.978 \qquad e = 11.814 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9579 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Fünfter Versuch. Daniell's Element: Frisch amalgamirtes Zink, concentrirte Lösung von Zinkvitriol, concentrirte Lösung von Kupfervitriol, Kupfer.

$w_1' = 16.598\ S.\ Q.\ E. \qquad e' = 11.453$
$w_1'' = 16.039 \quad " \qquad e'' = 11.450$
$E = 10.954 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$

Mittelwerthe: Es findet sich:

$\overline{w_1} = 16.319 \qquad e = 11.451 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9565 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Die nach diesem dritten Verfahren ausgeführten Bestimmungen des absoluten electromagnetischen Werths der Siemens'schen Quecksilbereinheit haben die Resultate ergeben:

$$\left.\begin{array}{ll} 1\ S.\ Q.\ E. & = 0.9536 \times 10^{10} \\ \text{"} & = 0.9552\ \text{"}\ \text{"} \\ \text{"} & = 0.9526\ \text{"}\ \text{"} \\ \text{"} & = 0.9579\ \text{"}\ \text{"} \\ \text{"} & = 0.9565\ \text{"}\ \text{"} \end{array}\right\}$$

Der Mittelwerth dieser Versuche beträgt:

$$\mathbf{1\ S.\ Q.\ E. = 0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)}$$

Der Uebersichtlichkeit halber stelle ich die Endresultate für den absoluten Werth der *S. Q. E.* zusammen. Wir haben gefunden den absoluten electromagnetischen Werth von

$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9545 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ aus 18 Versuchsreihen, welche die durch Magnetoinduction erzeugten veränderlichen Ströme benutzten,

$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9554 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ aus 24 Versuchsreihen, in denen die durch rasche Volta-Induction hervorgerufenen veränderlichen Ströme angewandt wurden und

$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ aus 5 Versuchsreihen, in denen die Wärmeerzeugung der stationären galvanischen Strömung benutzt wurde.

Das allgemeine Mittel:

$$\mathbf{1\ S.\ Q.\ E. = 0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)}$$

ist nur um $^1/_7$ Procent grösser als das von den Hrn. Maxwell, Jenkin und Stewart gefundene Resultat. Nach diesen Ergebnissen halte ich die Frage nach dem wahren absoluten Werthe der *S. Q. E.* und die Frage, ob die brittische Widerstandseinheit den behaupteten Werth darstelle oder nicht, für abgemacht. Der wahre Werth der *S. Q. E.* liegt zwischen $0.9536 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ und $0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ und die brittische Einheit stellt, von sehr kleinen möglicherweise noch vorhandenen Differenzen abgesehen, den behaupteten Werth $10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ dar. Wenn ein Beobachter dasselbe Resultat auf drei verschiedenen Wegen unter Anwendung dreier ganz verschiedener Natur-

gesetze findet, wenn ferner dieses Resultat mit dem Ergebniss einer andern Beobachtergruppe, die nach einer wesentlich verschiedenen vierten Methode arbeitete, bis auf eine sehr geringe Differenz übereinstimmt, so darf wohl mit ziemlich grosser Sicherheit behauptet werden, dass das gefundene Resultat richtig ist.

Bei der Anstellung dieser letzten Versuchsreihe habe ich, wie schon angedeutet, neben der Ermittlung des absoluten Werthes der *S. Q. E.* noch ein anderes Ziel verfolgt, das ich zum Schluss noch kurz andeuten will.

Hr. Favre hat wiederholt mit Hülfe des Quecksilbercalorimeters die Wärmemengen bestimmt, welche die verschiedensten hydroelectromotorischen Kräfte in ihren Schliessungskreisen während der Zeit entwickeln, in der sie gleiche Mengen Zink verbrauchen (nämlich diejenige Menge, die der Masseneinheit Wasserstoff chemisch äquivalent ist). Als Ergebniss seiner Versuche fand er, dass das Verhältniss dieser Wärmemengen einen ganz andern Werth liefert, als das Verhältniss der entsprechenden nach galvanometrischen Methoden gemessenen electromotorischen Kräfte ergiebt. So sind nach Hrn. Favre die Wärmemengen, welche die Elemente Daniell und Grove in ihren Schliessungskreisen während der Zeit produciren, innerhalb der sie 1 Aequivalent Zink consumiren: 23993 und 46447 Wärmeeinheiten. Das Verhältniss der Wärmemengen ist **1:1.93**, während die electromotorischen Kräfte Daniell und Grove nach allen bis jetzt ausgeführten galvanometrischen Messungen in dem viel grösseren Verhältniss **1:1.68** bis **1:1.70** stehen. Dieses Ergebniss des Herrn

Favre widerstreitet direct gewissen galvanischen Gesetzen, die allgemein als sicher begründete angesehen werden, wie folgende einfache Betrachtung deutlich macht.

Bedeutet E die hydroelectromotorische Kraft eines Schliessungskreises, w die Summe aller Widerstände dieses Kreises und Q die Summe aller Wärmemengen, die der constante Strom i während der Zeit z in diesem Kreise hervorruft, so ist nach Joule's Gesetz (das wir unter (III) als vollkommen richtig nachgewiesen haben):

$$J \,.\, Q = i^2 w \,.\, z$$

oder, wenn wir nach Ohm's Gesetz $i \,.\, w = E$ setzen:

$$J \,.\, Q = i \,.\, E \,.\, z$$

Bedeutet α das electrochemische Aequivalent des Zinks, so ist die Menge m Zink, die innerhalb des Elements während der Zeit z verbraucht wird nach Faraday's electrolytischem Gesetz:

$$m = \alpha \,.\, i \,.\, z$$

Die gesammte Wärmemenge Q, die von der electromotorischen Kraft E im gesammten Schliessungskreise während der Zeit producirt wird, während welcher innerhalb des Elements die Zinkmenge m consumirt wird, ist also:

$$Q = \frac{E \,.\, m}{J \,.\, \alpha}$$

Daraus folgt: Sind die galvanischen Gesetze von Joule, Ohm und Faraday allgemein richtig, so müssen die Wärmemengen Q_1 und Q_2, welche zwei verschiedene electromotorische Kräfte E_1 und E_2 in ihren Schliessungskreisen während derjenigen Zeiten entwickeln, während welcher sie gleiche Zinkmengen verbrauchen, in genau demselben Verhältnisse stehen wie die electromotorischen Kräfte E_1 und E_2. Hrn. Favre's Messungen

und die genannten drei Gesetze sind also mit einander unvereinbar.

Die oben angeführten Bestimmungen widerlegen die Resultate des Hrn. Favre. Die nach galvanometrischer Methode gemessenen relativen Werthe der electromotorischen Kräfte sind gefunden worden:

Für Bunsen's Element im Mittel $e_1 = 19.927$
für Daniell's Element (mit Schwefelsäure) im Mittel $e_2 = 11.830$
für Daniell's Element (mit Zinkvitriol) $e_3 = 11.451$

und die gleichzeitig durch die im gesammten Schliessungskreise erzeugte Wärme bestimmten absoluten Werthe dieser electromotorischen Kräfte haben die Werthe ergeben:

Für Bunsen's Elem. (im Mittel) $19.017 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\, mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2} \right) = E_1$
f. Daniell's Elem. (m. Schwefels.) 11.301×10^{10} " $= E_2$
f. Daniell's Elem. (m. Zinkvitriol) 10.954×10^{10} " $= E_3$

Hieraus erhalten wir für die Verhältnisse

der galvanometrisch gemessenen electromotorischen Kräfte
und der durch ihre Wärmeentwicklung gemess. electrom. Kräfte

die Werthe:

$$\frac{e_1}{e_2} = 1.684 \quad \frac{e_1}{e_3} = 1.740 \quad \frac{e_2}{e_3} = 1.033$$
$$\frac{E_1}{E_2} = 1.683 \quad \frac{E_1}{E_3} = 1.737 \quad \frac{E_2}{E_3} = 1.031$$

welche Zahlen den Folgerungen aus den Gesetzen von Ohm, Joule und Faraday auf das Schärfste entsprechen. Die Ursache des so bedeutend fehlerhaften Favre'schen Resultats liegt wohl zum grossen Theil in dem Umstande, dass Hr. Favre bei allen seinen calorimetrischen Untersuchungen das Quecksilbercalorimeter benutzt hat, ein Instrument, mit dessen Gebrauch nothwendig eine ganze Reihe von Unsicherheiten verknüpft sind und das

grundsätzlich unangewendet bleiben sollte. Für alle galvanisch-calorimetrischen Untersuchungen, in denen man die Zeitdauer der Wärmeentwicklung ganz beliebig wählen, die erzeugte Wärmemenge also beliebig gross machen kann, ist das einfache Wassercalorimeter, bei exacter Handhabung, das bei weitem zuverlässigste Calorimeter und sogar dem Bunsen'schen Eiscalorimeter aus mancherlei Gründen vorzuziehen. Die zahlreichen Messungen, die Hr. Favre über die Wärmeentwicklung durch galvanische Ströme und electromotorische Kräfte seit vielen Jahren angestellt hat, dürften wohl alle mit einem Fehler von derselben Ordnung behaftet sein wie die von ihm für die Wärmeentwicklung des Daniell'schen und Grove'schen Elements gegebenen Werthe; soll eine sichere Grundlage in diesem Gebiete gewonnen werden, so bleibt wohl nichts übrig, als sämmtliche der wichtigeren von Hrn. Favre ausgeführten Messungen mit schärferen Methoden zu wiederholen.

Die in diesen Untersuchungen angewendete Längeneinheit ist das Millimeter des Kathetometers des Züricher physikalischen Laboratoriums. Die gebrauchte Zeiteinheit ist die Secunde mittlerer Zeit. Die benutzte Siemens'sche Widerstandseinheit ist die Einheit No. 1914, die ich von Hrn. W. Siemens zu Anfang der Untersuchung erhalten habe und mit welcher alle sonst gebrauchten Widerstände wiederholt auf das Sorgfältigste verglichen worden sind.

Zürich, im August 1877.

Notizen.

Zum Geometrie-Unterricht. Im ersten Hefte der Vierteljahrsschrift (1877) regt Herr Prof. Fiedler die Frage des Geometrieunterrichtes an, wozu ich mir erlaube auf Grund physio-psychologischer Studien einige Gedanken zu entwickeln. Mit Herrn Prof. Fiedler durchaus einverstanden, wenn er das Zeichnen als die erste Grundlage der Geometrie betrachtet, glaube diesem verehrten Lehrer doch entgegentreten zu müssen, sofern derselbe die Perspective (Centralprojection) eine abstracte Nachbildung des Sehprozesses nennt. — Welches immer der Punkt sein mag, den wir als Scheitel des Strahlbüschels im Auge voraussetzen: der einfach gedachte Knotenpunkt in der Linse, in welchem die Richtungslinien des Sehens sich kreuzen; der Drehpunkt des Auges hinter der Linse, in welchem die Blicklinien zusammentreffen, oder endlich der Mittelpunkt der Geraden, welche die Drehpunkte beider Augen verbindet und die man benützt, um das Zusammenspiel ihrer Drehungen bei binoculärer Tiefenwahrnehmung zu erklären; jedesmal ist nur einer der mechanischen Vorbedingungen des Sehens genügt, zu denen immer noch eine photochemische Zersetzung des Sehroth in den Zapfen und Stäbchen der Netzhaut und eine weitere Dissociationsarbeit in den Stoffen der Nervenzellen kommen muss, um die physiologische Vorstellung des Sehprozesses zu vollenden. Anderseits deckt das Phantasiebild des Strahlbüschels sich weit besser mit der Vorstellung von der Bewegungsart unserer Glieder überhaupt, indem bei diesen durch Ansatz und Lagerung der Muskeln Drehung um bestimmte Axen bevorzugt ist. Zutreffender könnte man demnach das Strahlbüschel als abstracte Nachbildung der Tastbewegung definiren, wobei die Drehung des Augapfels mit inbegriffen wäre. Solcher Erklärung steht jedoch die Thatsache entgegen, dass der Mensch ursprünglich nur dessen bewusst wird, was ausser ihm liegt: der Sinneseindrücke und der Wirkung seiner Bewegungen.

Erst spät und auf Umwegen macht sich die Wissenschaft klar, was im Menschen während seiner Thätigkeit vorgeht. Es können desshalb wohl Wahrnehmungen und aus solchen abgeleitete Einbildungsvorstellungen, aber nicht Wahrnehmungsprozesse nachgebildet sein. Aus diesem Grunde scheint mir die Annahme berechtigt: man habe die Einbildungsvorstellung, dass die scheinbare Grösse der Gegenstände mit dem Gesichtswinkel sich ändert, dem Sehprozess substituirt, den man in Wirklichkeit nicht kannte. — Das Strahlbüschel aber ist das Zeichen für eine Verbindung von Winkeln, welche, durch diese Form zusammengehalten, in geometrischen Vorstellungen sich häufig wiederholte, demzufolge als Ganzes bewusst ward. Dasselbe erlangt jedoch seine volle Bedeutung erst indem es einen Zahlenausdruck: das Doppelverhältniss, figürlich vertritt. Das Strahlbüschel nämlich bleibt fest und der Werth des Doppelverhältnisses sich gleich, während eine Gerade um ihren Schnittpunkt mit einem der Strahlen sich dreht und die Strecken jener zwischen diesen ihre Grössen ändern. Auf Association von Raum- und Zahlvorstellungen beruht, wie das projectivische Schliessverfahren, so das geometrische Denken überhaupt. Vermittelt wird die Association durch Versinnlichung der Vorstellungen, durch den Ausdruck derselben. Desshalb müssen wir zunächst das Wesen der Ausdrucksformen in's Auge fassen. Es kommen hauptsächlich in Betracht: Zeichnung, Zahl, Sprache. — Die Zeichnung ist die genaue Wiederholung der Raumvorstellung. Beide kommen durch das Zusammenwirken von Tastbewegung und Gesichtsempfindung zu Stande, denn weit besser als das Betrachten einer fertigen Figur entspricht der Akt des Zeichnens selbst dem Akte der Raumvorstellung. — Ueber den stetig weissen Grund der ebenen Zeichenfläche zieht die tastende Hand schwarze Linien, welche Flächentheile begrenzen, und wird dabei durch die Augen regulirt, welche denjenigen der Hand mit ähnlichen Bewegungen folgen. — Die Nervenendigungen des Tast- und Sehorganes breiten sich über Hautflächen stetig aus, den Empfindungen jeder Endigung schreiben wir locale Färbung [1]) zu, wodurch Orientirung

[1]) Vgl. Wundt, Grundzüge der physiolog. Psychologie, pag. 482

auf der Oberfläche der Körpertheile, der Haut wie der Netzhaut, denkbar wird. Diese localen Empfindungen, Lokalzeichen, verschmelzen zur Vorstellung einer stetigen Fläche, als welche wir den Raum zunächst auffassen. — Jede unserer Bewegungsäusserungen, welcher Art sie sonst sein mag, bringt 3 Momente zum Bewusstsein: Ausgangs-, Endpunkt, Richtung, welche zum Begriff: Gerade verschmelzen und in Folge steter Wiederholung zum bestimmenden Element des Raumes werden. Dadurch erhält der Letztere die Form eines ebenen Raumes und sein Sinnbild ist die Zeichenfläche. — Bei Tastbewegungen combiniren sich ferner Tastempfindungen mit Innervationsgefühlen, Empfindungen der Muskelanstrengung, in der Weise, dass zwar jene den allgemeinen Hintergrund bilden, während der Dauer der Bewegung selbst jedoch von den Innervationsgefühlen überstimmt werden; wie denn auch die Aufmerksamkeit an den Ein- und Absetzpunkten der genauen Berührung, während dem Ziehen der Linien dagegen dem stetigen Verlauf der Tastbewegung sich vorzüglich zuwendet. Bei den Endpunkten kommt somit ein rascher Wechsel im Grade der Tastempfindung, ein Contrast, zum Bewusstsein. Aehnliche Contraste machen sich auch bei Gesichtsempfindungen[2]) geltend, wenn der Blickpunkt z. B. eine punktirte Linie durchläuft, über den Umriss einer Form in's Innere oder die Umgebung derselben streift. Dieser Contrast lehrt uns sowohl im Tast- als im Gesichtsraum die Punkte als getrennt voneinander unterscheiden, während stetige Kanten und Linien als Ganzes zwischen den von ihnen begrenzten Flächen erscheinen. Indem dieser Gradwechsel der Empfindung mit der Zeitvorstellung verschmilzt, ergibt sich der Umfang der Bewegung, die Länge, insofern jener verschiedene Localzeichen betrifft, die Richtung der Bewegung. Das Motiv also, durch welches wir die Raumpunkte als auseinanderliegende erkennen, dient uns auch zur Ordnung derselben im ebenen Raum der Localzeichen wie auf der Bild-

---

[2]) Vgl. Riehl: Der Raum als Gesichtsvorstellung in Avenarius, Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie, Jahrg. I, pag. 222. Der Grund meiner Abweichung folgt unten, S. 328, Z. 7 v. u.

fläche. — In Bezug auf die Wahrnehmung des Körperlichen gehen Tast- und Sehorgan verschiedene Wege; die Zeichnung begleitet sie beide. Während jenes den Körper allseitig umfährt, besitzt dieses in der Fähigkeit die Blicklinien beider Augen in nähern oder fernern Blickpunkten zusammentreffen zu lassen, das Mittel, von Einem Standpunkte aus die Tiefendimension zu schätzen. Die Messungsergebnisse des Getastes darzustellen, wählt nun die Zeichnung mehrere und solche Bildebenen, welche characteristische Umrisse zeigen; unter diesen empfehlen sich zumeist senkrechte und wagrechte, weil sie unserer Körperstellung und Arbeitsweise am besten entsprechen. — Soll dagegen die Tastbewegung einer Hand die combinirten Wahrnehmungen beider Augen ausdrücken, so führen zunächst wiederholte Versuche, durch die Augen selbst vermittelte Vergleichungen zwischen der sichtbaren Spur der Handbewegung und der Wahrnehmung zur Uebereinstimmung von Bild und Vorstellung. Man gelangt indessen zu einem Grössenverhältniss, welches der Vorstellung zu genügen verspricht, wenn die Beobachtung, dass mit der Entfernung vom Standpunkte die scheinbare Grösse der Körper abnimmt, verbunden wird mit dem Phantasiebild des gleichzeitig abnehmenden Gesichtswinkels, des Winkels, den die Blicklinie während der Drehung eines fingirten Auges, in der Mitte zwischen den beiden wirklichen, beschreibt. Immerhin weichen die Maler von den theoretischen Umrissen der Perspective ab, um störende Verzerrungen zu meiden. Der Versuch behauptet also schliesslich die Oberhand über die geometrische Theorie, weil diese auf Voraussetzungen beruht, welche mit den wirklichen Vorgängen beim Sehprozess nur theilweise übereinstimmen. Desto vollkommener decken sich Zeichnung und Vorstellung, denn der Maler ruhet nicht, bis er im Bilde sieht, was er sich vorstellt. — Die Netzhautbilder beider Augen verschmelzen zu Einer Vorstellung, dessgleichen die Innervationsgefühle, die mit den Drehungen jedes Auges sich ergeben, zu einer stetigen Reihe, welche wir als Tiefendimension des Raumes auffassen. Die Zeichnung, indem sie dieselbe aus geometrischen Gründen als senkrecht zur Bildebene erklärt, macht von der Tiefendimension Gebrauch: einerseits um die

verschiedenen Risse unter sich in logischen Zusammenhang zu bringen; anderseits um die Beziehung zwischen scheinbarer Grösse und Gesichtswinkel einfach auszudrücken. — So begleiten einander Schritt um Schritt Zeichnen und Vorstellen im Raume. Stets ist es die Thätigkeit derselben Organe, des Tast- und Gesichtssinnes, welche die Entwickelung beider vermittelt. Die Bildebene versinnlichet die Vorstellung des Raumes im Allgemeinen, eines ebenen Continui der Localzeichen. Die Contraste der Tast- und Lichtempfindung, welche bei Bewegung von Hand und Augen bewusst werden, begründen an Körper und Bild das Aussereinanderliegen der Punkte und deren Anordnung im Raume. Bei Darstellung des Körperlichen folgt die Zeichnung dem umfahrenden Tastorgan durch verschiedene Bildebenen; sucht, von geometrischer Reflexion unterstützt, die Umrisse nachahmend festzuhalten, welche der vereinigte Blickpunkt beider Augen beschreibt; führt endlich auch das Continuum der Innervationsgefühle, die Tiefendimensionen in ihre Bilder ein. — Weil sie durch die gleichen Organe entsteht und sämmtliche Elemente der Raumvorstelltung enthält, darf man die Zeichnung eine genaue Wiederholung der Raumvorstellung nennen. — Zahl. Wer gewohnt ist, nach Maasszahlen zu zeichnen, mag einwenden, die Zeichnung sei niemals so genau als die Vorstellung. Hierauf das Folgende. So genau als wir sehen, können wir zeichnen; aber ebenso genau ist auch unsere Vorstellung, nicht mehr, nicht minder; denn diese ist durch die Vollkommenheit bedingt, in welcher die einzelnen Empfindungen zum Bewusstsein gelangen. Aber so genau als die Zahl vorschreibt, können wir allerdings oft nicht zeichnen, da wir die Zahl als Begriff auffassen. Im Begriffe liegt die Forderung vollkommener Reinheit der Vorstellungselemente von jeder Spur spezieller Empfindung. Die Elemente des Zeitbegriffes z. B. Zeitanfang, Zeitende, Zeitstrecke ziehen so tausendfältig bei jeder Art von Empfindung zusammen durch das Blickfeld des Bewusstseins, dass die wechselnden Qualitäten dieser Empfindungen zurücktreten gegenüber der Aneignung jener Elemente; gleichwohl kann das Bewusstsein dieselben stets mit jeder Qualität von Empfindungen zu einer

Zeitvorstellung zerfliessen lassen. Indem wir nun eine Strecke messen, zählen wir allerdings nur eine Reihe gleichartiger Zeitvorstellungen, welche die Genauigkeit des Maasses nicht übertreffen; um jedoch die Zahlvorstellung zu notiren, brauchen wir die Ziffer, welche zugleich den Zahlenbegriff vertritt; weil die Elemente des letztern fester angeeignet sind, als die der ursprünglichen Zahlvorstellung; erinnern wir uns zuerst des Begriffes. — Mit den Zahlbegriffen sind jedoch Raumbegriffe auf's innigste verschwistert, denn Tastbewegungen sind eine gemeinsame Grundlage beider. Oben sahen wir; wie die Gerade zum bestimmenden Element des Tastraums wird; setzen wir dort zu den Endpunkten statt Richtung die Strecke, so erhalten wir zugleich die Vorstellung der Zwischenzeit; aus gleichen Zeitstrecken leiten wir den Zahlbegriff ab. Dieser also ruft nach dem Gesetz gegenseitiger Erweckung innig verwandter Begriffe, den Raumbegriff wach. Desswegen fördert das Messen sowie das Ableiten von Gleichheiten aus der Figur zugleich die Entwickelung allgemeiner Raumbegriffe, während das Zeichnen allein zu sehr Verschmelzung der Raumvorstellung mit bestimmten Gesichtswahrnehmungen begünstigt, wodurch Beschränktheit der Auffassung entsteht. — Wir können demnach sagen: Mittelst der Zahl wird die Raumvorstellung zum Raumbegriff verdichtet. — Werden Raumbegriffe durch Zeichnen und Messen gewonnen, anstatt in Definitionen dargeboten, dann allein bilden sie thatsächlich den Grund der subjectiven Gewissheit geometrischer Einsicht. Nichtsowohl die Anschaulichkeit (wie Lange behauptet[3]) als die Möglichkeit vielseitiger Prüfung sichert den Raumbegriffen diese Unumstösslichkeit. Erstlich dürfen wir die Ursachen zu Erscheinungen des geistigen Lebens nie bloss im Sinnengebiet suchen, am wenigsten ausschliesslich in Einer Provinz desselben, weil das geistige Leben aus der Wechselwirkung äusserer Eindrücke und innerer Thätigkeit entspringt, wobei in gesundem Zustand alle Organe mehr oder weniger betheiligt sein sollen. Sodann darf die Mitwirkung der Tastbewegungen zur Bildung der

[3]) Vgl. Lange, Logische Studien a. m. O.

Raumbegriffe nicht unterschätzt werden. Zahlvorstellungen durch gehörte Töne und getastete Streiche, Raumvorstellungen durch gezeichnete und gesehene Linien versinnlicht und vervielfältigt, stünden gleichmächtig nebeneinander; nun kann die gesehene Linie durch die Tastbewegung unmittelbar gemessen werden, der Ton aber durch den Taktstreich nicht. Die Möglichkeit unmittelbarer Verifikation des Gesehenen durch den Tastsinn verleiht dem Raumbegriff die Ueberzeugungskraft, wodurch selbst die Zahl vorzugsweise an räumliche Versinnlichung gewiesen ist. — Zeichnung und Zahl, jene den Vorstellungsinhalt, diese das Formgesetz des Denkens darstellend, reichen zum Ausdruck der Raumbegriffe vollständig aus; nach gehörig cotirten Rissen kann jeder Kundige sich eine vollkommen deutliche Vorstellung von einem Bauwerk, einer Maschine bilden. — Der Sprache müssen wir dennoch unsere Aufmerksamkeit schenken, weil sie gleichsam die grosse Börse ist, auf welcher sämmtliche Richtungen des Denkens verkehren, auch ihre Vertreter trifft leider theilweise die Schuld mit leeren Aktientiteln zu handeln. Als allgemeines Tauschmittel benützt nämlich die Sprache das Klangbild des artikulirten Lautes, indem sie die Vorstellungen und Begriffe jeder möglichen Sinneswahrnehmung in bestimmte Lautzeichen, Worte, umsetzt. Abgesehen davon, dass bei solcher Vermittelung jederzeit ursprüngliche Vorstellungselemente sich ablösen, indem sie nicht erinnert werden, während die geschäftige Phantasie fremde mit einflicht, liegt schon darin eine Gefahr für den reellen Werth des Wortes, dass man schneller durch das Gehör ein Klangbild desselben auffasst und einprägt, als man durch eigene Prüfung von seinem Vorstellungsinhalt sich Rechenschaft gibt; denn ohnehin hält eine Neigung zur Trägheit den Menschen an dem sinnlich Wahrnehmbaren wie bei alten Gewohnheiten fest. Zwar bleiben aus diesem Grunde sogar Zeichnung und Zahl vor oberflächlicher Aneignung nicht bewahrt; doch fordern sie weit mehr die selbstthätige Prüfung auf, weil sie der Sinneswahrnehmung näher stehen als das doppelt symbolisirende Wort. — Haben sich aber durch Anschauen und Zeichnen klare Vorstellungen gesammelt, so kann die Sprache Con-

zentration der Aufmerksamkeit auf die wesentlichen Elemente dieser Vorstellung fördern, wie die Zahl und aus demselben Grunde. Das Lautzeichen nämlich vertritt der Erinnerung hauptsächlich die Vorstellungselemente, welche einer grössern Menge von gleichartigen Vorstellungen gemeinsam zukommen, desshalb häufiger im Blickfelde des Bewusstseins zusammentreffen und fester zum Begriffe verschmelzen. — Auch den Umfang der Raumvorstellungen vermag der Sprachausdruck wenigstens zu erhalten. Erfolgt auf die Frage: Welche Lage haben die Geraden *ab*, *cd* zu einander? die lakonische Antwort: senkrecht, so hat der Schüler gewiss nur die Umgebung des Scheitels angesehen; wird er jedoch durch weitere Fragen dazu geführt und angehalten, sein Urtheil in einen ganzen Satz zu kleiden, so muss er wenigstens um der Buchstabenbezeichnung der Endpunkte willen die Linien durchlaufen. — Endlich vermag die sprachliche Fassung auch den Inhalt der Vorstellungen fester anzueignen, sofern Bildung und Umformung der Sätze auf wirkliche Phantasiethätigkeit sich stützen, was aber nur dann der Fall ist, wenn man nicht Phrasen des Lehrbuches nachleiert, sondern das Sprachgefühl des Schülers selbst anruft.

Unter den betrachteten Ausdrucksformen gebührt sonach mit Bezug auf räumliches Denken der Zeichnung die erste Stelle, weil sie die genaue Wiederholung der Raumvorstellung ist, der Zahl die zweite, weil sie die Vorstellung durch einfache Erinnerung zum Begriffe verdichtet, der Sprache die dritte, weil sie denselben Zweck nur mittelst Uebersetzung durch Klangbilder erfüllt. Räumliches Denken soll der Geometrieunterricht entwickeln; indem er den Ausdruck der Vorstellung durch Zeichnung, Zahl und Sprache vervollkommnet. In welcher Stufenfolge kann das geschehen? Nachdem oben gezeigt worden, dass Zeichnung und Zahl ausreichen, um Raumvorstellungen deutlich auszudrücken, darf ich mich darauf beschränken, jene Stufen durch diese beiden Darstellungsmittel zu kennzeichnen.

I. Maassform und Maasszahl. Im Anschauungsunterricht der Volksschule hat die Raumlehre zunächst genaue Wahrnehmung der Gestalt und Lage von Gegenständen der

Umgebung zu erzielen. Das planlose Schweifen der kindlichen Phantasie muss gebannt werden durch Richtung der Aufmerksamkeit auf bezeichnende Merkmale: Ecken, Kanten, Flächen, welche sich zu klaren Vorstellungen der Dinge verschmelzen sollen. Messen führt den Zahlbegriff ein und mit ihm werden die Raumbegriffe der Grösse und der Form gewonnen. Noch ist bloss der ebene Raum der Localzeichen klar bewusst, noch haftet die Auffassung an einzelnen Ansichten der Gegenstände. Hier knüpfen wir an, diejenigen auswählend, welche zugleich einfach und charakteristisch hervortreten: Das Quadrat der Würfelseite, das Rechteck des Stabes, den Kreis der Walze; wir zeichnen sie nach dem Augenmaasse, messen sie, zeichnen sie auf nach dem Maasse, theilen sie ein, rechnen ihren Flächenraum aus, selbst vom Rauminhalt einzelner Körper gelingt es eine Vorstellung zu gewinnen. Weiter schreitend üben wir Zeichnen und Messen zuerst am Sichtbaren, darauf an der Erinnerung und halten uns im Ganzen hauptsächlich an die Bedürfnisse des Handwerksgesellen, der nach Zeichnung arbeitet. Ansicht, Grundriss, Durchschnitt einfacher gewerblicher Erzeugnisse nebst Berechnung ihres Flächen- und Körperinhaltes gehören desshalb schon auf diese Stufe. Jedoch biete man nur Grundformen solcher Gegenstände mit Maaszahlen, welche vorzugsweise Vielfache von 2, 3, 5 sind und sinnfällige Verhältnisse aufweisen; sorge dafür, dass diese Grundformen in Fällen der Anwendung als fest angeeignete Maassformen dem Gedächtnisse zur Verfügung stehen.

II. Figur und Gleichheit. Tritt beim Auffassen der Form die Vorstellung des Stofflichen zurück und wendet sich dafür die Aufmerksamkeit den Grössen zu, so nennen wir die Form Figur. Das gleichartig Wiederkehrende, welches dabei zuerst dem Bewusstsein sich aufdrängt, fassen wir durch die Zahl als Gleichheit. Wesentlich ist für diese Stufe: das Freiwerden der Vorstellung von der starren Form, der bestimmten Zahl, Bedingung dazu: Vielfache Reproduction der Vorstellungen unter mannigfaltigen Verhältnissen. Dadurch treten die Elemente in die verschiedensten Associationen ein, übt sich die Aufmerksamkeit für jeden Fall die ent-

scheidenden zu wählen. Kurz: Die Figuren müssen wiederholt unter verschiedenen Annahmen gezeichnet und die Rechnungen mit anderen Zahlen ausgeführt werden. Das Erkennen der Gleichheit mit dem Augenmaass bleibe der entscheidende practische Gewinn! — Beweis und Satz sind Formen, das Erkannte zu ordnen, zu fassen, sie mögen als reife Frucht vorausgegangenen Zeichnens und Rechnens hervortreten. Das Gedächtniss schärfe man mehr für Anschauungen als für Sätze, komme mit der Zeichnung nur dann und so lange zu Hülfe, als die Phantasie dieser Stütze dringend bedarf. — Massgebend für Auswahl und Umfang des Lehrstoffes auf dieser Stufe sind die theoretischen Kenntnisse und Aufgaben des Werkführers und technischen Zeichners. — Im ebenen Raum ordnen wir die Figuren nach den Gesichtspunkten der Congruenz, Flächengleichheit und Aehnlichkeit, an die Kreisrechnung schliesst sich die Trigonometrie. Nachdem schon die vorige Stufe mit den einzelnen Rissen der Körper vertraut gemacht und durch die eingeschriebenen Maasszahlen auf die paarweise gemeinsamen Dimensionen hingewiesen, dürfen wir die Bildebenen jetzt zusammenstossen, an der Hand von Körpermodellen Orthogonalprojection und Perspective zeigen, Fragen über Körperschnitte, Schatten erledigen, soweit sie praktisches Interesse haben, woran sich natürlich die Sätze der Stereometrie, der Volumberechnung knüpfen, die wir so durch genaue Zeichnung stützen und zur Messenschätzung erweitern können.

III. Ort und Gleichung. Aus der Zusammenfassung verschiedener Erscheinungen derselben Figur entspringt die Vorstellung des Festen und des Veränderlichen; durch den Wechsel in den Werthen derselben Gleichheit entwickelt sich die Vorstellung von ihrer gegenseitigen Abhängigkeit. Die Linie ist der Ort, in welchem Punkte sich bewegen, der Punkt ist der Ort in welchem verschiedene Linien zusammentreffen. Die Lage des Punktes auf der Linie oder die Richtung der Linie vom Punkte aus wird festgestellt durch eine Gleichung, welche das Gesetz der Abhängigkeit constanter und veränderlicher Werthe ausdrückt. Hier also treten die Grundgebilde der neuern Geometrie aus vorherge-

gangenen Figurenreihen als die gemeinsamen Maasselemente hervor, und hier ist gleichzeitig die Möglichkeit geboten, die erweiterte Raumauffassung durch die Zahl entsprechend auszudrücken. Wenn Ort an Ort sich misst, bilden Coordinatensysteme, eine Verbindung von Orten, das zweckentsprechende Maasselement; gerade wie auf den vorigen Stufen, wo Linie mit Linie, Winkel mit Winkel verglichen ward, auch Linien und Winkel die Maasseinheit gaben. Jedesmal galten die Maasselemente als Symbol für gewisse Klassen gleichartiger Vorstellungen, Desswegen gelangen wir von der ebenen Figur aus mit dem gleichen Rechte zu Punktreihe und Strahlbüschel, wie von der Projectionslehre aus geschieht. Die Perspective war allerdings eine Veranlassung zur Conception auch des ebenen Strahlbüschels; aber die unerlässliche Vorbedingung zur Bildung des ebenen Raumbegriffes kann nur die ebene Figur sein. — Ordnung der Gebilde im ebenen Raum der Localzeichen ist das erste Glied, Zusammenhang des ebenen Bildes in der Körpervorstellung mit der Tiefendimension, dem Continuum der Innervationsgefühle, das zweite Glied der totalen Raumanschauung, unseres Hauptzieles. Kinder greifen nach dem Monde, geheilte Blindgeborene glauben die gesehenen Gegenstände unmittelbar auf ihren Augen liegen. Nicht allein in der Geometrie hat sich die Scheidung von Planimetrie und Stereometrie festgesetzt, auch das Freihandzeichnen ging in alter Zeit schon beim Unterricht „vom Flachen zum Runden“ über. Tiefenwahrnehmung muss aus Tastbewegungen mit Hülfe vergleichender Vorstellungen erst erlernt werden, indessen das Continuum der Localzeichen schon mit den Tastempfindungen aus Reflexbewegungen gegeben ist. Die Scheidung zwischen der Ebene und dem Körperraum hat ihren psychologischen Grund, nur die dogmatische Strenge der Durchführung bleibt, wie anderwärts, ungerechtfertigt, weil sie den naturgemässen Wechsel in der Anspannung verschiedener Geisteskräfte hemmt. — Ob wir jedoch in der Ebene oder im Körperraum arbeiten, Zeichnung und Zahl nehmen auf dieser Stufe mehr und mehr symbolischen Charakter an, indem sie die Vorstellung durch die maassgebenden Grössen eher andeuten als wirklich umschreiben

Während Zeichnung und Zahlausdruck auf der vorigen Stufe noch in ihrer vollständigen Ausführung die Stelle eines Untersuchungsobjectes ausfüllten, verdichten sie sich jetzt zu blossen Marksteinen am Wege der Gedanken. Die Ziele bestimmt auf dieser Stufe die Wissenschaft selbst. — Vom Anschauen, Betasten der Körper giengen wir aus, damals ward nur das ebene Continuum der Localzeichen klar bewusst; aus Ecken und Kanten schlossen sich Umrisse zusammen, einzelne Ansichten; was die Augen sagten, wusste man noch nicht zu deuten, man griff nach den Dingen, betastete sie, lernte sie messen. — Indem der Formenreichthum sich mehrt, die Hand zeichnend Figuren nach- und neubildet, lernt man auch mit dem Auge Gleichheiten und Aehnlichkeiten in denselben erkennen, die verschiedenen Risse vereinigen sich zur Körpervorstellung, aus der Vergleichung des Nahen und Fernen wird uns die Wirkung der Tiefe im Bilde bewusst. — Inzwischen haben sich manigfaltige Figurenreihen zusammengefunden, wir suchen sie zu überschauen, indem wir sie durch Bewegung auseinander ableiten und nach ihrer Verwandtschaft ordnen. — Die Raumanschauung, die aus Empfindungen und Bewegungen durch unbewusste Verschmelzung des gemeinsam Erregten entspringt, bietet eine Manigfaltigkeit geschlossener Formen, die uns fremd erscheint, weil wir sie nur ausser uns suchen. Die Raumanschauung dagegen, die aus bewussten Schlussreihen sich aufbaut, entfaltet einen Organismus durch Bewegung sich entwickelnder Gebilde, der unserm Geist entspricht, weil seine Gestalten aus unseren Vorstellungen erwachsen, seine Bewegungsgesetze unseren Denkgewohnheiten gemäss eingerichtet sind. Jederzeit ist unsere Raumanschauung für uns die räumliche Natur selbst; wir begreifen die Körperwelt ausser uns eben so weit, als unsere Raumvorstellungen, unsere Maasse reichen. — Die Stufen des Geometrieunterrichtes, die soeben mit wenigen Zügen zusammengefasst wurden, sind nun in Wirklichkeit als gleichberechtigte Anschauungsweisen nebeneinander gestellt. Die Wissenschaft von den Raumgestalten verhält sich in einzelnen ihrer Zweige mehr direkt messend, in anderen hauptsächlich zeichnend, in dritten mit Vorliebe über-

schauend. So der einzelne Mensch! Wie sein Leben wechselt zwischen Wachsein und Schlaf, kann er auch nur beim Wechsel in Anspannung seiner Geisteskräfte gesund bleiben. Er wird sich darum bald dem Tastsinn vertrauen, messen, bald das Sehorgan beanspruchen, zeichnen, bald die Phantasie sich in freier Umschau ergehen lassen. Keiner einzelnen Auffassungsweise gehört dauernd das Vorrecht die richtige zu sein; sondern in jedem Fall derjenigen, welche der Geistesanlage und dem Zweck am genauesten entspricht.

Oben zeigten wir, dass die Gewissheit unserer Erkenntniss von der Vielseitigkeit ihrer Prüfung durch verschiedene Organe abhängig sei; was die letztern für den Körper, sind die einzelnen Zweige für die Wissenschaft. Darum begründet den sichern Fortschritt geometrischen Wissens allein das Zusammenwirken von messender, zeichnender und überschauender Bearbeitung der Raumgestalten.

[F. Graberg.]

Kritische Bemerkungen zu der Entdeckung des Hrn. Börnstein über den Einfluss des Lichtes auf den electrischen Leitungswiderstand von Metallen. Vor Kurzem hat Hr. Börnstein in Heidelberg in der Schrift: Der Einfluss des Lichtes auf den electrischen Leitungs-Widerstand von Metallen, Heidelberg 1877 (Habilitationsschrift), (ein Auszug dieser Schrift ist im Philos. Mag., June 1877, Vol. 3, p. 481 enthalten) über eine Reihe von ihm ausgeführter Untersuchungen berichtet, aus welchen er folgende Resultate zieht:

1. Die Eigenschaft, durch Einwirkung von Lichtstrahlen einen geringeren electrischen Leitungswiderstand zu erlangen, ist nicht auf die Metalloide Selen und Tellur beschränkt, sondern kommt auch dem Platin, Gold und Silber zu, höchst wahrscheinlich überhaupt allen Metallen.
2. Die Leitungsfähigkeit eines Leiters wird durch den Durchgang selbst des schwächsten electrischen Stromes, z. B.

eines durch schwache Magneto-Induction hervorgerufenen Stromes, ganz erheblich (bis zu mehr als ein Procent) vermindert und nimmt nach Aufhören des Stromes ihren früheren Werth allmälich wieder an.

3. Ganz analog dem Verhalten der Leitungsfähigkeit ist das Verhalten der Lichtempfindlichkeit eines Leiters gegenüber dem Durchgang eines electrischen Stromes.

Bei der Ausführung meiner Untersuchungen über die Wärmeentwicklung des stationären electrischen Stromes, über deren Resultate in diesem Hefte Bericht erstattet worden ist, war ich, um möglichen Fehlern vorzubeugen, dazu gedrängt worden, die Frage eingehend zu untersuchen: wird der Widerstand eines metallischen Leiters durch den blossen Durchgang eines electrischen Stromes in messbarer Weise verändert oder nicht? Aus den angestellten Messungen ergab sich (wie auf S. 300 dieses Hefts angegeben ist) das Resultat: So lange die Stärke eines electrischen Stromes unter dem Werthe 6 (absolutes electromagnetisches Maass) bleibt, bewirkt der blosse Durchgang des Stromes durch einen Leiter (Platindraht) keine deutlich nachweisbare Veränderung in dem Leitungswiderstande des letzteren, d. h. ist die etwa eintretende Aenderung im Leitungswiderstande gleich oder kleiner als die bei den schärfsten Widerstandsmessungen auftretenden Beobachtungsfehler. Um sicher nachweisbare Aenderungen im Leitungswiderstande dünner Platindrähte durch den blossen Durchgang eines electrischen Stroms zu erzielen, musste ich Ströme anwenden, deren Stärke den Werth 7 überstieg.

Das Resultat 2) der Untersuchungen des Hrn. Börnstein steht demnach mit der Summe meiner Erfahrungen in auffallendem Widerspruch. Zugleich lässt dasselbe die Ergebnisse aller bisherigen Widerstandsmessungen als höchst unzuverlässig erscheinen. Wenn schon der schwächste, durch Magneto-Induction hervorgerufene Strom den Widerstand seines Leiters um mehr als ein Procent vorübergehend zu ändern vermag, so sind genaue Widerstandsmessungen principiell unmöglich. Diese principielle Wichtigkeit der Frage hat mich veranlasst, zu untersuchen, auf welcher Seite der begangene Fehler liegen könnte. Eine Durchsicht der Arbeit des Hrn.

B. hat mir ergeben, dass das Resultat 2) nebst den Resultaten 1) und 3), höchst wahrscheinlich, ja vielleicht sicher, nichts Anderes als Folgen zweier Versehen sind, die Hr. B. bei der Ausführung seiner Untersuchungen begangen hat.

Zur Begründung der oben genannten Aussprüche hat sich Hr. B. dreier verschiedener Methoden bedient. Zuerst bestimmte er das Verhältniss der Widerstände w und w_1 eines und desselben Leiters im unbelichteten und belichteten Zustand nach dem Wheatstone'schen Brückenverfahren. 98 Versuche ergaben, dass der Widerstand eines dünnen Platindrahts in Folge von Belichtung im Mittel um $\frac{1}{8333}$ verkleinert wird; aus 62 weiteren Versuchen folgte, dass der Widerstand eines dünnen Goldblatts durch Belichtung im Mittel um circa $\frac{1}{7000}$ seines anfänglichen Werthes abnimmt. Für jeden mit Widerstandsmessungen hinreichend Vertrauten liegen diese constatirten Widerstands-Unterschiede an der Grenze der mit den besten Hülfsmitteln sicher constatirbaren Widerstandsdifferenzen. Immerhin könnte man zugeben, dass diese Mittelzahlen einen factischen Einfluss der Belichtung auf den Widerstand eines Metalles wahrscheinlich machen, sobald die Resultate jedes Versuchs, oder doch der bei weitem zahlreichsten Versuche nach derselben Richtung fallen. Das ist nun aber durchaus nicht der Fall. Es ergaben z. B. die Versuche, die Hr. B. mit zwei frischen Platindrähten an drei auf einander folgenden Tagen ausführte (S. 15 seiner Schrift): Der Widerstand der benutzten Platindrähte wird durch Bestrahlung mit Natriumlicht verändert in dem Verhältniss:

1 : 1 — 0.000633	1 : 1 + 0.000036
1 : 1 — 0.000172	1 : 1 + 0.000098
1 : 1 + 0.000031	1 : 1 + 0.000023
1 : 1 — 0.000027	1 : 1 — 0.000166
1 : 1 — 0.000013	1 : 1 + 0.000082
1 : 1 — 0.000041	1 : 1 + 0.000112
	1 : 1 + 0.000093

In 6 Fällen erzeugte die Bestrahlung eine Verminderung des Widerstandes, in 7 Fällen eine Erhöhung; der Mittelwerth ergiebt allerdings eine Widerstandsverminderung in Folge der Bestrahlung gleich $\frac{1}{22700}$, worauf jedoch wenig Gewicht zu legen ist. Denn lässt man von diesen 13 Beobachtungen die erste weg, so ändert der Mittelwerth das Vorzeichen und die genannten Beobachtungen liefern bei Ausschluss der ersten in qualitativer Hinsicht das entgegengesetzte Resultat. Aehnliche Resultate ergeben die übrigen Beobachtungen. Hr. B. selbst scheint der Meinung zu sein, dass die Ergebnisse dieser ersten Versuchsmethode den Einfluss der Belichtung nicht hinreichend sicher hervortreten lassen. Doch glaubt er dieses etwas ungewisse Endergebniss auf Rechnung der Beobachtungsmethode setzen zu müssen, da ihm die beiden übrigen benutzten Untersuchungsmethoden den Einfluss der Belichtung auf den Widerstand eines Metalles ganz deutlich anzuzeigen scheinen.

Diese beiden Methoden (die von Hrn. W. Weber in die Praxis der Widerstandsmessungen eingeführt wurden) gestatteten Hrn. B. mit äusserst schwachen, durch Magneto-Induction hervorgerufenen Strömen die Widerstandsvergleichungen vornehmen zu können. In der ersten dieser Methoden bildet er einen geschlossenen Kreis aus einem empfindlichen Multiplicator, einem W. Weber'schen Magnet-Inductor und dem zu untersuchenden Widerstande. Die Nadel des Multiplicators wird mittelst des Magnet-Inductors nach der „Zurückwerfungsmethode“ in Gang gesetzt und aus den constanten Grenzbögen a und b, a_1 und b_1, welche die Nadel bei unbelichtetem und belichtetem eingeschaltetem Widerstande beschreibt, wird auf die Veränderung geschlossen, welche der eingeschaltete Widerstand durch die Belichtung erleidet. Bedeutet w_0 die Summe der Widerstände des ganzen Kreises mit Ausnahme des zu untersuchenden Widerstandes, wird der Werth des letzteren in unbelichtetem Zustande gleich w und in belichtetem Zustande gleich w_1 gesetzt, so ist die Grösse

$$\left.\begin{array}{l}\psi = \dfrac{a^2 + b^2}{\sqrt{a\,b}} \text{ dem Werthe } w_0 + w \\ \text{und } \psi_1 = \dfrac{a_1^{\,2} + b_1^{\,2}}{\sqrt{a_1\,b_1}} \text{ dem Werthe } w_0 + w_1\end{array}\right\} \text{reciprok proportional.}$$

An die Stelle des Widerstandes w resp. w_1 setzte Hr. B. ein Goldblatt von circa 3 Q. E. Widerstand und ermittelte die Werthe 2ψ und $2\psi_1$ bei unbestrahltem und bei (mit Natriumlicht) bestrahltem Goldblatt. Die von Hrn. B. mitgetheilten Ergebnisse seiner Beobachtungen nach dieser Methode sind:

Erste Reihe.

	Golbblatt unbestrahlt	Goldblatt bestrahlt
	$2\psi = 639.52$	$2\psi_1 = 639.27$
	638.11	638.86
	637.56	637.91
	637.02	637.41
	637.24	637.40
	636.10	636.88
Der Mittelwerth ist:	$\overline{2\psi} = 637.59$	$\overline{2\psi_1} = 637.95$

Am folgenden Tage wurden die Versuche wiederholt. Es fand sich:

Zweite Reihe.

	Golblatt unbestrahlt	Goldblatt bestrahlt
	$2\psi = 641.24$	$2\psi_1 = 640.60$
	640.26	640.39
	639.98	639.62
Der Mittelwerth ist:	$\overline{2\psi} = 640.49$	$\overline{2\psi_1} = 640.20$

Ich habe diese Beobachtungsergebnisse angeführt um zunächst hervorzuheben, was Hr. B. hervorzuheben unterlässt: Diese Zahlen zeigen auf das Deutlichste, dass ein Einfluss der Belichtung auf den Widerstand eines metallischen Leiters mit grosser Wahrscheinlichkeit nicht vorhanden ist: nach der ersten Beobachtungsreihe würde sich der Widerstand des Goldblattes in Folge der Belichtung vermindern (entsprechend der Differenz $\overline{2\psi_1} - \overline{2\psi} = +\,0.36$), nach der zweiten Beobachtungsreihe dagegen vergrössern (entsprechend der fast gleich grossen Differenz $\overline{2\psi} - \overline{2\psi_1} = +\,0.29$). Und um weiter die Folgerung, die Hr. B. daraus gezogen hat:

„Durch diese Beobachtungen ist bewiesen: durch blos-
„ses Hindurchleiten electrischer Ströme wird der Leitungs-
„widerstand der dünnen Goldschicht für die Dauer etwa
„eines Tages um mehr als ein Procent vermehrt"

als unbegründet zu erklären.

Hr. B. verlegt die Ursache der stetigen Abnahme der Zahlenwerthe von 2ψ und $2\psi_1$ einzig und allein in das untersuchte Goldblatt und berechnet darauf hin einen Widerstandszuwachs des Goldblattes während der ersten Beobachtungsreihe von $1^1/_4$ Procent. So lange aber der Nachweis dafür nicht geliefert worden ist, dass während der ganzen Beobachtungsreihe der Widerstand w_0 der übrigen Theile des Schliessungskreises vollkommen unverändert blieb, ist dieses Verfahren unzulässig. w_0 blieb nicht constant; nach der Angabe des Hrn. B. stieg die „Zimmertemperatur" während der Beobachtungsreihe von 13.°7 auf 14°.3 C. Dadurch musste der Gesammtwiderstand des Schliessungskreises stetig zunehmen bis zu circa $\frac{1}{450}$ des anfänglichen Werthes. Diese Zunahme beträgt allerdings nur die Hälfte der Zunahme, welche aus den obigen Zahlenwerthen von 2ψ und $2\psi_1$ zu Anfang und zu Ende der ersten Beobachtungsreihe folgt. Die zweite Hälfte der Zunahme ist noch zu erklären. Ich glaube, die Erklärung lässt sich in ungezwungenster Weise so geben: wenn die „Zimmertemperatur" während der Beobachtungsreihe um 0°.6 stieg, so ist vielleicht die mittlere Temperatur von Multiplicator, Inductor und Widerstand während derselben Zeit um einige 0°.1 mehr gestiegen. Bei allen meinen absoluten Widerstandsmessungen, in denen die einzelnen Theile des benutzten Schliessungskreises über grössere Räume sich verbreiteten, habe ich immer beträchtliche Aenderungen der Temperatur über die einzelnen Theile des Schliessungskreises hin beobachtet und habe ich mehrfach Gelegenheit gehabt, die Bemerkung zu machen, dass man Fehler von 0.°25 ja 0.°50 in der Temperaturbestimmung begehen würde, falls man ohne Weiteres die „Zimmertemperatur" gleich der mittleren Temperatur des benutzten galvanischen Schliessungskreises setzen wollte.

Bei diesen Umständen glaube ich fast mit Sicherheit behaupten zu dürfen: die beobachtete stetige Vergrösserung des

Widerstandes ist keine „Nachwirkung des electrischen Stromes“, wie Hr. Börnstein glaubt folgern zu müssen, die nach Ablauf der Beobachtungen nach und nach wieder verschwand, sie ist vielmehr eine directe Wirkung der im Laufe der Beobachtungsreihe eingetretenen Temperaturerhöhung des Schliessungskreises. — Die hier benutzte Methode der Widerstandsbestimmung lässt nur dann richtige Werthe der zu messenden Widerstände gewinnen, wenn gleichzeitig mit möglichst feinen galvanometrischen Messungen ebenso genaue Temperaturbestimmungen über alle Theile des ausgedehnten Schliessungskreises und über die ganze Beobachtungszeit hin gemacht werden. Hr. B. hat dieses nicht gethan; er hat die Zehntausendstel der Skalentheile in den mittleren Galvanometerausschlägen noch in Rechnung gezogen, den Verlauf der „Zimmertemperatur“ aber nur in gröberen Umrissen verfolgt.

Um nach einer weiteren Methode die Lichtempfindlichkeit einer von einem schwachen electrischen Strom durchflossenen Metallplatte möglichst frei von störenden Einflüssen zu untersuchen, wendet Hr. B. die von Hrn. W. Weber in die Widerstandsmessungen eingeführte Dämpfungsmethode an. Es wird das logarithmische Decrement der Amplituden einer Multiplicatornadel beobachtet 1) während der Multiplicator offen ist, 2) während der Multiplicator durch einen eingeschalteten metallischen unbelichteten Leiter geschlossen ist und 3) während der Multiplicator durch den nämlichen metallischen, jedoch belichteten Leiter geschlossen ist. Werden die in diesen 3 Fällen beobachteten logarithmischen Decremente mit λ_0, λ, λ_1 bezeichnet, bedeutet w_0 den Widerstand des Multiplicators, w den Widerstand des untersuchten metallischen Leiters in unbelichtetem Zustande und w_1 den Widerstand desselben Leiters im belichteten Zustande, so ist (mit hinreichender Annäherung)

$$\left.\begin{array}{r} \lambda-\lambda_0 \text{ der Grösse } w_0+w \\ \text{und } \lambda_1-\lambda_0 \text{ der Grösse } w_0+w_1 \end{array}\right\} \text{ reciprok proportional.}$$

Aus den beobachteten Differenzen $\lambda-\lambda_0$ und $\lambda_1-\lambda_0$ kann bei constantem w_0 ein Rückschluss auf das Verhältniss $\frac{w_1}{w}$ gemacht werden.

Nach dieser Methode stellte Hr. B mit dünnen Platin-, Gold- und Silberplatten eine grosse Reihe von Versuchen an. Er glaubt aus denselben folgern zu müssen:

1. „Die Metalle Gold, Platin und Silber erlangen, ähnlich wie dies vom Selen und Tellur schon bekannt ist, durch Einwirkung von Lichtstrahlen einen Zuwachs von electrischer Leitungsfähigkeit, dessen Grösse nach den bisherigen Beobachtungen resp. bis zu 3, 4, 5 Procent der gesammten Leitungsfähigkeit betragen kann."
2. „Die vom electrischen Strom erregte Verminderung der Leitungsfähigkeit, welche oben als electrische Nachwirkung bezeichnet wurde, ist begleitet von einer Abnahme der Lichtempfindlichkeit."

Bei der Ableitung dieser Ergebnisse ist jedoch Hr. Börnstein von der Annahme eines Factums ausgegangen, das schwerlich bei seinen Messungen realisirt war: er nahm an, das logarithmische Decrement bei offenem Multiplicator sei eine unveränderliche Grösse, die für jeden Multiplicator nur „ein für alle Mal" zu bestimmen sei. Diese Annahme ist unrichtig; λ_0 ist eine sehr veränderliche Grösse. Bei meinen absoluten Widerstandsmessungen habe ich Wochen hindurch Tag für Tag Gelegenheit gehabt, mich von der grossen Veränderlichkeit der Grösse λ_0 zu überzeugen. Um eine Idee von dem Umfange und der Art dieser Veränderlichkeit zu geben, führe ich die Ergebnisse an, die ich an drei ohne Wahl herausgegriffenen Beobachtungstagen erhalten habe:

4. April 1876.		16. Sept. 1876.		1. Oct. 1877.	
	λ_0		λ_0		λ_0
0—40	0.000577	0—80	0.000535	0—60	0.000314
40—80	559	80—180	410	60—120	426
80—120	484	240—300	332	120—180	523
150—190	429	380—440	317	180—240	560
240—300	403			240—300	517
				300—360	444
				360—420	418
				420—480	424
				480—560	423

Die Zahlen der ersten Reihe in jeder dieser 3 Tabellen bedeuten die Ordnungszahlen der Schwingungen, aus denen das logarithmische Decrement λ_0 abgeleitet wurde.

Diese Beobachtungen wurden an den Schwingungen eines circa ½pfündigen Magnets gemacht, der an einem langen dünnen Messingdrahte an der Decke des Zimmers aufgehängt war; Hr. Börnstein arbeitete bei seinem Multiplicator I mit einem einpfündigen Magnet, der an einem langen dünnen Eisendraht befestigt war. Die Erscheinung eines variabeln λ_0, die bei meinen Beobachtungen permanent zu beobachten war, ist sicher auch bei den seinigen in analoger Weise zu Tage getreten. Die von ihm mitgetheilten Zahlen lassen dieses deutlich erkennen. Die Grösse $\lambda - \lambda_0$ sollte bei den auf einander folgenden Beobachtungen bei unbelichtetem oder bei belichtetem metallischen Leiter nahezu constant sein; sie ist es aber bei Weitem nicht, weil Herr B. nicht den gerade jedesmal gültigen Werth von λ_0 zur Bildung der Differenz $\lambda - \lambda_0$ benutzt hat, sondern einen „ein für allemal" bestimmten. So hat z. B. gleich die erste Reihe, die Hr. B. für die Differenz $\lambda - \lambda_0$ mittheilt, die auf einander folgenden Werthe: 0.04180, 0.04287 und 0,04259, also Werthe, die bis zu 2½ Procent von einander abweichen.

Alle Folgerungen, die Hr. B. aus den Beobachtungen nach dieser Methode gezogen hat (und gerade diese sind es, die ihm als die zuverlässigsten erscheinen) sind daher so lange als nicht bewiesen anzusehen, als er nicht gezeigt hat, dass bei Berücksichtigung der Veränderlichkeit von λ_0 sich dieselben Resultate ergeben.

Fast mit Gewissheit lässt sich voraussagen, dass Hr. B. bei verbesserter Wiederholung seiner Versuche keinen Einfluss der Belichtung auf den Widerstand der Metalle und keine Nachwirkung des electrischen Stromes finden wird. Alle Beobachtungen, die ich in Betreff des Verhaltens der Grösse λ_0 gemacht habe, zeigen übereinstimmend, dass diese Grösse in der ersten Zeit jeder täglichen Beobachtungsreihe stark, später weniger auffallend variirt und schliesslich nach längerer Schwingungszeit einen nahezu constanten Werth annimmt. Dieselbe Erscheinung ist höchst wahrscheinlich auch in den Versuchen des Hrn. B. aufgetreten. In den letzten Beobach-

tungen eines jeden Tages war also sicher der Werth λ_0 nahezu constant, Hrn. B's. Annahme also nahezu erfüllt. Entnehmen wir den Beobachtungsreihen, die Hr. B. für den Multiplicator I gewann, die letzten Werthe jedes Tages für $\lambda - \lambda_0$ und $\lambda_1 - \lambda_0$, so sind es die Werthe:

	Goldblatt 2 unbelichtet.	Goldblatt 2 belichtet.
	$\lambda - \lambda_0 =$ 0.04279	$\lambda_1 - \lambda_0 =$ 0.04277
	0.04289	0.04303
	0.04313	0.04358
	0.04392	0.04353
	0.04325	0.04337
	0.04242	0.04250
	0.04209	0.04159
Die Mittelwerthe:	0.04293	0.04291

sind also so gut wie vollkommen gleich; die kleine Differenz (die noch dazu zu Ungunsten der Börnstein'schen Folgerung über den Einfluss der Belichtung auf den Widerstand der Metalle spricht) hat keine Bedeutung, da sie viel kleiner ist, als der unvermeidliche Beobachtungsfehler. Ein Einfluss der Belichtung auf die Grösse eines metallischen Widerstandes ist also nicht zu erkennen.

Zürich, Anfang October 1877. H. F. Weber.

Nachschrift.

Ich erhielt heute von Hrn. Dr. W. Siemens eine Abhandlung: „Ueber die Abhängigkeit der electrischen Leitungsfähigkeit des Selens von Wärme und Licht" (Monatsber. der Berl. Academie, Juniheft 1877), in welcher er u. A. über Versuche referirt, die er zur Prüfung der Resultate des Hrn. B. angestellt hat und die sodann durch Hrn. G. Hansemann in vollkommenerer Weise ausgeführt wurden. Keines der Resultate des Hrn. Börnstein wurde bestätigt. Da Hr. Siemens die möglichen Ursachen der eigenthümlichen Resultate des Hrn. B. dahingestellt sein lässt („Welches die Ursachen der abweichenden Versuchsresultate des Hrn. B. sind, lässt sich nicht beurtheilen, da die Versuche desselben hiezu nicht eingehend genug beschrieben sind"), so behalten die obigen Be-

merkungen, trotz der bereits erfolgten positiven Widerlegung der Resultate des Hrn. B., immer noch einiges Interesse, da sie die Ausgangspunkte zur Erklärung der falschen Resultate des Hrn. B. liefern.

13. October 77.

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung).

269 (Forts.). Krusenstern an Horner, London 1814 VIII. 7 (Forts.): Diese Instrumente werden bei Cary gemacht, sowie auch ein von Leslie angegebener Apparat Eis dadurch hervorzubringen, dass man Wasser in einem irdenen Topfe über ein Gefäss setzt, das Schwefelsäure enthält, und das Ganze unter eine Luftpumpe bringt. (Ich drücke mich vielleicht nicht wissenschaftlich aus, aber Sie werden mich wahrscheinlich verstehen; auch kann es nicht neu mehr für Sie seyn). Leslie war sehr neugierig Ihre Memoiren zu sehen, und sobald er aus Paris zurückkommt, wohin er vor 4 Wochen gereist ist, habe ich ihm den 3. Band versprochen. Er hat auch eine Geometrie geschrieben, welche sehr gerühmt wird, und ist Mitarbeiter der Edinburgh Review. Die Herren Gelehrten in Edinburgh werden eine Geographie herausgeben; der mathematische und physische Theil ist Leslie übertragen; sobald er aus Paris zurückkömmt, soll der Druck anfangen. — Von Dr. Brewster, welcher auch in diesen Tagen nach Paris gereist ist, ist im vorigen Jahre erschienen „Treatise on new philosophical instruments with experiments on light and colours.“ Brewster gibt eine neue Encyclopädie heraus unter dem Titel: „Edinburgh Encyclopedia“; die Artikel sind meistens original; 7 parts bis D sind bis jetzt erschienen. — Flinders Reise ist vor 14 Tagen in 2 grossen Quartbänden nebst Atlas (Preis 8 Guineen) erschienen. Sie ist höchst merkwürdig, ich habe sie mit grossem Interesse gelesen. Flinders ist leider gestorben und zwar an dem nämlichen Tage, wo seine Reise zum erstenmal annoncirt ward. Seine Krankheit war eine Folge der beinahe 7jährigen Gefangenschaft auf Isle de France, in welcher ihn der Fran-

zösische Gouverneur: General De Caen schmachten liess, weil Flinders zu stolz war eine Invitation anzunehmen, nachdem ihn De Caen einen Betrüger genannt hatte. Ich bin voll Ingrimm, wenn ich an Flinders denke und hoffe die Herren Reviewers und Recensenten werden den Herrn Grafen De Caen nicht schonen. — Ich habe die Absicht im November auf einige Wochen nach Paris zu reisen; Sie sind ein zu guter Ehemann um Ihre Familie zu verlassen, sonst könnte ich die Freude haben Sie zu sehen; ob ich Sie werde in der Schweiz besuchen können ist eine Frage; ich fürchte dass der schlechte und immer noch schlechter werdende Curs meine Rückkehr nach Russland zu Lande unmöglich machen wird; denn auch hier kann ich nicht mit dem auskommen was mir die Regierung bestimmt. — Schreiben Sie mir recht bald und ausführlich. Geben Sie mir Aufträge welche Sie wollen. Ihre Fragen Physik und Mathematik betreffend sollen mir besonders angenehm seyn, weil sie zu gleicher Zeit auch instructiv für mich werden. Ich bitte Sie um eine Instruction für Otto Kotzebue über nautische Physik und nautische Astronomie. Seine Reise geht im künftigen Frühling bestimmt vor sich. Das Schiff wird jetzt in Abo gebaut. Ich habe 2 Chronometer und mehrere physikalische Instrumente, letztere bey Troughton, bestellt. Es ist schade dass kein Physiker oder Astronom mitgeht. Als Naturforscher geht Professor Ledebour mit. In öffentlichen Blättern darf von dieser Expedition noch nicht die Rede seyn, weil der Kaiser noch nichts davon weiss.

Gauss an Horner, Göttingen 1814 IX 13. Ich bin Ihnen, Verehrtester Herr Hofrath, noch meinen verbindlichsten Dank schuldig für die interessanten Mittheilungen, die ich vor zwei Jahren durch Hrn. Spöndli von Ihnen erhalten habe. Sie waren mir desto willkommener, weil ich gerade damals aus München einen 12zölligen Kreis erwartete, und ich daher alles was diese berühmte Werkstatt anging mit verdoppeltem Interesse aufnahm. Meine Erwartungen sind nicht getäuscht; auch von optischer Seite sind die dort verfertigten Instrumente ausserordentlich. Mehr noch als die kleine Fernröhre am Kreis und Theodolithen zeigt dies ein Heliometer von 43 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung, welches ich diesen

Sommer von dort erhalten habe (Es ist das erste Instrument dieser Art was dort verfertigt ist). Ich habe indessen die Gläser noch nicht herausnehmen mögen um ihre Krümmungshalbmesser zu bestimmen, was aber noch geschehen soll. Dies schöne Instrument zeichnet sich auch dadurch aus, dass es zur Repetition eingerichtet ist, was durch unabhängige Beweglichkeit beider Objectivhälften bewirkt ist. — In den optischen Wissenschaften ist gewiss noch vieles zu thun, und ich werde mich in Zukunft noch recht ernstlich darauf einlassen, bisher haben mich aber noch immer andere Arbeiten davon abgehalten. — Die monatliche Correspondenz, welche seit Anfang dieses Jahres suspendirt gewesen ist, wird mit dem nächsten Jahr wieder anfangen. Hr. v. Lindenau hatte in Paris eine gefährliche Verwundung erhalten, ist aber jetzt wieder ganz hergestellt, und bereits auf den Seeberg zurückgekehrt. — Die hiesige neue Sternwarte ist jetzt bis auf den innern Ausbau ziemlich vollendet, die Flügel aber die zu Wohngebäuden dienen werden sind noch gar nicht angefangen. In diesem Jahre hat nur wenig geschehen können und zwei Jahre gehen gewiss noch darüber hin bis ich sie werde beziehen können. — Hr. v. Zach hat ein neues ziemlich starkes Werk herausgegeben „l'attraction des montagnes". Es ist nur zu bedauern, dass dieser grosse Beobachter nur einen Berg von schwacher Wirkung benutzen konnte. Die ganze Wirkung beträgt kaum 2".

Krusenstern an Horner, London 1814 X 2. Ich vergass Ihnen in meinem letzten Briefe zu schreiben, dass auch Parrot an einer physischen Geographie arbeitet. In seinem letzten Briefe schreibt er mir Folgendes: „Ich wage in dem geologischen Theil den noch nie gemachten Versuch alles aufzubieten, was Physik, Chemie und Mathematik zur Entzifferung des Chaos der Bildung unserer Erdkruste leisten können, oder vielmehr was meine Kenntnisse in diesen drei Wissenschaften vermögen; für den mineralogischen Theil benutze ich den trefflichen Engelhardt, von dessen reinem unbefangenem Sinn, grossen Kenntnissen und philosophischem Beobachtungsgeiste ich mich täglich mehr überzeuge". Parrot hofft dieses Werk zum Anfange des nächsten Jahres dem Drucke zu übergeben. — Für die versprochene Instruction

Otto Kotzebue danke ich Ihnen recht sehr; ich rechne sowohl auf seinen guten Willen als auf den von Professor Ledebour, welcher die Reise als Naturforscher mitmacht; auch geht ein junger Mann von der Universität Dorpat als Arzt mit. Ich habe die Herren gebeten sich von Parrot eine Anleitung zu den nothwendigsten physicalischen Beobachtungen geben zu lassen, also ganz unerfahren werden sie nicht sein. — Troughton hat einen Mauerkreis für Greenwich gemacht, welcher wahrscheinlich das vollkommenste Instrument dieser Art ist. Der Kreis hat 6 Fuss und 2 Zoll im Durchmesser, und hat 2 merkwürdige Eigenschaften: 1) Er bedarf keines Lothes und Niveaus um Polardistanzen zu messen; 2) bewegt sich das Fernrohr mit dem Kreise; es können daher mehrere Messungen des nämlichen Gestirnes auf verschiedenen Theilen des Gradbogens gemacht werden, welche ganz unabhängig von einander sind, wodurch die Fehler der Eintheilung auf die sicherste Weise zerstört werden. — Meine Reise nach Paris geht wohl nicht früher als im Jenner vor sich; ich würde mich natürlich unendlich freuen Sie dort zu sehen, ausserdem kann es Ihnen nicht gleichgültig sein Paris zu sehen und die persönliche Bekanntschaft von so vielen berühmten Männern zu machen.

Krusenstern an Horner, London 1814 XII 4. Ich habe in so langer Zeit keinen Brief von Ihnen bekommen, dass ich unmöglich London verlassen kann ohne Ihnen früher ein paar Worte zu schreiben. Ich trete morgen eine Reise in's Innere von England an, d. h. nach Oxford, Gloucester, Bristol, Exeter, Plymouth, Sidmouth (wo ich 3 Wochen bleiben werde) und Portsmouth. Ich werde ungefähr 8 Wochen abwesend seyn. Am Ende Februar oder, spätestens am Anfang Merz reise ich nach Paris; ich hoffe früher von Ihnen zu erfahren, ob Sie auch zu der Zeit werden dahin kommen, worüber ich mich erstaunlich freuen würde. — Troughton findet Ihre Idee zu einem verbesserten Inclinatorium gut und wird die von mir bestellten nach Ihrer Angabe machen. — Einen Box Time Keeper habe ich bey Hardy für 50 L. bestellt und einen Pocket Chronometer bey Berraud für 50 Guineen. Hardy hat die neue astronomische Uhr für die Greenwicher Sternwarte gemacht;

sie hat einen Mercurial Pendulum und ein Echappement von Hardy's Erfindung, bey welchem die Friction viel geringer als bey den früher bekannten ist. — Otto Kotzebue ist neulich, wie er mir schreibt, in Abo gewesen um den Bau seines Schiffs zu übersehen. Sie scheinen mit dieser Wahl nicht ganz zufrieden zu seyn, und ich hätte auch lieber das Commando einer solchen Expedition Löwenstern oder Billingshausen gegeben; allein ich zweifle sehr, da die Expedition nicht von Seiten der Regierung unternommen wird, ob Einer oder der Andere das Commando übernommen hätte. Kotzebue ist enthusiastisch für die Reise, und wird folglich manche Schwierigkeit aus dem Wege zu räumen wissen, welche vielleicht Jeden Andern abschrecken würde. Kotzebue ist überdem ein sehr guter Seeoffizier geworden, wenigstens hat er sich diesen Ruf erworben, besonders von dem Admiral Crown auf seiner Fahrt von Archangel im Jahre 1812, und was ihm noch an wissenschaftlichen Kenntnissen fehlt, wird er durch seinen Fleiss und Eifer ersetzen. — Ich habe der Admiralität und der Royal Society ein Exemplar meines Atlasses, und zwar colorirt, gegeben. Man ist nicht wenig erstaunt, dass in Russland ein so prächtiges Werk hat zu Stande gebracht werden können.

Schumacher an Horner, Wien 1815 IV 3. Da ich, werthester Freund, vielleicht die Mannheimer Sternwarte verlasse um einem Rückrufe nach Copenhagen zu folgen, so war es des Curators und meine Absicht auf den Fall einen Mann zu finden, der meine Stelle nicht allein ersetzte, welches nun wohl leicht wäre, aber der auch unter allen Astronomen, unter denen wir Gewährung hoffen dürfen, der beste sey. Ohne Complimente will ich Ihnen bemerken, dass wir an Sie gedacht haben. Haben Sie also die Güte mir zu bemerken, ob Sie den Ruf annehmen würden und unter welchen Bedingungen. Ich habe 1800 fl. Gehalt, 8 Klafter Holz, freie Schreibmaterialien jeder Art, 150 fl. zu Correspondenzen, Beleuchtung etc., freie Wohnung mit Mobilien auf der Sternwarte, die aber nur für einen unverheiratheten Mann geräumig genug ist. Dasselbe würden Sie gewiss auch erhalten. Die Instrumente sind vortreflich: Ein 8-füssiger Bird'scher Mauerquadrant, ein 10-

füssiger Zenithsector von Sisson, ein 6-füssiges Passageninstrument von Ramsden, ein 3-füssiger Meridiankreis von Reichenbach, eine Pendeluhr von Arnold, eine von Nostac, zwei vortrefliche alte Fernröhren von Peter Dollond, eins 10füssig, das andere 8füssig, das 10füssige mit Heliometer, ein 2½füssiges von Ramsden etc. etc. Das Gebäude ist natürlich unpassend, indess wird gewiss sobald nur etwas Ruhe kommt ein neues gebaut. Sie haben mit nichts als Beobachtungen zu thun. Hätte ich nicht Rückkehr versprochen, so bliebe ich gewiss. Ihre Antwort adressiren Sie wohl nach Mannheim an mich. Sollten Sie es annehmen und der König von Dänemark mich durchaus zurück haben wollen, so wäre es sehr wichtig dass Sie vorläufig im Junius oder so herum kämen, damit ich Ihnen die Instrumente überliefern könnte, und Sie mit allen Eigenheiten bekannt machte.

Krusenstern an Horner, London 1815 IV 11. Nach meinem letzten Briefe musste der nächste aus Paris datirt seyn, warum es nicht ist, ist leider nur zu sehr jedem bekannt. Zwey Tage vor meiner Abreise aus London kam hier die Nachricht von der neuen Revolution in Frankreich an; ich gab natürlich sofort meine Reise dahin auf; bald darauf erhielt ich Briefe von meiner Frau, welche mich in Betreff ihrer Gesundheit sehr beunruhigen, sodass ich mich entschlossen habe sogleich nach Russland zurückzukehren; statt Kotzebue hier abzuwarten, werde ich ihn nun aus Kronstadt abfertigen, und die Chronometer, Instrumente, sowie die andern für ihn gekauften Sachen selbst von hier mitnehmen. Um 14 Tage reise ich von hier ab; vors Erste gehe ich nach Reval um meine Familie zu sehen und Kotzebue aus Abo abzuwarten; dann embarquire ich mich an Bord des Ruricks (so hat Romanzoff sein Schiff genannt) und gehe nach Kronstadt, wo ich so lange bleibe bis Kotzebue absegelt. — Die einzige Möglichkeit, welche sich, mein theuerster Freund, darbot Sie zu sehen ist nun verschwunden, wahrscheinlich auf immer; der Gedanke betrübt mich sehr. Bleibt es, oder wird es in Europa nach ein paar Jahren wieder ruhig, und verbessert sich unser Curs, sowie er es vor 7 Jahren war, so ist es sehr möglich, dass ich mit meiner Frau und meinen ältesten

Söhnen eine Reise nach Deutschland und der Schweiz mache; aber ich fürchte sehr weder das Eine noch das Andere wird geschehen. Was ich bey meiner Rückkehr in Russland beginnen werde, weiss ich noch nicht. Aller Wahrscheinlichheit nach quittire ich den Dienst; ich hätte gern auf ein Avancement gewartet, nicht der Excellenz wegen, wie Sie leicht denken können; allein es kommt mir so vor, dass nun da ich nicht mehr weit von 50 bin, mir endlich bald der Admirals-Titel zu Theil werden könnte, auch macht mir diess in meiner Pension einen Unterschied von 450 Rubel aus; doch ich werde dieses lang gewünschte Avancement nicht länger abwarten, und sogleich nach dem neuen Jahre um meine Demission anhalten. Verdenken Sie mir diesen Schritt nicht; ich kann in Petersburg mit meiner Familie ein wenig anständig nicht unter 1200 Rubel leben, und mein Gehalt als Capitain ist nur 900; die Stelle im Corps, welche circa 2000 Rbl. werth ist, mag ich nicht behalten, weil ich in der subordinirten Lage von gar keinem Nutzen seyn kann; meine Ansichten sind zu weit von dem des Directors verschieden. Auch bin ich es meiner Familie schuldig endlich dem Zigeuner-Leben, welches ich bis jetzt geführt habe, ein Ende zu machen, und mich irgendwo häuslich niederzulassen. Wo das geschehen wird, kann noch nicht so bald entschieden werden; ich werde freilich sehr eingezogen leben, alsdann bin ich aber wenigstens ganz unabhängig.

Horner an Krusenstern, Zürich 1815 V 20. Mit der nautischen Instruction für die Nordreise bin ich sehr beschäftigt, aber noch nicht weit vorgerückt, weil ich fast den ganzen Februar hindurch wegen Krankheit das Zimmer und meist das Bett nicht verlassen habe. Die Sache war nicht gefährlich, aber angreifend und hat mich ziemlich mitgenommen. Das Hauptübel steckt in einer Unthätigkeit der Eingeweide, die von etwas zu eifrigem Nachdenken herrühren mag; denn während solchen Anstrengungen werden die innern Verrichtungen suspendirt, wie ich durch Versuche über die Wirkung der Medizin erfahren habe. Ich kann zwar mit meiner verspäteten Weisheit keine grossen Sprünge machen; doch hoffe ich in dem viel durchfegten Gebäude der elementaren Theile der Ma-

thematik von philosophischer Seite etwas Neues leisten zu können, und bin auch dieses Frühjahr auf eine artige Deduction der Kegelschnitte gerathen, die ich für neu und auch für die natürlichste und einfachste halten muss. So viel wir auch Lehrbücher der Arithmetik und Geometrie im Deutschen besitzen, so werde ich nicht umhin können, ihre Zahl noch zu vermehren, weil es mir den übrigen an Klarheit und philosophisch-einfacher Entwicklung zu fehlen scheint. Was Sie mir über die Engl. Militärschulen und mathem. Lehrbücher schreiben, hat mich sehr interessirt. Beyde müssen vortrefflich seyn, denn solche Lehrer schreiben und dociren nichts alltägliches. — Mit der nautischen Instrukzion werde ich es nach Ihrer Vorschrift halten; sie hat mich, besonders im astronom. Theil merklich tiefer hineingezogen als ich dachte, weil ich, was ich Neues, praktisch Nützliches zu sagen wusste, da aufstellen wollte; doch habe ich noch einiges kürzer andeuten müssen. Einen guten Abriss der nautischen Astronomie, hauptsächlich in Rücksicht auf Theorie der Methoden und Formeln, findet man in Delambre's neuer Astronomie, welche im vorigen Jahre herausgekommen ist, und viel neues und vortreffliches enthält. Gerade jetzt rechne ich an einer Tafel für die Bestimmung der Breite ausser dem Mittag. Der physicalische Theil der Nautik soll mir, hoffe ich wenigstens, keine aufhaltenden Rechnungen dazwischen bringen. In den nächsten Wochen hoffe ich ziemlich weit zu kommen, weil ich doch fast alles im Kopfe fertig habe; ich werde sogleich, was fertig ist, auf Postpapier abschreiben lassen, und Ihnen Bogenweise zusenden.

(Forts. folgt.) [R. Wolf.]

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

XLV. Die hessischen Sternverzeichnisse; Fortsetzung des Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher Sternwarte.

Die Rothmann'schen Manuscripte, welche ich im Jahre 1872 durch die Güte des Herrn Bibliothecar Bernhardi in Cassel zur Einsicht erhielt, sind zwar bereits in Nr. XXXII u. f. meiner Mittheilungen, und dann wieder in meiner «Geschichte der Astronomie» vielfach benutzt worden, enthalten aber noch so viel Interessantes, auf das bis jetzt nicht im Detail eingegangen werden konnte, dass mir eine Nachlese und namentlich ein genaueres Eingehen auf vier dieser Manuscripte ganz gerechtfertigt erscheint. Das erste dieser vier Manuscripte, welches den Titel «Tabula insigniorum stellarum fixarum ab ipso Principe observatarum Anno 1566 et principio 1567» führt, enthält einen auf Wilhelm IV höchsteigene Beobachtungen basirten Catalog von 58 Sternen, sowohl nach Rectascension und Declination, als nach Länge und Breite. Beispielsweise sind für 8 dieser Sterne beide Angaben in die unten folgende Tafel mit Cursiv eingetragen. — Das zweite Manuscript hat den Titel: «Tabula Observationum Stellarum Fixarum per Distantias inter se et Altitudines earundum meridianas, pro habendis ea-

rundem Declinationibus et Ascensione recta, nec non Longitudinibus et Latitudinibus in Zodiaco, accuratissime observatarum et supputatarum a Christophoro Rothmanno Mathematico Illustriss. Hessorum Principis Aulico. Anno MDLXXXVI. — Fundamentum harum observationum est Oculus ♉ cuius ex multis et diligentissimis observationibus deprehendimus Ascensionem rectam 63 Gr. 10 Min. et Declinationem 15 Gr. 36 Min. Sept. Unde per calculum statuitur locus eius verus tempore observationum quæ institutæ erant circa æquinoctium Vernum ejusdem anni 4 Gr. II 6 Min. cum latitudine meridionali 5 Gr. 31$^3/_4$ Min. — Canem Minorem non minori diligentia eodem tempore anni perscrutati sumus, cuius nobis data est Ascensio recta 109 Gr. 30 Min. et Declinatio 6 Gr. 13 Min. Sept. Unde per doctrinam Triangulorum palet ipsius Locus verus in Longitudine 20 Gr. 11 Min. ♋ cum Latitudine 15 Gr. 56$^1/_8$ Min. — Hisce duabus tanquam examinatis et multis observationibus comprobatis reliquas omnes beneficio rectificatissimorum Instrumentorum et exacti et laboriosissimi calculi accomodavimus» und besteht aus 5 Folioblättern, welchen eine Zuschrift von Rothmann an Wilhelm IV vorgebunden ist, deren Hauptstellen nach der von Billwiller besorgten Uebersetzung wie folgt lauten: «Seit der Zeit, wo E. Hoheit mir die Beobachtung der Fixsterne aufgetragen hat, ist es Euch nicht unbekannt, zumal Ihr bei meinen Beobachtungen sehr häufig zugegen waret, wie viel Mühe und Nachtwachen ich verwenden musste, um ihre wahren Oerter so genau als möglich zu erhalten. Denn da ich nämlich bemerkte, dass dieselben sowohl in Bezug auf Breite als auf Länge von den Angaben der Tafeln, sei es in Folge von Unwissenheit oder Nachlässigkeit der Abschreiber, sei es in Folge

der Ungenauigkeit der Beobachtungen der Alten, sehr beträchtlich abwichen, so stellten sich mir verschiedene Schwierigkeiten in den Weg. Denn obwohl E. H. beständig und mit Recht verlangten, man könne sich auf die Tafeln nicht verlassen und aus ihnen nichts entnehmen, sondern es sei Alles von Grund aus und durch neue Beobachtungen zu suchen, so glaubte ich doch bei denjenigen Sternen, welche von Ptolemäus und den Alten mit besonderer Sorgfalt beobachtet zu sein scheinen wie Cor ♌ und Spica ♍ nicht leicht abweichen zu dürfen. Es schien also die Schuld entweder in meiner Nachlässigkeit oder in der fehlerhaften Construction der Instrumente zu liegen. Was aber meine Sorgfalt betrifft, so sprechen mich die so oft wiederholten und fortwährend unter sich übereinstimmenden Beobachtungen hinlänglich von der Schuld frei, auch E. H. ist hievon Zeuge. Die Instrumente aber waren derart, dass sie bei meinen Beobachtungen nicht nur die sextantes ($^1/_6$), uncias ($^1/_{12}$), halbe uncias von Graden, noch auch nur die einzelnen Minuten, sondern (was kaum glaublich scheint) sogar Theile der einzelnen Minuten deutlich ergaben, welche Instrumente ich auch, indem ich Tag und Nacht mich mit denselben beschäftigte, so genau prüfte, dass nach meiner Meinung Aristarch bei der Correctur der homerischen Gedichte kaum umsichtiger und sorgfältiger gewesen sein konnte. — Jene Abweichung der Tafeln von meinen Beobachtungen hat also nichts weiter bewirkt, als dass sie meine Mühe unendlich vermehrte und mich zwang, die Beobachtung gewisser Sterne unzählige Male zu wiederholen, so dass, als ich bei so vielen Beobachtungen immer wieder dasselbe fand, E. H. meinen Eifer als überflüssig tadelte und frug, ob ich bis auf 3 Minuten genau beobachten wolle. Aber nachdem ich die Beobachtungen als

richtig angenommen und die wahren Sternörter daraus nach doppelter und dreifacher Rechnung sorgfältigst abgeleitet hatte, begnügte ich mich auch dann noch nicht, ohne meine Beobachtungen mittelst der Venus, welche ich in jenem Jahre gegen Ende Januar hie und da am Tage mit der Sonne zugleich beobachtete, sorgfältig zu prüfen. Eine solche Mühe verursachte die Auffindung der wahren Sternörter ..... Alle Gebildeten haben sich desshalb nicht ohne Grund über das so sehr verdorbene und bis jetzt noch unverbesserte Sternverzeichniss des lebhaftesten beklagt, da selbst diejenigen Sterne, von denen man bisher glaubte, sie seien von den Alten sehr genau beobachtet worden, nicht einmal an ihren Oertern, sondern einige um 2, 3, 4, 5 oder gar noch mehr Grade (von den Minuten will ich schweigen) von den Tafeln abweichend gefunden werden. .... Um entfernter Liegendes, was ich mit Gottes Hülfe im Werke meiner Beobachtungen selbst behandeln werde, zu übergehen, will ich nur bemerken, dass man bis jetzt glaubt und als Axiom betrachtet, die Fixsterne ändern ihre Breite nicht. Aber aus meinen Beobachtungen geht deutlich hervor, dass sie sich allerdings proportional der Aenderung der Schiefe der Ekliptik geändert haben, worüber ich aus E. H. Auftrage an den edeln Tycho, den besten Mathematiker dieses Jahrhunderts geschrieben habe und E. H. weiss, was er mir geantwortet. So findet man auch eine ganz andere Präcession der Equinoctien als sie Copernicus oder die Alphonsinischen angaben.» — Es enthält diese «Tabula observationum stellarum fixarum», in welche Vorstehendes einleitet, im Ganzen 121 Sterne in nach beifolgendem Muster angelegten Tabellen:

Distantia stellarum inter se		Altitudo meridiana.	Asc. recta / Declin.	Longit. / Latit. obs.	Long. / Lat. tab.	Magn.
Cauda Cygni	44 $40\frac{1}{5}$	54 superne 15	5 . $45\frac{59}{60}$	22♊$48\frac{1}{6}$	21♊25	
	Stella Polaris					2
Ad coxas	28 $35\frac{3}{4}$	48 inferne 23	87 s 4	66 s $1\frac{7}{30}$	66 s 0	
Oculus ♉	35 32		26 . $6\frac{5}{6}$	1 ♉ $58\frac{1}{5}$	1♉55	
	Tertia ♈	60 . $8\frac{1}{2}$				2
Cap. Algol			21 s $27\frac{1}{2}$	9 s $54\frac{1}{5}$	10 s $^{0}_{30}$	
			63 . 10	4 ♊ 6	3♊55	
	Oculus ♉	54 . 17	*63 11*	*4 8*		1
			15 30	*5 . 35*		
			15 s 36	5 m $31\frac{3}{4}$	5 m 10	
Oculus ♉	43 12		107.$5\frac{11}{15}$	14♋33	14♋35	
			107 5	*14 25*		
	Cap. ♊ anteced.	71 . 24				2
			32 43	*10 3*		
Cor ♌	40 $32\frac{5}{6}$		32 s 43	10 s $3\frac{3}{4}$	9 s $^{40}_{30}$	
Oculus ♉	46 21		109 . 30	20♋$11\frac{1}{4}$	20♋25	
	Canis minor	44 . 54	*109 33*	*20 15*		1
			6 3	*15 56*		
			6 s 13	15 m $56\frac{11}{30}$	16 m $^{45}_{10}$	
Oculus ♉	45 $4\frac{1}{2}$		110 . $3\frac{1}{5}$	17♋35	17♋55	
			110 2	*17 30*		
	Cap. ♊ sequent	67 . 38	*29 0*	*6 42*		2
Cervix ♌	36 $0\frac{2}{3}$		28 s 57	6 s $39\frac{1}{6}$	6 s 15	
Canis minor	37 . 21		146.$39\frac{3}{4}$	24♌$10\frac{1}{3}$	23♌45	
	Cor ♌	52 . 39	*146 42*	*24 12*		1
			13 56	*0 32*		
Cap ♊ antec.	40 . $32\frac{2}{3}$		*13 s 58*	0 s $29\frac{1}{3}$	0 s 10	
Cor ♌	54 . 2		195 . $58\frac{14}{15}$	18♎ $9\frac{1}{2}$	17♎55	
	Spica ♍	29 . 44	*195 55*	*17 57*		1
			8 50	*1 59*		
Canda ♌	35 . $1\frac{2}{3}$		8 m 57	1 m $57\frac{1}{3}$	2 m 0	
Spica ♍	45 . $55\frac{1}{2}$		241.$10\frac{2}{3}$	4 ♐ $5\frac{3}{4}$	3♐55	
	Cor ♏●	13 . 18	*241 20*	*4 8*		2
			25 20	*4 22*		
Lanx ♎ boreal			25 m 23	4 m $25\frac{3}{4}$	4 m 0	
Corona	39 . 41		275.$49\frac{7}{12}$	9♑$40\frac{5}{6}$	8♑35	
	Lucida Lyræ	77 . 9	*275 58*	*9 45*		1
			38 32	*61 53*		
Cap. Serpent.			38 s 28	61 s $47\frac{1}{4}$	62 s 0	
Aquila	47 . 49		341 . 9	17♓$49\frac{5}{6}$	17♓55	
	Scapula Pegasi	51 . $41\frac{1}{2}$				2
Tertia ♈	43 . 37		13 s $0\frac{1}{2}$	19 s $23\frac{5}{12}$	19 s 40	
Cauda Cygni	33 . $34\frac{5}{6}$	84 superne 26	357 . $1\frac{1}{2}$	29♈$27\frac{2}{3}$	29♈ 5	
	In medio Cathed.					2
Capella	45 . $40\frac{1}{2}$	18 inf. $12\frac{3}{4}$	56 s 53	51 s $11\frac{5}{6}$	51 s 40	

Zur Erläuterung ist anzuführen, dass die in der zweiten Columne stehenden, in Ptolemäischer Weise bezeichneten Sterne diejenigen sind, auf welche sich alle Angaben beziehen: Die über und unter ihnen stehenden Zahlen geben in Graden und Minuten ihre durch directe Messung bestimmte Distanz von den links in der ersten Columne aufgeführten Sternen; die dritte Columne gibt die Höhe bei der obern, bei Circumpolarsternen auch diejenige bei der untern Culmination; die obere Zahl der vierten Columne gibt je in Graden, Minuten und Bruchtheilen der Minuten die für den Ausgangsstern Oculus ♉ durch Beobachtung, für die übrigen Sterne durch Rechnung bestimmte Rectascension, — die untere die durch Beobachtung bestimmte nördliche (s = septentr.) oder südliche (m = meridional.) Declination[1]); die obere Zahl der fünften Columne die in Zeichen, Graden, Minuten und Bruchtheilen der Minuten ausgedrückte, aus den vorhergehenden Coordinaten berechnete Länge, — die untere die ebenso berechnete nördliche (s) oder südliche (m) Breite[2]); die sechste Columne gibt die zur Vergleichung der Tafeln (wohl einfach dem Almagest in sofort zu erwähnender Weise) entnommenen Längen und Breiten; die siebente Columne endlich die scheinbare Grösse der Sterne. — Ferner ist zu bemerken, dass die Distanzen der Sterne mit den von Tycho gemessenen ziemlich gut zusammenstimmen; so z. B. haben (für Tycho die Angaben in Delambre's Astr. mod. I 179 benutzend)

	Tycho	Rothmann
α ♈	35° 32½′	35° 32′
α ♉	45 6	45 4½
β ♊	36 59½	— —
α ♌	54 2	54 2
α ♍		

[1]) Die in Cursiv eingetragenen Zahlen sind die entsprechenden Angaben des ersten Manuscriptes. — [2]) dito.

Leider gibt Delambre die Epoche der Tychonischen Bestimmungen nicht an; dagegen fand nach ihm Tycho für 1585 als Rectascension von α Arietis

$$26^\circ\ 0'\ 30''$$

während Rothmann für 1586

$$26\ \ 6\ \ 50$$

gibt, und in der That soll nach Delambre schon Tycho behauptet haben, dass der Landgraf alle Längen um 6′ zu gross gebe; da die Distanzen nach obiger Vergleichung besser stimmen, so ist wohl anzunehmen, dass die zu Grunde gelegte Position von α Tauri zunächst mit einem entsprechenden Fehler behaftet sei, und in der That findet man, mit den Daten des Catal. Brit. Assoc. rückwärts rechnend, für die *AR* von α Tauri im Jahre 1586

$$4^h\ 27^m\ 19{,}^s11 - (3{,}428 - 0{,}0089\ .\ 1{,}134 + 0{,}008)\ .\ 264 =$$
$$4^h\ 12^m\ 14^s{,}65 = 63^\circ\ 3'\ 40''$$

also 6′ 20″ weniger als in dem hessischen Cataloge. [3]) —

[3]) Matsko führt auf pag. 10 s. Schrift „Prostapharesis inventori suo Christophoro Rothmanno vindicatur. Casselis 1781 in 4°" an, dass Rothmann 1585 II 21 die Mittagshöhe der Sonne gleich 31° 51′ gefunden, durch Addition der Parallaxe auf 31° 53½′ gebracht, daraus (für $\varphi = 51^\circ\ 19'$) die Declination $-\ 6^\circ\ 47\frac{1}{2}'$ gefunden, und hieraus endlich (für $e = 23^\circ\ 31\frac{1}{2}'$) durch Rechnung die Länge der Sonne 12° 46′ ♓ erhalten habe. Setzt man nun in

$$\operatorname{Sin} l = \frac{\operatorname{Sin} d}{\operatorname{Sin} e} \qquad \operatorname{Sin} a = \frac{\operatorname{Tg} d}{\operatorname{Tg} e}$$

$e = 23^\circ\ 31\frac{1}{2}'$, $d_1 = -\ 6^\circ\ 50$, $d_2 = -\ 6^\circ\ 47\frac{1}{2}'$, so erhält man

$$l_1 = -\ 17^\circ\ 20\tfrac{1}{2}' = 12^\circ\ 39\tfrac{1}{2}'\ \text{♓} \qquad a_1 = -\ 15^\circ\ 59'$$
$$l_2 = -\ 17\ \ 14 \quad = 12\ \ 46 \qquad a_2 = -\ 15\ \ 52\tfrac{1}{2}$$

Es ist also durch den Zuschlag der Parallaxe die Länge um 6½′ vergrössert worden, — und es dürfte der oben nach Tycho gerügte Fehler der Hessischen Längen also in diesem Zuschlage seine Erklärung finden.

Aus den Höhen des Polarsternes bei den obern und untern Culminationen findet man als Polhöhe des Beobachtungsortes 51° 19′, und somit die richtige Minute; ähnlich aus andern Circumpolarsternen. — Ueber die zur Vergleichung der Längen und Breiten angewandten Tafeln und namentlich die Art ihrer Reduction auf die Epoche 1586 ist in diesem Manuscript keine Andeutung gemacht; jedoch ergibt eine Vergleichung mit dem Almagest, dass im Allgemeinen seine Breiten als Breiten der Tafel eingetragen sind, seine Längen aber um 21° 15′ vermehrt wurden, — einzelne Male sind unter den Positionen der Tafel für Länge oder Breite zwei verschiedene Angaben eingeschrieben, ob nach verschiedenen Manuscripten des Almagest oder andern Quellen ist mir nicht klar geworden. — Das dritte Manuscript, oder das zweite Sternverzeichniss Rothmann's, besitzt keinen Titel, sondern besteht aus 36 beschriebenen Blättern, und enthält die nach Sternbildern geordneten Sterne, — im Ganzen dem Almagest entsprechend, aber mit einzelnen Abweichungen in der Ordnung und Bezeichnung der Sterne. Die Rubriken sind wesentlich dieselben wie im ersten Verzeichnisse, dagegen die Bestimmungen viel zahlreicher, indem es gibt für

346	Sterne,	von denen drei in den Tafeln fehlen, vollständige Bestimmungen wie im ersten Cataloge
41	Sterne	alle Rubriken mit Ausnahme von Höhe, *AR* und *D*
645	Sterne	Länge und Breite nach den Tafeln, und Grösse, wenigstens zum Theil nach Beobachtung
1032	Sterne.	

Es war dieses zweite Verzeichniss, in welches zunächst alle Zahlen des ersten eingetragen worden waren, offenbar zu successiver Vervollständigung bestimmt, — und stimmt, abgesehen von einigen Druckfehlern, Seite für Seite mit

dem in der «Historia coelestis (v. Gesch. 384)» auf Pag. 553 bis 624 unter dem Titel «Catalogus Stellarum fixarum ex observatis et dimensionibus Hassiacis, Ad annum 1593» Gegebenen überein. Da die als «beobachtet» gegebenen Längen des zweiten Verzeichnisses genau mit denjenigen des ersten übereinstimmen, so würde ich auch dem zweiten die Epoche 1586 beilegen, — welche Berechtigung die «Historia coelestis» für ihr 1593 zu haben glaubt, weiss ich nicht. — Das vierte und wichtigste dieser Manuscripte endlich führt den Titel «Christophori Rothmanni Bernburgensis, Ill. Principis Guilielmi, Landgravii Hassiæ etc Mathematici, observationum stellarum fixarum Liber primus», und umfasst folgende 26 Kapitel: **Cap. 1.** Ueber die Verächter der Astronomie trotz Vortrefflichkeit der Letztern (De contemtoribus Astronomiæ interimque de ejus excellentia). Der Nutzen der Astronomie wird meistens aus Unkenntniss übersehen. — **Cap. 2.** Wie der Landgraf Wilhelm dazu kam seine Untersuchungen über die Fixsterne zu beginnen (Qua occasione Ill. Guilelmus Landg. Hass. negotium stellarum fixarum tractare coeperit). Der Landgraf habe sich frühe aussergewöhnliche Kenntnisse in der Astronomie erworben, und schon vor Antritt der Regierung die Bewegung der Gestirne automatisch darzustellen versucht. (Nach Stegmann geschah es zunächst in Nachbildung der Apianischen Scheibeninstrumente; ein Exemplar gab er an Curfürst August von Sachsen ab). Dann habe er sich ernstlich daran gemacht mittelst Beobachtungen die Tafeln zu prüfen, indem er von den Planeten Azimuth, Höhe und Zeit der Beobachtung bestimmt. «Als er so z. B. mittelst der linken Schulter des Orion (α Orionis), die er den Tafeln entnahm, den wahren Ort des Saturn festgestellt hatte,

und dann andere den Tafeln entnommene Fixsternörter zur Bestimmung desselben Saturnortes anwandte, so fand er wesentlich verschiedene Resultate, wie wenn jene linke Schulter um mehrere Grade von dem in den Tafeln angegebenen Orte abweichen würde. Er entschloss sich nun die Fixsternörter genau zu revidiren, und ermüdete selbst nach Uebernahme der Regierung. und in späterm Alter nicht in dieser Arbeit. Als dann vor 5 Jahren (also, da der Sterncatalog und somit wohl auch diese dafür bestimmte Einleitung, von 1586 datirt, etwa 1581) Paulus Wittychius von Breslau ihm von einer neuern und exactern «visoriorum rationem per rimulas (Spalten)», einer neuen sehr scharfsinnigen Unterabtheilung der Grade, und einem neuen Instrumente, dem Sextanten, erzählte, was er alles bei Tycho gesehen hatte, so liess er seine Instrumente verbessern, und schaffte sich ebenfalls einen Sextanten an, — und da er seit vielen Jahren eines Mathematikers entbehrte, so stellte er mich, als ich zufällig vom Fürsten Joachim Ernst von Anhalt zur Besichtigung der Instrumente des Landgrafen nach Cassel gesandt wurde, für die Lösung der Aufgabe an mit den neuen Hülfsmitteln möglichst genaue Fixsternörter herzustellen. Durch langjährige Erfahrung habe ich[4]) die Instrumente auf viele Weise corrigirt und zum Gebrauche geeigneter gemacht.» — **Cap. 3.** Beschreibung der bei unsern Beobachtungen angewandten Instrumente (Descriptio Instrumentorum quibus ad nostras observationes usi sumus). Wir bedienten uns hauptsächlich dreier Instrumente: Des Sextanten, des Quadranten und einer exacten «singula secunda temporis minuta»

[4]) Er hätte sagen sollen: Wir, — nämlich Bürgi und, da er mir in seiner Bescheidenheit erlaubt an seinen Erfindungen zu participiren, auch ich.

gebenden Uhr. Der im Ganzen aus Stahl verfertigte, aber mit einem Gradbogen aus Messing versehene Cassler-Sextant hatte 4' Radius, — liess sich um eine, nahe durch seinen Schwerpunkt gehende und seiner Ebene parallele Axe, deren Mitte selbst wieder auf einer verticalen Säule drehbar war, bewegen, während bei Exemplaren von Tycho und Hevel die Drehung durch eine Art Kugelgelenk vermittelt wurde, — hatte ein festes und ein auf dem beweglichen Radius befindliches Doppel-Absehen, — erlaubte mittelst Transversalen einzelne Minuten abzulesen, ja Bruchtheile derselben zu schätzen, — und wurde zur Bestimmung der Distanz zweier Gestirne annähernd in die durch sie mit dem Auge bestimmte Ebene gebracht, so dass die feste Absehenslinie auf den einen Stern gerichtet blieb, die bewegliche auf den andern Stern gedreht werden konnte, wobei die am Centrum stehenden Diopter als Oculardiopter benutzt wurden, — während Tycho und Hevel bei grösseren Sextanten vorgezogen zu haben scheinen zwei Beobachter und dabei die Diopter am Limbus als Oculardiopter zu verwenden. — Der Quadrant war aus Messing gebaut und einem Quadrate eingeschrieben, das sich um eine dasselbe halbirende Axe über einem Horizontalkreise drehte, dessen Durchmesser der Seite des Quadrates entsprach; der Horizontalkreis ruhte auf drei mit Schrauben zum Verbessern der Horizontalität versehenen Füssen; die Theilung entsprach derjenigen am Sextanten, — das Ganze dem Tychonischen »Quadrans maximus chalibeus quadrato inclusus, et horizonti azimuthali chalybeo insistens«, nur scheint die Aufstellung etwas zweckmässiger gewesen zu sein, wie z. B. das Weglassen des 4. Fusses zeigt. [5])

[5]) Den nun folgenden Passus über die Uhren habe ich schon in Nr. XXXIII vollständig mitgetheilt.

Rothmann fügt bei: «Dieser drei Instrumente bedienten wir uns vorzüglich bei unsern Beobachtungen. Wir haben indessen in unserm Observatorium auch einen grossen kupfernen Globus, dessen Diameter $2^1/_2$ Fuss misst; er steht auf einem Stativ, und ist von messingenen Kreisen (Meridian, Horizont etc.) umgeben. Mittelst dieses Globus prüft der Fürst die Beobachtungen und sucht schnell so genau als möglich die wahren Oerter, mir unterdessen die Mühe der Ausrechnung und genauern Bestimmung überlassend.» Im Weitern führt Rothmann noch an, der Landgraf habe nach seinem Vorschlage ein Diopter construiren lassen, bei welchem in Abweichung von denjenigen des Hipparch und Ptolemäus, die ein verschiebbares Objectivdiopter hatten, auch dieses feststand, während dagegen seine Spalte erweitert und verengt werden konnte; der Lineal sei $5^1/_2{}'$ lang gewesen. — **Cap. 4.** Von der Theilung der Instrumente in Grade, und der weitern Theilung der Grade in Minuten, und von der Art und Weise wie die Lothfaden des Quadranten zu gebrauchen sind (De distributione Instrumentorum in suos gradus et de subdivisione gradum in minuta, et quomodo perpendicula quadranti sint applicanda). Die Eintheilung in Grade ergibt sich von selbst, da der Radius einen Bogen von 60° abschneidet, welcher durch Halbirung einen solchen von 30°, dann von 15° ergibt; letzterer wird in 3, dann in 5 Theile zerlegt und so 1° erhalten. Zur Prüfung nimmt man z. B. einen Bogen von 5° in den Zirkel, setzt z. B. den ersten Fuss auf das Ende des ersten Grades, sieht ob der andere auf das Ende des sechsten Grades trifft, etc. Um den Bogen des Quadranten zu erhalten, fügt man dem Bogen von 60° noch seine Hälfte zu, etc. Beim Horizontalkreise werden die Grade numerirt, indem

man vom Mittagspunkte aus nach Osten und Westen bis 180° Grad fortzählt. — Für die Genauigkeit der Theilung ist das vorsichtige Handhaben des Zirkels nothwendig; namentlich soll man ihn am Kopfe halten. Rothmann fügt bei: «Wir [6]) verfertigen den unsrigen stets aus dem besten Stahl». [7]) — Nachher erzählt Rothmann des Weiten und Breiten wie der Quadrant mit dem Bleiloth richtig aufzustellen sei, und wie er in Bezug hierauf Vieles habe verbessern müssen, da Wittychius nur ein Theoretiker gewesen sei, und, schwache Augen vorschützend, nie selbst beobachtet oder mit den Instrumenten operirt habe, — wie er namentlich auch «nach eifrigem Tag- und Nacht-Studiren» eine Methode fand, nach der er »praktisch und mittelst der Beobachtungen selbst den Betrag des Lothfehlers erkennen und prüfen» könne, — eine Methode auf die er in einem spätern Capitel eintreten werde. — «In der ganzen Handhabung unserer Instrumente und bei ihrer praktischen Correction haben wir erfahren, dass vieles theoretisch Richtige in der Praxis sich nicht haltbar erweist. Wie nämlich die Zahlen die geometrische Vollkommenheit nicht erreichen können, so kann der Sinn die Speculation nicht erreichen, sondern man muss dem Gesichtssinn mit denjenigen geometrischen Hülfsmitteln zu Hülfe kommen, welche sich in der Praxis bewähren». — Rothmann schrieb an Tycho, dass Wittychius nur die ingeniose Theilung, den Namen des Sextanten und die rimulas pinnacidiorum nach Cassel gebracht habe, «und obwohl er glaubte, die Instrumente könnten nicht mehr verbessert werden, so

---

6) Für die Bedeutung dieses und aller folgenden Wir vergl. Note 4.

7) Folgt nun die Beschreibung der Transvertheilung, für welche ebenfalls auf Nr. XXXIII verwiesen werden kann.

haben wir dieselben nach seinem Abgange doch noch wesentlich verbessert», — so z. B. die Absehen, die mechanische Bewegung des drehbaren Lineals am Sextanten durch Anbringung eines Kettchens, etc. Tycho antwortete hierauf: «Du hast keinen Grund zu zweifeln, dass Wittych jene Methode die Instrumente zu verbessern, welche er dem Fürsten Wilhelm vorschlug, von hier, als er bei mir war, empfangen habe, obwohl er nicht Alles in gleicher Weise beobachtete, oder dort nicht treu genug auseinandersetzte. Als jener nämlich im Jahre 80, wenn ich nicht irre, hieher kam, erwarb er sich leicht meine Freundschaft, theils weil ich den Menschen wegen seiner Geschicklichkeit in der Mathematik, besonders in der Geometrie, hochschätzte, theils weil er sich mir von sich aus anerbot fortwährend bei mir zu bleiben und mir bei meinen astronomischen Studien Zeitlebens ein treuer Gefährte zu bleiben. Daher kam es, dass ich ihm freimüthig meine Erfindungen mittheilte und nichts verheimlichte, was ich damals schon fertig besass oder später auszuarbeiten beabsichtigte. Als er aber kaum ein Vierteljahr bei mir verweilt hatte und glaubte, er habe schon hinlänglich des Gewünschten sich bemächtigt, so gab er vor, sein Oheim in Breslau sei gestorben, dessen reiches Erbe ihm zufallen werde, wenn er sich dort schnell einstelle. Als er so leicht eine Gelegenheit erlangt hatte fortzugehen, versprach er in 7 bis 8 Wochen wieder zurückzukehren. Seit jener Zeit aber habe ich weder ihn, noch eine Nachricht von ihm gesehen, noch gehört wo er sei, bis ich den Brief Deines Fürsten las, den er an meinen Herrn Ranzovius schrieb, woraus ich sofort sah, das er die Einrichtung und Construction der Instrumente, die er hier gesehen hatte, zum grossen Theil dort beschrieben hat, was vielleicht von

ihm inzwischen auch an andern Orten geschehen ist. Auf diese Weise hat er mich nicht gerade unangenehm berührt, da ich lebhaft wünsche, es möchten recht Viele an manchen Orten mit guten und möglichst fehlerfreien Instrumenten die Sterne beobachten. Wenn er aber meine Erfindungen, die ich in vielen Jahren nach langer Erfahrung mit nicht geringen Kosten und Mühe gemacht habe, als die seinen anpreist, ohne zu bekennen, durch wen er sie habe, so ist das eine jeder Aufrichtigkeit und Redlichkeit baare Handlung. Ich ersehe jedoch theils aus Deinem Briefe, theils aus der Erzählung meines Dieners, der bei Euch war, dass er nicht Alles was er hier gesehen hatte, dem Fürsten eingerichtet hat. Die Theilung, deren wir uns bei fast allen Instrumenten in gleicher Weise bedienen, hat er richtig angegeben. In Betreff der für nächtliche Sternbeobachtungen sehr geeigneten Spalten der pinnacidia ist dagegen einiges unvollkommen nachgeahmt». Nachher fügt Tycho noch einiges über seine Theilung bei, — sagt, wie die von Nonius in seinem Lib. de Crepusc. mitgetheilte Weise nicht das Erwartete geleistet, wie er dagegen mit seinen geraden Linien glücklichen Erfolg gehabt habe, und fährt dann fort: «Den Sextanten, den ich vor beiläufig 18 Jahren als ich in Augsburg war, erfand (und den ich auch dort dem Peter Ramus, als er bei mir war, zugleich mit jenem 14 Ellen grossen Quadranten, den ich ausserhalb der Stadt in einem Garten des Consuls Heinzelius bauen liess, zeigte, der sehr begierig deren Beschreibung von mir verlangte), habe ich seit jener Zeit stets im Gebrauch, weil ich mich durch viele Erfahrung überzeugte, man könnte mittelst des Radius astronomicus, welches auch seine Grösse und Eintheilung sei, nie genaue Distanzen bekommen». Weiter erwähnt Tycho, dass

er zum Bewegen des Radius am Sextanten eine Schraube anwende, nicht das in Cassel eingeführte Kettchen, — dass er vorziehe zwei Beobachter zu verwenden, etc. — **Cap. 5.** Von dem wahren astronomischen Horizont (De horizonte vero astronomico). Der wahre astronomische Horizont ist der vom Scheitel überall um 90° entfernte Kreis, welchem der Horizontalkreis am Azimuthalquadranten entspricht. Der scheinbare Horizont weicht je nach Standpunkt und Bodenbeschaffenheit bald nach der einen, bald nach der andern Seite von ihm ab. Rothmann will eher aus letzterm, als durch die nach ihm unzulängliche Refraction das von Plinius erwähnte Factum erklären, dass man einst bei einer Mondsfinsterniss beide Gestirne zugleich gesehen habe. — **Cap. 6.** Wie mittelst des Quadranten die Azimuthe und Höhen der Sterne und der Sonne gefunden werden. (Quomodo per Quadrantem Azimutha et Altitudines Stellarum ac Solis capiantur)«. Der Quadrant wird vertical und in eine bestimmte Stellung am Horizontalkreise gestellt, dann der Eintritt des Gestirns in seine Ebene abgewartet, der Lineal auf und nieder bewegt, bis das Gestirn mit den Dioptern klappt, und nun auch am Quadranten selbst abgelesen. — **Cap. 7.** Wie die Mittagshöhe gefunden wird (Quomodo linea meridiana recte observetur). Zur Bestimmung der Mittagslinie empfiehlt Rothmann drei Methoden. Die erste besteht darin, dass er seinen Azimuthalkreis so aufstellt, dass das Null des Horizontalkreises möglichst in den Meridian fällt, — dann vor Culmination eines dafür gewählten Sternes nach und nach auf verschiedene Theilstriche des Horizontalkreises einstellt, den Durchgang abwartet und nach seiner Höhe bestimmt, — nach der Culmination den Quadranten successive, aber natürlich in umgekehrter

Ordnung, wieder auf dieselben Striche im Westen einstellt, neuerdings die Durchgangshöhe des Gestirnes misst, und schliesslich durch eine Art Interpolation die Entfernung des Nullpunktes vom wirklichen Mittagspunkte sucht. So z. B. erhielt Rothmann zu Anfang 1585 für α Canis minoris folgende Höhen:

Azimuth.	Altitudines orientales.	Diff.	Altitudines occidentales.	Diff.
64° 0′	26° 56′	36′	26° 50′	36′
63 0	27 32	35 1/3	27 26	36
62 0	28 7 2/3	35	28 2	35
61 0	28 42 2/3	34 1/3	28 37	34 1/3
60 0	29 17		29 11 1/3	

Er konnte daraus schliessen, dass er westlich immer unter einem an 10′ zu grossen Azimuth beobachtet habe (die einzelnen Beobachtungen geben 10,0 10,0 9,4 9,7 9,9), also der Mittagspunkt 5′ östlich vom Nullpunkte liege. — Die zweite Methode unterschied sich eigentlich von der ersten nur dadurch, dass er die Sonne anwandte, und, um ihrer Veränderung in Declination Rechnung tragen zu können, die Messung am folgenden Tage nochmals wiederholte und auch die Beobachtungszeiten notirte. So erhielt er z. B. 1586 VIII 31 und IX 1:

Azimuth	Altitud. antemer. VIII 31.	Altitud. pomerid. VIII 31.	Altitud. antem. IX 1.	Tempus interobs. VIII 31.	Diff. 1—2	Diff. 1—3
64°	25° 31 1/2′	25° 23′	25° 3 1/2′	7h 16m	8 1/2′	28′
63	26 8	25 59 3/4	25 40	7 8	8 1/4	28
62	26 44	26 36	26 16 1/4	6 59	8	27 3/4
61	27 19	27 11 1/3	26 51 2/3	6 50	7 2/3	27 1/3
60	27 53 2/3	27 46 1/4	27 26 1/2	6 42	7 2/5	27 1/6

Bei 64° Azimuth betrug die tägliche Differenz 28′, also diejenige in 7^h 16^m bei proportionaler Veränderung $^{28}/_{24} \times 7^{16}/_{60} = 8^1/_2{}'$, also gerade was ihm die Beobachtung auch ergeben hatte, — also stand der Nullpunkt wirklich im Meridian, was auch die übrigen Beobachtungen entsprechend bestätigten. — Die dritte Methode endlich bestand darin einen Circumpolarstern in seinen beiden Elongationen anzuvisiren; der Meridian lag dann in der Mitte. Die praktische Verwerthung dieser Methode wurde jedoch, wie Rothmann richtig bemerkte, für damalige Zeit dadurch beschränkt, dass man einen Stern nur verwenden konnte, wenn seine beiden Elongationen kurz nach Sonnenuntergang und kurz vor Sonnenaufgang eintrafen. — **Cap. 8.** Wie die Polhöhe gefunden wird (Quomodo elevatio Poli capiatur). Für Bestimmung der Polhöhe zieht er den Methoden der Alten, sie entweder aus den Solstitialhöhen oder aus der Länge des Tagbogens am längsten Tage zu bestimmen, die Methode der Circumpolar-Sterne vor, und findet so z. B. 1585 XII 4 u. f. aus α Urs. min. (O. C. 54° 16′; U. C. 48° 24′) für Cassel 51° 20′, — aus mehreren andern Sternen 51° 19′, etc. — **Cap. 9.** Die Sonne hat eine Parallaxe (Quod Sol parallaxin habeat). Zur Bestimmung der Sonnenparallaxe wollte Rothmann, ähnlich wie Aristarch und Hipparch, die Mondsfinsternisse verwenden, — aber die Beobachtung derselben wurde ihm immer durch schlechtes Wetter vereitelt, und so behielt er den von Copernicus und Reinhold gegebenen Werth bei, nach dem die Parallaxe in einer Höhe von 62° 11′ noch 1′ 24″ betrug, — d. h. er nahm als Sonnenparallaxe 84″ : Sin 27° 49′ = 180″ = 3′ an, also den Hipparch'schen Werth. — **Cap. 10.** Wie aus der Meridianhöhe eines Gestirnes seine Declination gefunden wird (Quo-

modo ex altitudine meridiana declinatio phænomeni inveniatur). Die Höhe des Gestirnes gibt seine Declination, wobei jedoch die Refraction und bei Sonne und Planeten auch die Parallaxe zu berücksichtigen ist. — **Cap. 11.** Wie aus der Höhe eines Gestirnes in einem bestimmten Azimuthe seine Declination gefunden wird. (Quomodo data altitudine phænomeni in certo azimutho ipsius declinatio detur). Bei den Beobachtungen des Fundamentalsternes (Oculi ♉), die öfters mit Hülfe (Jupiters und) der Venus geschahen, war es nicht immer möglich Meridianhöhen zu erhalten. Wir beobachteten also die Höhe in einem bestimmten Azimuth und schlossen dann mittelst der triangulorum doctrina auf die Meridianhöhe. Zu dieser Rechnung kann man die von Regiomontan aufgestellte Proportion

$$\frac{1}{\text{Sin}\, a \,.\, \text{Sin}\, b} = \frac{\text{Sin vers}\, C}{\text{Sin vers}\, c - \text{Sin vers}\, (a-b)}$$

gebrauchen, die eine Umgestaltung von

$$\text{Cos}\, c = \text{Cos}\, a\ \text{Cos}\, b + \text{Sin}\, a\ \text{Sin}\, b\ \text{Cos}\, C$$

ist. So wurde 1587 I 29, $4^{1}/_{2}{}^{h}$ Abends im westlichen Azimuthe 47° 0′ die Höhe der Venus 30° 46′ erhalten, und hieraus rechnet er für $\varphi = 51° 19'$ und mit einer für den Radius 10000000 berechneten Sinustafel nach obiger Formel die Declination der Venus zu 1° 53′38″ heraus. Dann fügt er (unverschämt genug) bei: «Diess die gewöhnliche Rechnungsart. Wir aber haben in unserer Triang. doct., die wir in Wittenberg geschrieben haben, ein dermassen abgekürztes Verfahren, mittelst dessen wir durch blosse Addition und Subtraction die Winkel und Seiten der Dreiecke finden können, und hüteten dasselbe dort als einen ganz besondern Schatz. Als wir aber hieher zu unserm Fürsten kamen, so konnten wir dasselbe nicht länger verheimlichen,

da doch die Rechnung und der Gang derselben, als wir seiner Hoheit solche täglich zeigen und erläutern mussten, inzwischen auch Andern bekannt wurde. Dazu kommt, dass unsere Berechnung aller von uns beobachteten Sterne als Manuscript in der Bibliothek des Fürsten sich findet, welche der Fürst desshalb so aufbewahrt haben wollte, damit sie ein bleibendes Zeugniss unseres Eifers und unserer Arbeit sei.» Er fährt dann noch in Lobeserhebungen über seine Triang. doctrina fort, bis sie sich in den Worten: «Aber mit welcher Klarheit wir sie beleuchteten und was wir geleistet haben, das wird leicht erkannt werden, wenn sie einst auf göttlichen Wink an das Licht hervortreten wird» mehr als hinlänglich gegipfelt haben. — **Cap. 12.** Aus der wahren Declination der Sonne ihren wahren Ort zu finden (Quomodo vera Solis declinationi data detur etiam verus ipsius locus). Rothmann berechnete unter Annahme von $e = 23° 31' 30''$ für jeden Grad der Länge die Declination, und benutzte dann diese Tafel um für jede Declination durch Interpolation die Länge der Sonne zu finden. — **Cap. 13.** Wie man aus dem wahren Ort der Sonne deren Rectascension findet. (Quomodo dato vero loco Solis detur etiam ascensio ejus recta). Rothmann hat hiefür wieder eine Tafel entworfen. — **Cap. 14.** Wie wir die Beschaffenheit unseres Quadranten durch den Gebrauch praktisch prüften (Quomodo habitudinem Quadrantis nostri ipso usu et practice examinaverimus). Diese Prüfung geschah durch Beobachtung der Meridianhöhen eines südlich und eines nördlich vom Zenith culminirenden Sterns: Die Summe der Complemente ihrer Höhen muss dieselbe Distanz ergeben, welche man mit dem Sextanten direct findet. — Im Anfange habe sich aus verschiedenen Sternen-

paaren je eine Abstandsdifferenz von 2 Minuten, also ein Lothfehler von 1 Minute ergeben; es zeigte sich sodann dass das Loth nicht ganz frei hing, und als Bürgi diesen Fehler beseitigt hatte, vollkommene Uebereinstimmung gab. **Cap. 15.** Von der Refraction (De refractionibus). Gibt den Begriff der Refraction nach Alhazen etc. — **Cap. 16.** Wie weit die Refraction der Sterne reicht und wie gross sie in jeder beliebigen Höhe ist. (De refractionibus stellarum, quousque durant et quanto in qualibet altitudine sint.) Entweder haben die Alten die Refraction gänzlich ignorirt oder sie nur ganz am Horizont bemerkt. Die dadurch entstehende Correction der Beobachtungen haben sie jedenfalls vernachlässigt, da eine Grösse von 5′ bei ihnen von keiner Bedeutung war. — Alhazen fand mittelst Armillen, dass die Fixsterne in der Nähe des Horizontes dem Pole näher scheinen als zur Zeit der Culmination, etc. — Wir haben uns einer sehr genauen Untersuchung der Sache unterzogen, und aus vielen Beobachtungen gefunden, die Refraction reiche bei heller Witterung nur bis zum 30. Grad, bei nebliger und russiger Luft (Höhenrauch?) aber darüber hinaus, und sie ändere sich auch mit dem Zustand der Atmosphäre. Um aber ihren Betrag in den einzelnen Höhengraden zu finden, beobachteten wir nicht nur Fixsterne, sondern auch die Sonne. Wir berechneten für bestimmte Azimuthe mit Berücksichtigung der Parallaxe und der Aenderung der Declination die Höhen der Sonne (aber zu klein wegen der zu grossen Parallaxe) und verglichen diese mit den beobachteten, woraus sich die Refraction (aber also zu gross) ergab. Hierauf prüften wir die Sache an den Fixsternen mittelst Distanzbeobachtungen durch den Sextanten in verschiedenen Höhen (z. B. Distanz caput II antecedentis

und cor ☊), woraus sich aus den Differenzen der Beobachtungen in bestimmten Höhen die Refraction leicht ergibt. — Aus der Tabelle

Altitudo	Refractiones Solis	Refractiones Stellar.	Altitudo	Refractiones Solis	Refractiones Stellar.	Altitudo.	Refractiones Solis	Refractiones Stell.
2°	′ ″	13′ 40″	12°	3′ 5″	2′ 40″	22°	50″	35″
3	12 20	12 20	13	2 40	2 10	23	45	30
4	11 0	11 0	14	2 20	1 50	24	40	25
5	9 35	9 35	15	2 0	1 35	25	35	20
6	8 10	8 10	16	1 45	1 20	26	30	15
7	6 50	6 50	17	1 30	1 10	27	25	10
8	5 45	5 40	18	1 20	1 0	28	20	5
9	4 50	4 40	19	1 10	50	29	15	
10	4 5	3 50	20	1 0	45	30	10	
11	3 30	3 10	21	55	40	31	5	

sieht man, dass für Sonne und Fixsterne in der Nähe des Horizontes die Refraction gleich ist, für grössere Höhen etwas verschieden. Wir fanden, dass bei verschiedenen Dunstgehalten der Luft die Refraction bei der Sonne varire; so betrug sie einmal gegen das Wintersolstitium bei einer Höhe von 15° bei 6′. — Es scheint indessen nach einigen Beobachtungen von Tycho, dass die Refraction für verschiedene Orte verschieden sei. — **Cap. 17.** Die Refraction rührt nicht von der Verschiedenheit der Durchsichtigkeit des Aethers und der nächsten sublunaren Materie her; sie hat ihren Ursprung nicht sehr weit von der Erde. (Quod refractiones stellarum non accidunt ob diversitatem diaphanorum ætheris et materiæ proxime sublunaris: quodque earum origo non procul admodum a terra distat.) Er schliesst diess namentlich aus dem Umstande, dass die Refraction gegen den Scheitel hin erlöscht, und gegen den Horizont hin so

rasch zunimmt. — **Cap. 18.** Die Materie der Himmelssphären ist nicht fest, und führt die Planeten keineswegs als daran befestigte Punkte mit sich herum, sondern sie ist fein und flüssig, so dass sie der Bewegung der Planeten leicht weicht, — was man auch von den astronomischen Hypothesen zu halten habe. (Quod materia sphærarum coelestium non sit solida quæ inhærentes et infixos Planetas circumducet, sed quod sit subtilis et liquida, quæ facile motui Planetarum cedat: et quid de hypothesibus Astronomicis sentiendum.) Weist die Unmöglichkeit der festen Sphären nach, lobt Copernicus und sein System, und zeigt dass die Forderung von Ramus, einer Astronomia sine hypothese, keinen Sinn habe. — **Cap. 19.** Die die Planeten umgebende Materie unterscheidet sich in gar nichts von der reinen sublunaren Luft, — wobei auch das Gegentheil widerlegt wird. (Quod materia illa Planetis circumfusa plane nihil differat ab aëre puro sublunari: ubi etiam contraria refutantur). Stützt sich auf die Refractionserscheinungen, — namentlich den Umstand, dass die Refractionen der Planeten und Fixsterne gleich sind. — **Cap. 20.** Die ganze Luft, sowohl in als ausser der ätherischen Region, theilt sich bloss in die reine und verdichtete, — wie weit sich letztere von der Erde aus erstreckt. (Quod totus aër tum in ætherea regione quam extra consistens tantum dividatur in purum et crassum, et quovisque crassus sese a terra extendat.) Die reine Luft reicht bis zu Fixsternen, — die verdichtete, wie die Dämmerungserscheinungen zeigen, nur bis zu höchstens 17 deutschen Meilen über die Erdoberfläche. — **Cap. 21.** Woher die Refraction der Sterne kömmt. (Unde Refractiones stellarum generentur.) Die

vorgefasste Meinung, dass die Refraction in 30° Höhe erlösche, verhindert ihn natürlich die richtige Theorie zu erkennen. Die stärkere Refraction der Sonne in grösseren Höhen sucht er durch die Erwärmung der Luft zu begründen. — **Cap. 22.** Warum die Sterndistanzen am Horizonte grösser und die Himmelskörper überhaupt grösser erscheinen als in der Mitte des Himmels. (Cur circa horizontem distantias stellarum majores, ipsaque stellarum corpora majora apparrant quam in medio coeli.) Rothmann erklärt, dass beide Angaben nur auf Täuschung beruhen. — **Cap. 23.** Wie das Zeugniss der heil. Schrift betreffs der Festigkeit der Himmelssphären zu verstehen sei. (Quomodo testimonia sacrarum literarum, quæ soliditam sphærarum coelestium introducere videntur, sint intelligenda.) Seine Erörterungen laufen schliesslich darauf hinaus, dass die Worte der heil. Schrift nicht buchstäblich zu nehmen seien. — **Cap. 24.** Wie wir die Rectascension jenes Sternes, der im südlichen Auge ♉ von erster Grösse ist, und den wir zum Fundament unserer Beobachtungen nahmen, zur Zeit des Frühlingsäquinoctiums 1586 zu 63° 10′ gefunden haben. (Quomodo illius stellæ, quæ in Oculo ♉ australi lucida primæ magnitudinis est, quam pro fundamento nostrarum observationum assumsimus, Ascensionem rectam 63° 10′ circa æquinoctium vernum Anni 86 invenerimus.) «Nach Vorausschickung aller dieser Erklärungen ist es jetzt an der Zeit zu zeigen, auf welche Weise wir die Beobachtungen, durch welche wir die wahren Sternörter aufsuchten, anstellten. Obschon nun Copern. III cap. 2 Revol. auf die sehr einfache Methode mittelst der Beobachtung von blossen Declinationen hinweist, so verwarfen wir dieselbe doch, weil man dabei

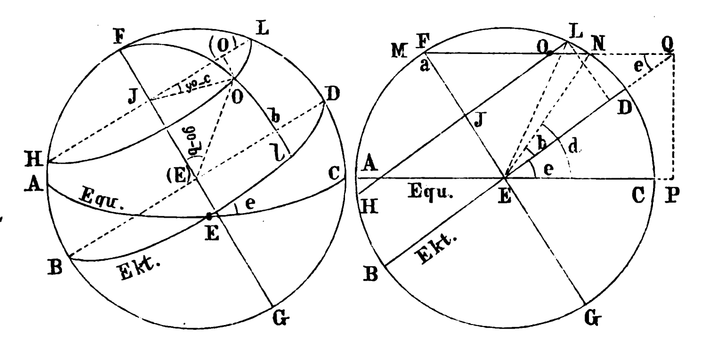
die in den Tafeln angegebene Breite als die wahre betrachten muss.[8]) Wir aber wollten uns gar nicht auf die Tafeln verlassen, sondern Alles von Neuem auffinden, ja sogar das in den Tafeln Angegebene mittelst unsern Beobachtungen prüfen. Da nun, wenn die Rectascension irgend eines Sternes gegeben ist, sich die Rectascension der übrigen und daraus ihre Längen und Breiten leicht ergeben, so wählte unser Fürst als Fundamentalstern denjenigen,

---

[8]) Diese Methode von Copernicus bestand darin, unter Voraussetzung der constanten und bekannten Breite eines Sternes und der Schiefe der Ekliptik, aus der gemessenen Declination die Länge zu bestimmen, wofür die unmittelbar aus dem Dreiecke Pol-Ekliptikpol-Stern folgende Formel

$$\operatorname{Sin} l = \frac{\operatorname{Sin} d - \operatorname{Cos} e \,.\, \operatorname{Sin} b}{\operatorname{Cos} b \,.\, \operatorname{Sin} e}$$

dient. Copernicus erhielt diese Formel mit Hülfe der beistehenden



zweiten Figur, welche eine orthographische Projection der ersten ist, auf folgende Weise: Es ist

$$\operatorname{Sin} b = EJ = Ea - aJ = EQ \,.\, \operatorname{Tg} e - JO \,.\, \operatorname{Tg} e =$$
$$= \frac{PQ}{\operatorname{Sin} e} \,.\, \operatorname{Tg} e - JO \,.\, \operatorname{Tg} e = \frac{\operatorname{Sin} d}{\operatorname{Cos} e} - \operatorname{Cos} b \,.\, \operatorname{Sin} l \,.\, \operatorname{Tg} e$$

woraus obige Formel ohne weiteres folgt.

welcher im Auge des Stiers «Palilicium Sidus (der Glänzende, — früher soll zunächst das Siebengestirn so genannt worden sein, weil es an dem am 21. April, dem Stiftungstage Rom's, gefeierten Feste der Pales hell scheinen sollte)» geheissen wird, und wir bestimmten dessen Rectascension durch unzählige Beobachtungen mittelst der Uhr und auch mittelst des Jupiters. Und da bei jenen Beobachtungen, die wir auf die blos der Uhr entnommene Zeit gründeten, sich leicht ein Fehler einschleichen kann, da auf eine Zeitminute 15 Minuten des Equators gehen, so verliessen wir uns hauptsächlich auf die Bestimmungen, welche wir mittelst Jupiters-Meridiandurchgängen machten, die uns gegen das Frühlingsequinoctium 1586 die Rectascension Oculi ♉ zu 63° 10′ ergaben, wie wir sie auch im vorhergehenden Jahre gefunden hatten.[9]) Da aber im folgenden Jahre 1587 Venus

[9]) In der Nr. 22 der Cassler-Manuscripte, die im Allgemeinen astrologischer Natur und von mir unbekannter Hand geschrieben ist, findet sich ein einzelnes Blatt von Rothmann's Hand eingefügt, das ich hier als Zeugniss seiner Bestimmungen durch Jupiter copire: „Calculus observationis stellarum fixarum institutis 24. Januarii Anno 1585, Altitudo Solis meridiana 22° 15′, cui per calculum respondet 14° 47′ ♒. Ascensio recta 317° 15′ 10″. Tempus primæ observationis $4^h\ 50^m\ 20^s$ P. M. cui respondent 72° 35′ æquatoris. Unde, ascensio recta medii coeli (Sternzeit) in momento
30 2 16
primæ observationis fuit 29 50 10. (Da 317° 15′ 10″ + 72° 35′ = 29° 50′ 10″, d. h. gleich der ausgestrichenen Zahl, und die corrigirte Zahl um 12′ 6″ = $48^s,4$, d. h. um ebenso viel grösser ist, als das Interval $4^h\ 50^m\ 20^s$ vergrössert wird, wenn man dasselbe in Sternzeit umsetzt, so liegt die Bedeutung dieser Correctur klar vor). Inveniebatur autem eo temporis momento Azimut Jovis 4° 0′ occid. Altitudo 48° 42′. Per calculum igitur invenitur

Declinatio ♃ . . . . 10° 2′ 25″
Distantia ♃ a meridiano in æquatore 2 38 41

am Tage sichtbar war und unser Quadrant bereits ganz genau corrigirt war, so vernachlässigten wir auch diese Gelegenheit nicht. Obschon nämlich Copern. lib 2 cap. 14 Revol. mit Ptolemäus glaubte, es gebe ohne den Mond

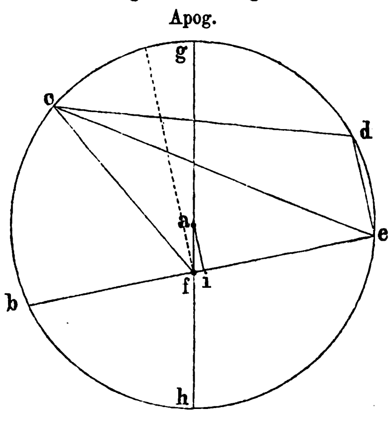
---

Ascensio recta ♃ (30° 2′ 16″ — 2° 38′ 41″) . . .	27°	23′	35″
Latitudo ♃ meridionalis	1	10	27
Longitudo seu verus locus ♃	29	1	9
Distantia ♃ a meridiano in momento secundæ observationis, hoc est, $8^h\ 58^m$	64	41	0
Hinc differentia inter has duas ♃ observationes est 62° 2′ 19″ equatoris, hoc est	4^h	8^m	9^s
Horologium ostendit differentiam	4	7	40
Deficit igitur horologium			29

Leider ist allerdings dies Beispiel nicht vollständig, und ebenso wenig das beistehende Rechnungs-Broullion, das Spuren der Prostaphäresis zeigt, aber von mir trotz aller Mühe nicht vollständig entziffert werden konnte. — Die zwei folgenden Seiten enthalten die drei Meridianhöhen der Sonne

1567 II 27 :	34°	0′	woraus Länge ☉ =	18°	11′	18″	♓
IV 12	50	39		1	22	21	♉
VIII 22	47	17		7	56	36	♍

und darauf gestützt folgende Rechnung: Ist f das Centrum der Welt, und sind $b\ c\ d$ die drei beobachteten Sonnenörter, so ist



$\sphericalangle bfc = 31° 22' 21'' - 348° 11' 18''$
$= 43° 11' 3''$
$\sphericalangle cfe =$ 136 48 57
$\sphericalangle cfd =$ 126 34 15
$\sphericalangle bfd =$ 169 45 18
$\sphericalangle dfe =$ 10 14 42

Wegen der Zeitgleichung reduciren sich die drei Beobachtungsdaten auf

II 26, $23^h\ 48^m\ 7^s$
IV 12, $0^h\ 0^m\ 24^s$
VIII 21, $23^h\ 58^m\ 29^s$

keine Möglichkeit die Sternörter zu ermitteln, da er allein des Tages und der Nacht theilhaftig sei, so kommt doch auch Venus am Tage in Sicht, und ist für diese Aufgabe viel geeigneter. Beim Monde sind nicht nur die Parall-

---

und es sind daher die Zwischenzeiten

$$44^d\ 0^h\ 12^m\ 17^s \qquad 131^d\ 23^h\ 58^m\ 5^s$$

welchen in Beziehung auf die um a stattfindende gleichförmige Bewegung im Kreise die Bogen

$$b\,c = 43^\circ\ 22'\ 37'' \qquad c\,d = 130^\circ\ 6'\ 15''$$

entsprechen. — Im Dreiecke $c\,e\,f$ hat man somit

$$2 \cdot \sphericalangle\, c\,f\,e = 273^\circ\,37'\,54'' \qquad 2 \cdot \sphericalangle\, c\,e\,f = B \cdot b\,c = 43^\circ\,22'\,37''$$

und daher

$$2 \cdot \sphericalangle\, f\,c\,e = 360 - 2\,(c\,f\,e + c\,e\,f) = 42^\circ\,59'\,29''$$

Denkt man sich aber diesem Dreiecke einen Kreis umschrieben, und setzt seinen Radius gleich 10000000, so sind nach der Sehnentafel

$$e\,f = 7\ 328580 \qquad c\,e = 13\ 686912$$

Ferner hat man im Dreieck $f\,d\,e$

$$2 \cdot \sphericalangle\, d\,f\,e = 20^\circ\,29'\,24'' \qquad 2 \cdot \sphericalangle\, f\,e\,d = B \cdot b\,d = 173^\circ\,28'\,52''$$

und daher

$$2 \cdot \sphericalangle\, f\,d\,e = 360^\circ - 2\,(d\,f\,e + f\,e\,d) = 166^\circ\,1'\,44''$$

so dass, wenn man sich auch um dieses Dreieck einen Kreis beschrieben denkt, und den Radius gleich 10000000 setzt, wieder nach der Sehnentafel

$$f\,e = 19\ 851538 \qquad d\,e = 3\ 557152$$

oder, wenn $d\,e'$, den Werth von $d\,e$ in Theilen des frühern Radius bezeichnet,

$$7\ 328580 : 19\ 851538 = d\,e' : 3\ 557152$$

woraus $d\,e' = 1\ 313191$ und ebenso $c\,e' = 13\ 686912$ folgt. — Im Dreieck $c\,e\,d$ kennt man nun in Beziehung auf den ersten Radius $d\,e$ und $c\,e$, sowie den eingeschlossenen Winkel aus $2 \cdot \sphericalangle\, c\,e\,d = B \cdot c\,d = 130^\circ\,6'\,15''$, — kann also die übrigen Stücke berechnen, und findet so z. B. $2 \cdot \sphericalangle\, d\,c\,e = 10^\circ\,21'\,52''$, also $B \cdot b\,c\,e = 183^\circ\,50'\,44''$, also $B \cdot b\,h\,e = 176^\circ\,9'\,16''$, — und nach der Sehnentafel in Beziehung auf den Hauptradius $a\,h$ als 10000000

$$d\,e = 1\ 806470 \qquad b\,e = 19\ 988738 \qquad a\,i = 335525$$

Bezeichnet aber $e\,f'$ den Werth von $e\,f$ ebenfalls in Beziehung auf letztern Radius, so hat man

$$1\ 806470 : 1\ 313191 = e\,f' : 7\ 328580$$

axen, sondern auch viel Anderes für ein genaues Resultat hinderlich, was bei der Venus wegfällt. Wenn auch Venus am Tage bei Anwesenheit der Sonne nicht Jedem in die Augen fällt, so entgeht sie unserm Blick doch nicht, wenn sie in der grössten Elongation von der Sonne sich befindet, und das Instrument auf den in den Tafeln angegebenen Ort eingestellt, und so ihr Ort so genau als möglich aufgesucht wird, was noch leichter und sicherer in einem unterirdischen Ort geschieht. Dennoch wird sie auch ohne diese Hülfsmittel für ihre Lage und die Beschaffenheit der Luft dem Auge der Erfahrenen nicht entgehen können. Auch sie gab uns die Rectascension Ocul. ♉ gegen das Frühlingsequinoctium 1586 zu 63° 10′. Um dies zu zeigen führe ich zwei solche Venusbeobachtungen an, welche ich mit der grössten Sorgfalt anstellte, wobei mein Bruder Johann (der damals bei mir sich mit meiner

---

woraus $ef' = 10\ 079919$ folgt, und sodann $fi = cf' - \frac{1}{2} bc = 85550$, sowie $fa = 346242$, und endlich $\sphericalangle fai = 14° 18' 15''$. — Die Excentricität der Sonnenbahn ist somit 0,0346242 und die Länge des Apogeums

$$18° 11' 18'' ♓ + 90° + 14° 18' 15'' = 2° 29' 33'' ♋$$

Man sieht hieraus, wie mühsam solche Rechnungen damals noch geführt wurden. — Das Datum 1567 II 27 ist von dem Datum 1867 III 11 um 300 julianische Jahre entfernt. Nun beträgt der Unterschied zwischen dem julianischen und tropischen Jahre $0^d,00780$, was in 300 Jahren 2,34 Tage ausmacht, und anderseits ist der Längenunterschied von Cassel und Greenwich $38^m\ 1^s = 0^d,03$, — also correspondiren die Daten Cassel 1567 II 27 und Greenwich 1867 III 13, 31 und für diese ist nach Beobachtung in Cassel die Länge ☉ = 348° 11′ 18″
nach dem Naut. Alman. . . . . = 352 46 47

300 × 55″,1 = 16529″ = 4 35 29

so dass sich also eine Präcession von 55″,1 ergibt.

Triang. doctrina beschäftigte) die Uhrzeit genau zählte.» Die Eine dieser Beobachtungen ist folgende: «Observatio per ♀ Anno 1587, die 18 Januarii. Altitudo Solis meridiana 20° 25′, ideoque addita parallaxi et separatis refractionibus declinatio ☉ vera erat 18° 14¼′ merid., cui per calculum triangulorem respondet 8° 22′ 6″ ♒. Sed motus ☉ diurnus tunc erat 1° 1′. Qua propter intra spatium trium horarum et minutorum 13 permotus est Sol 8′ 11″; ideoque locus ☉ tempore observationis, hora nimirum 3. min. 13 P. M. erat 8° 30⅓ ♒, declinatio vera 18° 12′ 4″ Merid.

Azimuth occid.	Altidudo app. ☉	Temp. P. M. ex Horolog.	Azimuth occid.	Altitudo app. ♀	Temp. P. M. ex Horolog.
45° 0′	9° 10¼′	3h 9m 27s	20° 0′	35° 17⅚′	3h 34m 15s
45 30	8 54¾′	3 11 48	21 0	35 6⅚	3 37 56
46 0	8 39⅔	3 14 10	22 0	34 55¼	3 41 18
			23 0	34 43	3 44 43

Hora deinde 5 min. 33 erat in Azimutho occidentali 52° 0′ Altitudo Veneris apparens 24° 24½′: et distantia ejus apparens a tertia stella ♈ 43° 31′; a scapula vero Pegasi 16° 12′.» — Zuerst berechnet Rothmann aus der Sonnendeclination — 18° 12′ für die Azimuthe 45°, 45½° und 46° die Höhen 9° 8⅓′, 8° 52⅔′ und 8° 36⅚′ der Sonne und mit ihrer Hülfe die Stundenwinkel 47° 18′ = 3h 9m 12s, 47° 53⅓′ = 3h 11m 33s und 48° 28¾′ = 3h 13m 55s derselben, — schliesst daraus in Vergleich mit den Beobachtungszeiten, dass seine Uhr um 15s zu viel gezeigt haben müsse, — und corrigirt um so viel die Beobachtungszeiten der Venus, die ihm nun so

3h 34m 20s   3h 37m 41s   3h 41m 3s   3h 44m 28s

oder   I.

53° 35′   54° 25¼′   55° 15¾′   56° 7′

als Stundenwinkel (*St.*) der Sonne zur Zeit der Venusbeobachtungen ergeben. — Aus Azimuth und Höhe der Venus je ihre Declination berechnend, fand Rothmann aus seinen Beobachtungen übereinstimmend 1° 37 $^1/_3$′ Merid., und sodann aus Verbindung dieser Declination mit den beobachteten Höhen die 4 Stundenwinkel

16° 13′   17° 3$^1/_4$′   17° 53$^3/_4$′   18° 45′   II.

Der nach oben für 3^h 13^m gültigen Sonnenlänge 8° 30 $^1/_3$′ ≈ entspricht aber die Rectascension 310° 57′ bei einer täglichen Bewegung von 62′, also ist zu der Zeit 3^h 40^m, welche im Mittel den Venusbeobachtungen entspricht, die Rectascension der Sonne gleich

310° 58′ 10″   III

also die Rectascension der Venus, welche offenbar gleich III + I — II zu setzen ist, nach den 4 Beobachtungen

	310°	58′	10″	310°	58′	10″	310°	58′	10″	310°	58′	10″
+	53	35	0	54	25	15	55	15	45	56	7	0
—	16	13	0	17	3	15	17	53	45	18	55	0
	348	20	10	348	20	10	348	20	10	348	20	10

so dass man also die scheinbare Rectascension der Venus um 3^h 40^m zu

348° 20$^1/_6$′   IV^I

anzusetzen hat. — Da die Parallaxe der Venus in 35° 18′ nach Copernicus 5 $^1/_2$′ beträgt, so ist die wahre Declination derselben — 1° 37 $^1/_3$′ + 5 $^1/_2$′ = — 1° 31 $^1/_6$′; hiefür findet man aber für den Stundenwinkel der Venus zur Zeit der ersten Beobachtung 16° 11 $^1/_2$′ anstatt den frühern 16° 13′, — also ist die wahre Rectascension der Venus

348° 20$^1/_6$′ + 1$^1/_2$′ = 348° 21$^2/_3$′   IV^{II}

also, da ihre tägliche Zunahme damals 21′ betrug, zwei Stunden später, wo sie mit den Fixsternen verglichen wurde,

$$348^\circ\ 21^2/_3 + \frac{1}{12} \cdot 21 = 348^\circ\ 23^2/_5{}' \qquad \text{IV}^{\text{III}}$$

Bei Vergleichung mit dem Sterne stand Venus im Azimuth 52° und hatte die scheinbare Höhe 24° 24 1/2′, — oder, für die Höhenparallaxe 6′ 15″ addirend und für die Refraction 25″ abziehend, die wahre Höhe 24° 30 1/3′. Aus der scheinbaren Höhe folgen durch Rechnung

$$D = 1^\circ\ 35^2/_3{}' \text{ Merid.} \qquad St = 45^\circ\ 52'\ 42''$$

aus der wahren dagegen

$$D = 1^\circ\ 30^3/_5{}' \text{ Merid.} \qquad St = 45^\circ\ 49'\ 50''$$

so dass der scheinbare Stundenwinkel um 2′ 52″ grösser ist, also die scheinbare Rectascension nur

$$348^\circ\ 23^2/_5{}' - 2'\ 52'' = 348^\circ\ 20^1/_2{}' \qquad \text{IV}^{\text{IV}}$$

beträgt. — Aus der scheinbaren *D* 1° 35 2/3′ Merid. der Venus, der mit dem Quadranten erhaltenen *D* des 3. Sterns im Widder 21° 27 1/2′ Sept., und der mit dem Sextanten gefundenen Distanz 43° 31′ folgt aber durch Rechnung die Rectascensionsdifferenz 37° 46′ 28″, also ist die *AR* *α* Arietis

$$348^\circ\ 20'\ 30'' + 37^\circ\ 46'\ 28'' = 26^\circ\ 7' \qquad \text{V}$$

Endlich folgt, da Ocul. ♉ die Declination 15° 36′ Merid. und von *α* Arietis die Distanz 35° 32′, die Rectascensionsdifferenz 37° 3′ 10″, also die Rectascension von Ocul. ♉ nach den Beobachtungen von 1587 I 18

$$26^\circ\ 7' + 37^\circ\ 3^1/_6{}' = 63^\circ\ 10^1/_6. \qquad \text{VI}$$

und auf ähnliche Weise ergaben sich aus 1587 I 29: 63° 10 3/4′. Man hat also in diesen Daten, da die Präcession 50″ beträgt, wirklich eine vollständig befriedigende Uebereinstimmung mit dem frühern Resultate. — **Cap. 25.** Wie aus der Rectascension des genannten Sternes diejenigen der übrigen Sterne abgeleitet werden. (Quomodo ex ascensione recta Oculi Tauri reliquarum quoque

stellarum ascensiones rectas diduxerrimus). Aus den Meridivnhöhen der Sterne wurden ihre Deklinationen abgeleitet, und sodann aus den mit dem Sextanten gemessenen Distanzen die Rektascensionsdifferenzen berechnet. — **Cap. 26.** Wie aus den drei Seiten eines sphärischen Dreieckes dessen Winkel gefunden werden (Quomodo datis tribus trianguli sphaerici lateribus detur etiam quivis angulis). Er gibt genau dieselbe Formel, welche in Nr. XXXII. als Formel 8 von Bürgi mitgetheilt worden ist.

Zum Schlusse gebe ich noch eine kleine Fortsetzung des in Nro. 29 begonnenen, dann wiederholt und zuletzt noch in Nro. 44 fortgeführten Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher-Sternwarte:

194) Sternkarte des nördlichen Himmels. Geschenkt von Prof. Wolf.

Sie erschien als Beilage zur Zeitschrift „Sirius".

195) Repsold'scher Pendelapparat. — Geschenkt von Prof. Plantamour in Genf.

Es sind die Tafeln, mit welchen Plantamour 1866 seine Abhandlung „Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion" begleitete.

196) Abbildung eines morgenländischen Astrolabiums. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Es sind die Abbildungen, welche B. Dorn seiner „Kurzen Nachricht von zwei Astrolabien mit morgenländischen Inschriften (Bullet. publ. par l'acad. de St. Pétersb. V 6; 1838) beigab. Das abgebildete Astrolabium ist in Messing ausgeführt, gut erhalten, und nach Dorn muthmasslich dem 12. Jahrhundert angehörend; es wurde in Aleppo gekauft.

197) Karte der Isogonen Nordamerica's für 1870. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Sie wurde 1866 von A. D. Bache, Superintendent der U. S. Coast. Survey herausgegeben, und von A. Lindenkohl gezeichnet.

198) Muster von chronographischen Zeichen und Zeitscalen. — Zusammengestellt von Prof. Wolf.

Die grosse Tafel gibt die Notirungen an einem Hipp'schen Walzenchronographen, welche 1867 VIII 12 während der Längenbestimmung von Rigi-Zürich-Neuenburg erhalten wurden. Links von ihnen findet sich zunächst ein Muster von einem der Genfer-Sternwarte zugehörigen Hipp'schen Streifen-Telegraphen, und zu äusserst zwei Muster von einem der Zürcher-Sternwarte zugehörigen Hasler'schen Streifen-Telegraphen, das eine bei guter, das andere bei schlechter Condition derselben.

199) Verschiedene astronomische Abbildungen. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Es sind zehn Tafeln, auf welchen ich eine grössere Anzahl von Beilagen der Zeitschrift „Sirius" zusammengeordnet habe: Taf. 1 zeigt die neue Wiener Sternwarte in Aufriss, Grundriss und Durchschnitt; Taf. 2 Abbildungen von Sonnenflecken nach Zeichnung von Secchi; Taf. 3 ebensolche nach Zeichnungen von Spörer; Taf. 4 ebensolche nach Zeichnungen von Lohse; Taf. 5: Darstellungen von Jupiter und Saturn nach Lohse, Secchi und Guenet; Taf. 6 und 7: Abbildungen verschiedener Kometen; Taf. 8 eine Sternkarte der Equatoralzone; Taf. 9 die Pleyaden; Taf. 10 mehrere der merkwürdigsten Nebel.

200) Verschiedene astronomische Abbildungen. — Geschenkt von der Sternwarte in Leyden.

Es sind zwölf Tafeln, welche den drei ersten Bänden der Annalen jener Sternwarte beigegeben, und dann auf meinen Wunsch noch extra für die Sammlung abgegeben wurden: Taf. 1 und 2 stellen die ältern Beobachtungslocalien und die jetzige Sternwarte dar; Taf. 3 und 4 den von Pistor und Martin in Berlin für Leyden construirten Meridiankreis; Taf. 5, 6 und 7 die Registrirapparate; Taf. 8 gibt die 1862 erhal-

tenen Mars-Zeichnungen[10]); Taf. 9 enthält Gürtel- und Polarkarten von Mars; Taf. 10—12 beziehen sich auf den Kometen 1862 II [11]).

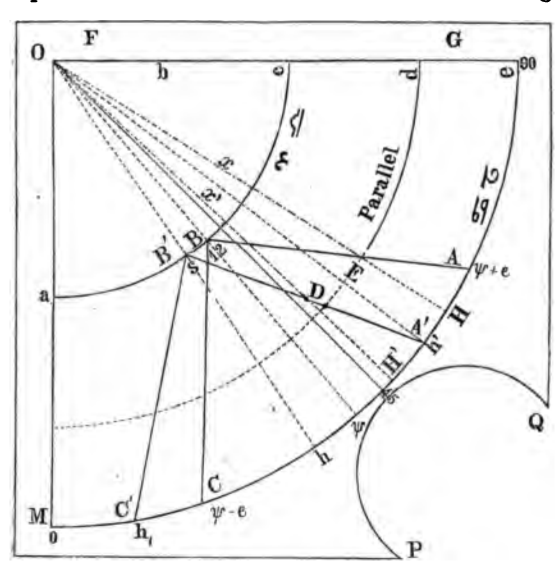
201) Zwei Sonnenquadranten von Meylin. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Der Berner Rudolf von Graffenried (vergl. für ihn meine Biographien I 95—104) beschreibt unter dem Titel „Horarium bilimbatum" auf pag. 64—72 der 1629 erschienenen zweiten Ausgabe seines „Compendium sciotericorum" einen ihm eigenthümlichen Sonnenquadranten, dessen Construction in Kurzem Folgende ist: Zu einem in seine 90 Grade getheilten Quadranten des Radius a wird mit beliebiger, etwa der Hälfte von a gleicher Zirkelöffnung b ein concentrischer Quadrant verzeichnet; dann werden an der Theilung des Hauptquadranten theils die Punkte $\psi + e$, ψ und $\psi - e$ (wo ψ die Equatorhöhe und e die Schiefe der Ekliptik bezeichnet), welche die Mittagshöhe der Sonne im Sommersolstitium, Equinoctium und Wintersolstitium darstellen, theils die aus einer beigegebenen Tafel erhältlichen Punkte h', h und h, aufgesucht, welche zu denselben Epochen die Höhen der Sonne je in dem Momente vorstellen, wo sie um den Stundenwinkel s (successive $s = 1^h, 2^h \ldots 6^h$ angenommen) vom Meridiane entfernt ist; schliesslich werden je die mittlern Punkte auf den Hülfsquadranten übergetragen, und nun die Geraden $A\ B\ C$ und $A'\ B'\ C'$ gezogen, von welchen Erstere der Mittagsstunde 12 und Letztere der Stunde s entsprechen. Entspricht endlich H der Mittagshöhe $\psi + d$, so schneidet $H\ O$ auf $A\ B$ in dem Punkte E ein, welcher den der Declination d entsprechenden Parallel bestimmt. — Für den Gebrauch nimmt Graffenried an, dass man bei F und G zwei Diopter aufsetze und in O „ein Faden heffte, mit einem Senckel, und am Faden ein Berlein oder Knöpfflein, das sich hin und har satt rucken lasse", vorhanden sei. Dann sagt er: „Wann dann begehrst die Tagstund bey der Sonnen zu erfahren, ist nothwendig zu wissen, in welchem zeichen und

[10]) Die 1864/5 erhaltenen Bilder sind unter Nro. 173 aufgestellt.

[11]) Eine theils ebenfalls diesen Kometen, theils den Kometen 1861 II betreffende grössere Tafel ist unter Nro. 205 aufgestellt.

grad (oder in welcher Declination d) die Sonnen sige, dann das Knöpfflein am Faden muss auf der Linien $A\ B$ in gleiches



Zeichen und Grad (Parallel d) geruckt werden (nach E); wann das beschehen, so lass die Sonnen durch beyde Absehen scheinen und der herabhangende Faden mit seinem Knöpfflein wird dir alsdann die stund weisen." Entspricht der Beobachtung im Stundenwinkel s die Höhe H', so ist die Vorschrift von Graffenried offenbar richtig, wenn die beiden Punkte D zusammenfallen oder $x' = x$ ist. Nun hat man offenbar

$\Delta\ A'\ O\ B' = \Delta\ A'\ O\ D + \Delta\ B'\ O\ D$ oder

$$a\ b\ \text{Sin}\ (h' - h) = a\ x'\ \text{Sin}\ (h' - H') + b\ x'\ \text{Sin}\ (H' - h)$$

oder $$x' = \frac{a\ b\ \text{Sin}\ (h' - h)}{a\ \text{Sin}\ (h' - H') + b\ \text{Sin}\ (H' - h)}$$

und entsprechend $$x = \frac{a\ b\ \text{Sin}\ e}{a\ \text{Sin}\ (e - d) + b\ \text{Sin}\ d}$$

Setzt man nun z. B. $a = 2$, $b = 1$, $e = 23^1/_2°$, $d = 15°$, $\psi = 42° 27'$ und $s = 3^h$, und somit $h = 28° 36'$, $h' = 47° 5'$ und $H' = 40° 46'$, so erhält man nach dieser Formel $x' = 1{,}47$ und

$x = 1{,}44$, — es ist also jene geforderte Gleichheit wirklich nahe vorhanden und somit die gegebene, natürlich nicht auf absolute Genauigkeit Anspruch machende Construction gerechtfertigt. — Ein auf einer Messingplatte von 5 alten Zürcher-Zollen oder $12^1/_2$ Cm. Seite ausgeführtes Exemplar eines solchen Sonnenquadranten, welches ich vor Jahren von einem Antiquar erwarb und kürzlich der Sammlung der Sternwarte schenkte, zeigt auf der Rückseite den Namenszug J. J. G. und das Gossweiler-Wappen, und am Rande die Inschriften: „Meylin in Zürich fec., — J. H. Vogel delineavit, — J. Co. Keller sculpsit", und diente, wie das folgende zeigen wird, nicht nur zur Zeitbestimmung, sondern durch beigegebene Scalen auch zu ballistischen Operationen. Der Hauptverfertiger ist ohne allen Zweifel[12]) der zu Zürich 1671 geborene und ebendaselbst etwa[13]) 1712 verstorbene Uhrmacher Johannes Meylin,[14]) — der Zeichner sein Jahrgänger und Mitbürger, der 1753 verstorbene Joh. Heinrich Vogel, Inspector des Feuerwerker-Kollegiums, — der Graveur der nur wenig ältere, 1668 geborene und 1730 verstorbene Joh. Konrad

[12]) Theils nach meinen eigenen Nachforschungen auf der Stadtbibliothek in Zürich, theils nach den gefälligen Mittheilungen der Herren Oberst Adolf Bürkli und Professor Salomon Vögelin-Escher.

[13]) Joh. Meylin verheirathete sich 1702 mit der 1679 geborenen Anna Uhlinger von Zürich, und erhielt von ihr 1703 und 1704 zwei Knaben, Johannes und Jakob, von welchen der Erstere Metzger wurde und später in fremde Kriegsdienste gieng, der Zweite 1749 als Goldschmid zu London starb. Da nun diese Frau im Juli 1713 in zweiter Ehe den Goldschmid Kaspar Scheuchzer heirathete, so glaubte ich das Todesjahr von Johannes Meyli auf 1712 setzen zu sollen.

[14]) Johannes Meyli war ein Sohn des Schlosser und „Ysenkremer" Felix Meylin (1632—1697), dessen von Mulchlingen (bei Seen) in der Grafschaft Kyburg gebürtiger Vater Jost Meylin 1626 Bürger von Zürich und bald darauf Zunftmeister zu Schmieden geworden war, — und einer Elisabetha Ammann, wahrscheinlich einer Bruderstochter des sog. Thalweiler-Schärers Joh. Jakob Ammann, für welchen Band I. pag. 87 meiner Biographien zu vergleichen.

Keller. Obmann der Goldschmiede, — und der ursprüngliche Besitzer endlich der 1661 geborene Feldzeugmeister Joh. Jakob Gossweiler, der 1722 als Obervogt zu Hegi starb.[15]) — Der wohl ursprünglich ebenfalls vorhandene Faden mit dem beweglichen „Knöpfflein“ fehlt; dagegen ist noch ein massiver Senkel mit Spitze vorhanden, der, in *O* angeschraubt, auf der Theilung die Neigung von *FG* gibt, — oder auch, wenn das Instrument auf die Spitzen *PQ* gestellt wird, eine Art Senkwaage repräsentirt; derselbe Senkel kann auch bei *M* angeschraubt werden. — Von *M* über *O* nach *G* hin finden sich zwei ungleichtheilige Scalen angebracht, deren entsprechende Punkte durch Gerade verbunden sind, und den Zahlen $\alpha = 1/4, 2/4, 3/4$, 1, 2, 3, ... 32 entsprechen. Bezeichnet man den Abstand eines Theilpunktes vom Anfangspunkte mit *a* oder *A*, so ist bis auf 1/10 Mm. genau

$$a = 52{,}5^{mm} \cdot \sqrt[3]{\alpha} \qquad A = 54{,}3^{mm} \cdot \sqrt[3]{\alpha}$$

so dass muthmasslich die *a* Kugeldurchmesser für 1/4 Pfünder, 1/2 Pfünder etc., — die *A* die entsprechenden Geschützdurchmesser sind, — obschon allerdings z. B. eine Eisenkugel von 52,5 Mm. Durchmesser, das specifische Gewicht des Eisens zu 7,8 angenommen, 591 Gramm oder 1 ℔ 4 Loth alten Zürcher-Gewichtes wägen würde. — Auf der Rückseite endlich befindet sich ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete in 100 gleiche Theile getheilt ist, während die andere Kathete eine ungleiche Theilung hat, der die Zahlen $\alpha = 1, 2, 3, \ldots 45$ beigeschrieben sind. Letztere Theilung entspricht mit grosser Genauigkeit Sin 2α, und gibt somit die Wurfweite bei der Elevation α, diejenige bei 45° als 100 angenommen. Da bei der Gleichtheilung in jedem 10. Punkt eine Senkrechte errichtet und ihr Nullpunkt mit jedem Theilpunkt der zweiten Theilung verbunden ist, so kann man, wenn

---

[15]) Ein zweites, sonst ganz identisches Exemplar, das im Besitz von Herrn Lehrer Egloff in Solothurn ist, zeigt nur die Inschrift: „Meylin in Zürich“, ferner ein Wappen, das dem der Meylin zum mindesten sehr ähnlich ist, und ein in J. G. R. oder J. R. G. auflösbares Monogramm.

die Wurfweite bei 45° gegeben war, abgreifen, welche Wurfweite bei demselben Satze einer andern Elevation entspricht, oder unter welchem Winkel geworfen werden muss um eine bestimmte andere Distanz zu erreichen. — Da ein zweites Exemplar, das ich kürzlich ebenfalls antiquarisch erwerben konnte, genau dieselbe Grösse und Form hat, abgesehen davon, dass der Senkel von Eisen anstatt von Messing ist, so rührt es wohl ebenfalls von Meylin her, wenn es auch seinen Namen nicht trägt, und auf ihm die Stundenlinien fehlen, während die ballistischen Beigaben genau in der vorhin beschriebenen Weise vorhanden sind; das einzige eigenthümliche ist, dass auf der Rückseite noch eine der Kathete gleiche Länge dreimal aufgetragen ist, — einmal in 150, einmal in 1000 und einmal in 2000 gleiche Theile getheilt.

202) Darstellung des Planisphäriums. — Manuscript.

Zwei nach meinem Entwurfe von Herrn Alfred Wolfer gezeichnete Tafeln, welche Dorsum, Mater und Rete darstellen, und die Construction erläutern.

203) Porträt von Heinrich Wolf. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Ein 1660 von Conrad Meyer gestochenes Bild von $22^1/_2$ Cm. Höhe und 15 Cm. Breite des zürcherischen Theologen und Chronologen Heinrich Wolf, geboren 1551 und 1591 als Pfarrer am Fraumünster verstorben.

204) Porträt von Saussure. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Es ist das als Titelblatt zum 4. Bande meiner „Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz“ durch H. Zollinger gestochene Bild von Hor. Benedict de Saussure.

205) Abbildungen des Kometen 1861 II und 1862 II. — Geschenkt von der Sternwarte in Leyden.

Sie gehören zu den unter Nr. 173 und 200 aufgestellten, den Annalen der Leydner-Sternwarte beigegebenen Tafeln.

206) Darstellung des Sonnensystems. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Es ist die von Rud. Falb 1868 für sein Journal „Sirius“ entworfene Darstellung.

207) Abbildungen des Mondes. — Geschenkt von der Buchhandlung Leopold Voss in Leipzig.

Es sind die 21 Tafeln, welche der durch Klein besorgten deutschen Ausgabe des Prachtwerkes „Nasmyth und Carpenter, der Mond“ beigegeben wurden.

208) Relief des Mondberges Copernicus. — Angekauft.

Das Relief wurde 1859 von S. Mognetti in Genf nach einer Zeichnung von Secchi auf einer Quadrattafel von 90 Cm. Seite in Gyps ausgeführt.

209) Astronomical engravings of the moon, planets, etc; prepared at the astronomical observatory of Harvard College, under the direction of the late Joseph Winlock. Cambridge (U. S.) 1876 in 4. — Angekauft.

Eine Sammlung von 35 Blättern, von welchen sich 12 auf die Sonne, ihre Verfinsterungen und Protuberanzen beziehen, — 5 auf den Mond, — 4 auf die Planeten Mars, Jupiter und Saturn, — 5 auf Kometen, — 7 auf Sternhaufen und Nebel, — und endlich 2 Abbildungen von Spektroskopen enthalten.

210) Bestimmung der Bahn des Doppelsternes ξ Ursæ majoris. — Manuscript.

Es ist die graphische Bestimmung, welche ich durch Herrn Alfred Wolfer nach einer von mir ausgedachten und vorläufig in Nr. 44 meiner Mittheilungen berührten Methode ausführen liess.

Die Häufigkeit des Polarlichtes an den einzelnen Tagen des Jahres.

Von

H. Fritz.

In Nr. V der Mittheilungen über die Sonnenflecken, 1857, gibt Herr Professor Wolf eine Zusammenstellung der Vertheilung von 5486 Nordlichttagen für jeden Tag des Jahres und gelangte zu dem Resultate, dass die Erscheinung jährlich fast zwei gleich hohe Maxima — am 20. März und 15. October und ein starkes Minimum um den 22. Juni, ein schwächeres Minimum um den 25. December besitzt; dass ferner die Curve der täglichen Zahlen noch sehr zackig wird, wobei sich namentlich der 3. und 6. Januar, 11. und 12. Februar, 26. und 29. März, 1. Mai, 24. September, 2. November, 20. December als, im Vergleich zur mittleren Curve, an Nordlichtern reiche, der 14. und 21. Februar, 31. März, 28. October, 5. und 28. November als an solchen arme Tage auszeichnen.

Nicht ohne Interesse ist eine entsprechende Zusammenstellung heute, nachdem für nahezu 16,000 Tage Polarlichter catalogisirt werden konnten. Wir geben eine solche in der folgenden Tabelle, in welcher ausser den in des Verfassers Polarlichter-Verzeichniss enthaltenen Nordlicht-Erscheinungen für die Zeit von 502 nach Chr. bis und mit 1875 noch für weitere 1361 Tage Ergänzungen benützt wurden. Die Zahlen wurden für die Zeitabschnitte 502 bis 1699, 1700 bis 1799, 1800 bis 1875 aus einander gehalten, um vergleichen zu können, ob sich etwa in den

Vertheilung von 15862 in den Jahren 502 bis 1875 beobachteten Nordlichter während der 365 Tage des Jahres.

	Monats-Tage.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Summe.	Mittel.
Januar.	502–1699	2	0	3	2	4	2	0	0	1	0	4	2	3	1	0	2	2	3	3	3	0	2	3	1	3	1	3	1	0	0	2		
	1700–1799	16	15	17	14	7	15	16	15	22	16	15	18	17	15	15	13	19	21	15	18	17	15	20	13	16	18	17	15	16	17	11		
	1800–1875	24	28	31	27	32	28	27	30	29	30	38	29	33	32	36	38	26	30	31	36	34	30	31	34	28	29	35	35	27	28	30	1503	48,5
	Summen	42	43	51	43	43	45	43	45	52	46	57	49	53	48	51	53	47	54	49	57	51	47	54	48	47	48	55	51	43	45	43		
	5täg. Sum.			222					231					258					260					247					248					
Februar.	502–1699	3	3	6	2	3	8	1	1	2	1	0	1	2	1	3	4	1	3	4	0	1	2	2	0	0	2	2	0	1	—	—		
	1700–1799	16	20	20	20	15	18	15	19	20	20	27	27	19	19	29	26	24	29	21	21	20	21	23	17	19	19	28	25	7	—	—		
	1800–1875	27	30	29	26	26	33	34	32	32	28	35	32	30	31	38	34	32	38	33	34	32	35	35	28	28	30	28	26	6	—	—	1538	54,5
	Summen	46	53	55	48	44	59	50	52	54	49	62	60	51	51	63	64	57	70	58	55	53	58	60	45	47	51	58	51	14	—	—		
	5täg. Sum.			245					259					273					312					271					285					
März.	502–1699	2	3	2	0	2	1	0	3	2	0	1	5	6	3	2	2	1	1	2	2	0	2	1	0	2	2	0	0	3	3	0		
	1700–1799	29	24	22	24	23	24	16	17	21	22	17	21	22	28	24	28	31	22	27	29	24	28	24	18	26	35	24	30	24	26	22		
	1800–1875	33	32	31	32	31	36	29	38	34	29	31	33	31	36	34	31	34	33	39	33	35	24	30	28	27	36	29	33	36	31	27	1801	58,1
	Summen	64	59	55	56	56	61	55	58	57	51	49	59	59	67	60	61	66	56	68	64	59	54	55	46	55	73	53	63	63	60	49		
	5täg. Sum.			287					270					306					313					283					288					
April.	502–1699	2	1	0	2	0	0	2	1	5	2	3	4	1	1	0	3	1	1	3	0	1	2	0	1	0	3	0	1	0	0	—		
	1700–1799	19	30	25	29	19	17	21	17	23	25	19	26	28	29	15	17	25	27	21	20	18	17	15	18	12	13	18	10	16	18	—		
	1800–1875	30	25	27	30	32	31	31	33	29	29	31	28	31	33	39	33	27	24	32	27	27	29	26	30	21	19	18	24	27	18	—	1488	49,6
	Summen	51	56	52	61	51	48	54	51	57	56	53	58	60	63	54	53	53	52	56	47	46	48	41	49	33	35	36	35	43	36	—		
	5täg. Sum.			271					266					288					261					217					185					
Mai.	502–1699	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	2	1	1	0	0	0	0	2	1	0	0	2	0	1	1		
	1700–1799	15	19	14	17	15	14	14	13	15	11	13	17	11	13	12	18	17	11	9	10	5	16	10	12	5	7	9	9	9	10	6		
	1800–1875	23	17	21	17	13	22	23	21	19	18	16	17	19	17	17	13	15	13	17	15	12	11	14	14	13	12	12	12	12	12	15	884	28,5
	Summen	38	37	35	34	29	36	37	34	34	30	29	35	31	30	29	31	34	25	27	25	17	27	24	28	19	19	21	23	21	23	22		
	5täg. Sum.			173					171					154					142					115					107					
.	502–1699	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	—		
	1700–1799	5	10	8	8	13	6	8	5	7	6	5	5	6	8	6	4	4	6	7	5	5	2	4	7	5	4	3	9	8	5	—		

J	Summen	21	18	22	16	21	17	26	22	20	30	17	29	19	24	29	25	24	20	25	23	19	17	18	22	27	19	26	31	24	19	25		
	5täg. Sum.		96					106					119					123					99					127						
August.	502—1699	0	1	2	1	0	2	1	1	0	0	1	0	0	2	0	0	1	1	2	0	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	2		
	1700—1799	13	9	10	12	8	11	6	13	8	10	11	13	11	12	13	14	13	7	18	18	17	16	13	14	13	22	19	19	18	17	20		
	1800—1875	18	19	16	21	16	16	11	13	18	21	17	17	23	22	18	18	19	14	19	16	21	24	24	20	28	28	22	20	28	26	25	1068	34,4
	Summen	31	29	28	34	24	29	18	27	26	31	29	30	34	36	31	32	33	22	39	34	40	42	38	34	41	50	41	39	46	43	47		
	5täg. Sum.		132					132					150					154					193					215			229			
September	502—1699	1	1	0	0	3	0	1	0	4	2	2	4	0	2	0	1	2	1	2	4	2	3	1	1	1	0	2	0	2	2	—		
	1700—1799	22	21	19	20	20	21	22	21	20	24	19	16	17	18	22	17	23	27	25	19	16	30	22	27	21	26	27	28	26	23	—		
	1800—1875	24	24	17	23	24	27	30	29	27	34	32	39	35	29	35	28	39	34	30	34	31	28	30	39	34	30	37	27	30	27	—	1604	53,5
	Summen	47	46	36	43	47	48	53	50	51	60	53	59	52	49	57	46	64	62	57	57	49	61	53	67	56	56	60	55	58	52	—		
	5täg. Sum.					227					273					268					286					292				276				
October.	502—1699	5	3	1	0	1	0	3	2	1	4	1	2	3	0	0	3	0	0	0	4	2	0	2	3	3	4	1	2	4	2	1		
	1700—1799	20	24	22	19	19	20	19	21	24	18	17	28	21	22	19	24	21	21	21	29	19	21	28	22	23	23	27	19	18	20	26		
	1800—1875	30	29	29	36	35	31	33	31	30	30	35	37	37	30	36	29	35	34	34	30	25	32	35	31	31	29	34	29	28	25	31	1713	55,3
	Summen	55	56	52	55	55	51	55	54	55	52	53	67	61	52	55	56	56	55	55	63	46	53	65	56	57	56	62	50	50	47	58		
	5täg. Sum.					268					281					280					272					296				250				
November.	502—1699	1	1	2	0	0	2	4	2	0	1	1	2	0	2	0	1	6	2	1	1	0	0	1	4	1	0	1	1	0	0	—		
	1700—1799	14	15	22	19	17	21	18	22	18	18	24	20	17	25	16	21	24	21	23	16	18	14	18	17	14	18	14	21	13	17	—		
	1800—1875	30	34	29	33	27	23	29	31	34	26	32	33	30	34	37	33	29	36	35	33	26	27	30	33	31	29	29	24	25	25	—	1497	49,9
	Summen	45	50	53	52	44	44	51	55	52	45	57	55	47	61	53	55	59	59	59	50	44	41	49	54	46	47	44	46	38	42	—		
	5täg. Sum.				243					260					271					271					237					211				
Dezember.	502—1699	1	0	0	2	4	1	2	0	0	0	0	3	0	0	1	2	1	0	1	6	1	3	1	0	3	3	2	1	4	2	2		
	1700—1799	11	15	17	18	15	23	23	18	15	18	12	15	21	16	24	23	22	26	21	18	12	17	13	16	23	17	21	13	10	19	16		
	1800—1875	29	30	28	36	32	28	28	33	32	30	30	29	32	37	26	24	29	29	29	32	33	39	29	29	24	23	23	24	28	30	27	1516	48,9
	Summen	41	45	45	56	51	52	53	51	47	48	42	47	53	53	51	49	52	55	51	56	55	59	43	45	50	43	46	38	42	51	46		
	5täg. Sum.				249					241					253					269					240					223				
																																Gesammtsumme:	15862	43,4

Von 255 Tagen, für welche Südlichter aufgezeichnet werden konnten, entfallen auf

Januar 21	März 50	Mai 6	Juli 15	September 21	November 20
Februar 35	April 26	Juni 4	August 7	October 25	Dezember 25

drei Reihen einzelne Tage durch grösseren Reichthum oder Seltenheit ausgezeichnet und ob solche Tage sich constant erhalten haben, oder bestimmtem Wechsel unterworfen waren. Die 4. Reihe gibt die Summen der drei ersten Reihen und die 5. Reihe enthält die fünftägigen Summen. Die Monatssummen geben, wie deren Mittel für den Monatstag eine Uebersicht über den jährlichen Wechsel der Erscheinung. Für die Südlichter sind nur die Monatssummen angeführt, da die catalogisirte Zahl viel zu gering ist, um die Vertheilung auf die einzelnen Tage beurtheilen zu können.

Ein Blick über die Reihen der verschiedenen Jahrhunderte zeigt, dass an Nordlichtern reiche oder arme Tage nicht constant ausgezeichnet sind, sondern in den einzelnen Reihen unregelmässig wechseln; dass dagegen die jährlichen Perioden, trotz der so bedeutend vergrösserten Gesammtsumme, beinahe zur gleichen Zeit ihre Maxima und Minima erreichen, wie in der von Wolf gegebenen Zusammenstellung. Die Hauptmaxima fallen auf den 17. bis 19. März und 12. bis 14. October, das Hauptminimum auf den 22. Juni, das kleinste Minimum auf den 5. Januar. Das Frühjahrsmaximum ist jetzt etwas höher geworden, als dasjenige des Herbstes. Auffallend ist das kleine Maximum in der ersten Hälfte des Juli, welches in der älteren wie in der neuen Zusammenstellung ganz entschieden ausgeprägt ist. Bei den Südlichtern ist die Vertheilung von Maxima und Minima ganz übereinstimmend.

Wie die Wolf'sche Zusammenstellung, so verläuft auch die unsrige noch ziemlich unregelmässig. Durch Häufigkeit ausgezeichnet sind: Mitte Januar, namentlich der 11. und 20.; Mitte Februar — 15. bis 18; März 1., 14. bis 20., 26. bis 30.; April 4., 9. bis 14., 29.; Mai 1., 2., 7.,

12., 18., 24,; Juni 12., 23.; Juli 9. bis 15., 28.; August 1. bis 4., 14., 22., 26., 29.; September 10., 17., 25.; October 12., 17., 20., 23., 27.; November 14. bis 19.; December 4. bis 8., 13. bis 15., 20. bis 22., 30.; besonders arm sind: Januar 29. bis 31.; Februar 24., 25.; März 11., 24.; April 6., 25. bis 28.; Mai 21., 25., 26.; Juni 18. bis 21., 25. bis 27.; Juli 21. bis 23., 30.; August 7., 18., 24.; September 3., 15.; October 3. bis 10., 21., 30.; November 5. bis 6., 21., 22., 29., 30.; December 1., 11., 28. Diese Unregelmässigkeiten müssen, mindestens zum grössten Theile, als zufällig angesehen werden, da sie in den verschiedenen Reihen wechseln. In der Wolf'schen Zusammenstellung stimmen mit der unsrigen in der Häufigkeit überein März 26. und 29., Mai 1., December 20., von den Tagen mit weniger Nordlichtern nur der 5. November. Ferner zeigen noch einige Uebereinstimmung die an Nordlichtern reicheren Tage: Mitte Februar, Mitte und Ende März, Ende April, erstes Drittel Juli, Anfang, zweites Drittel und Ende August, zweites Drittel September, letztes Drittel October, Mitte November, erstes Viertel und Hälfte December, wie die ärmeren Tage: Ende Februar, Ende März, Ende April, letztes Drittel Juni, letztes Drittel Juli, erstes Viertel August, Anfang und Mitte September, Anfang October, Ende November, erstes und letztes Drittel December. Gerade die Tage, welche man verschiedene Mal als recht ausgezeichnete Nordlichttage ansah, indem einige Jahre nach einander an denselben sich Nordlichter zeigten, wie der 18. October, der 4. Februar u. s. w., zeichnen sich in unserer Tabelle gar nicht aus.

Diese Tabelle ist geeignet, um die verschiedenen Hypothesen, welche das Polarlicht bald für eine kosmische, bald für eine terrestrische Erscheinung erklären, zu prüfen.

Notizen.

Instruction für Horner. Joh. Kaspar Horner (der nachmalige Hofrath Horner) erhielt für die Weltumseglung, auf welcher er Krusenstern als Schiffs-Astronom zu begleiten hatte, folgendes (muthmasslich von Olbers verfasstes) Verzeichniss von Punkten, auf welche sich seine wissenschaftliche Privat-Thätigkeit lenken möchte:

1) Allgemeine Vergleichung des Anblicks des südlichen gestirnten Himmels gegen den nördlichen, in Ansehung seiner Schönheit, Reichhaltigkeit an Sternen, Glanz der Milchstrasse u. s. w.

2) Vergleichung einzelner südlicher Gestirne von vorzüglicher Schönheit mit denen, die über dem Horizont des nördlichen Europas sichtbar sind.

3) Genauere Vergleichung der im nördlichen Europa nicht sichtbaren Sterne erster Grösse mit denen dort bekannten, z. B des Canopus, Achernar u. s. w. in Rücksicht auf ihren Glanz, Farbe u. s. w.

4) Nähere Nachricht von den beyden grossen Nebelflecken oder Sternhaufen, der sogenannten Cap'schen Wolken.

5) Auch von den beyden Kohlensäcken.

6) Scintilliren der Fixsterne, und Durchsichtigkeit der Luft unter verschiedenen Climaten.

7) Zodiacallicht und Dämmerung in der heissen Zone.

8) Genauere Beobachtung und Bemerkung des Südlichts.

9) Genauere Beobachtung und Bemerkung des Nordlichts, besonders in hohen nördlichen Breiten.

10) Aufmerksamkeit auf Sternschnuppen, ihrer grösseren oder geringeren Menge in verschiedenen Climaten.

11) Sorgfältige Aufsicht auf Cometen. Auf dem Schiff wahrscheinlich am besten blos durch Alignements mit benachbarten Sternen vermittelst des Nachtfernrohrs zu beobachten.

12) Die Beobachtung der Abweichung und, wo möglich, der Inclination der Magnetnadel versteht sich von selbst.

13) Sollte Japan mit im Plan der Reise seyn, und man sich länger dort aufhalten, so wäre nachzuforschen, ob man von älteren Cometenbeobachtungen dort noch zuverlässigere Nachrichten einziehen könnte, als uns Kämpfer gegeben hat.

14) Höhe der Fluth an Inseln im grossen Weltmeer.

[R. Wolf.]

Aus einem Briefe von Hrn. Pfarrer Tscheinen in Grächen vom 8. November 1877. Vielleicht haben folgende Notizen für Sie einiges Interesse, welche ich Ihnen laut Mittheilung zur Kenntniss bringe:

Am 22. Oktober Abends um 5 Minuten vor 1/2 10 Uhr ereignete sich in Zermatt ein starkes Erdbeben, es kam von SW—NE und wieder von NE—SW. Laut Mittheilung soll sich selbes durch ein starkes Geräusch angekündet haben, als wenn mehrere Wagen daherrasselten und vor dem Stoss wie das Gepolter von schweren Holzklötzen — dann erfolgte ein so starker Stoss, dass die Schlafenden meinten sie werden aus dem Bett geworfen, so heftig wankten die Betten; es sprangen die Leute auf, voll Schrecken über diese fürchterliche Erschütterung, von welcher das ganze Haus donnernd erkrachte und die Fenster grausig klirrten. Andere liefen aus dem Haus, rufend: sollte man nicht meinen, es komme der jüngste Tag. Von sonstigem Schaden meldete man nichts, nur etwas an Kaminen. Dies Erdbeben soll man auch durch das ganze Visperthal verspürt haben, nur an einigen Orten mehr, an andern weniger stark. In Grächen nicht bedeutend, doch an gleichem Abend und einige Tage vor- und nachher bedeutende Spuren von Erdbeben. Auf diesen ersten Stoss erfolgte eine 1/2 Stunde später wieder einer, aber schwächerer — und einige Minuten später ein dritter wieder stärkerer Stoss. — Auch am 23. Oktober Abends 1/4 vor 5 Uhr wieder eine ziemlich starke Erschütterung. — Auch in Sitten hatte man am gleichen Abend, um 10 Uhr 5 Min. einen so starken Erdstoss vermerkt, dass Zimmerglöckchen anschlugen, Fenster klirrten; nach 11 Uhr sei eine zweite schwächere Erschütterung erfolgt. Auch am Mittwoch d. 24. d. Abends um 5 Uhr und 16 Minuten eine Erschütterung.

Notizen.

Instruction für Horner. Joh. Kaspar Horner (der nachmalige Hofrath Horner) erhielt für die Weltumseglung, auf welcher er Krusenstern als Schiffs-Astronom zu begleiten hatte, folgendes (muthmasslich von Olbers verfasstes) Verzeichniss von Punkten, auf welche sich seine wissenschaftliche Privat-Thätigkeit lenken möchte:

1) Allgemeine Vergleichung des Anblicks des südlichen gestirnten Himmels gegen den nördlichen, in Ansehung seiner Schönheit, Reichhaltigkeit an Sternen, Glanz der Milchstrasse u. s. w.

2) Vergleichung einzelner südlicher Gestirne von vorzüglicher Schönheit mit denen, die über dem Horizont des nördlichen Europas sichtbar sind.

3) Genauere Vergleichung der im nördlichen Europa nicht sichtbaren Sterne erster Grösse mit denen dort bekannten, z. B des Canopus, Achernar u. s. w. in Rücksicht auf ihren Glanz, Farbe u. s. w.

4) Nähere Nachricht von den beyden grossen Nebelflecken oder Sternhaufen, der sogenannten Cap'schen Wolken.

5) Auch von den beyden Kohlensäcken.

6) Scintilliren der Fixsterne, und Durchsichtigkeit der Luft unter verschiedenen Climaten.

7) Zodiacallicht und Dämmerung in der heissen Zone.

8) Genauere Beobachtung und Bemerkung des Südlichts.

9) Genauere Beobachtung und Bemerkung des Nordlichts, besonders in hohen nördlichen Breiten.

10) Aufmerksamkeit auf Sternschnuppen, ihrer grösseren oder geringeren Menge in verschiedenen Climaten.

11) Sorgfältige Aufsicht auf Cometen. Auf dem Schiff wahrscheinlich am besten blos durch Alignements mit benachbarten Sternen vermittelst des Nachtfernrohrs zu beobachten.

12) Die Beobachtung der Abweichung und, wo möglich, der Inclination der Magnetnadel versteht sich von selbst.

13) Sollte Japan mit im Plan der Reise seyn, und man sich länger dort aufhalten, so wäre nachzuforschen, ob man von älteren Cometenbeobachtungen dort noch zuverlässigere Nachrichten einziehen könnte, als uns Kämpfer gegeben hat.

14) Höhe der Fluth an Inseln im grossen Weltmeer.

[R. Wolf.]

Aus einem Briefe von Hrn. Pfarrer Tscheinen in Grächen vom 8. November 1877. Vielleicht haben folgende Notizen für Sie einiges Interesse, welche ich Ihnen laut Mittheilung zur Kenntniss bringe:

Am 22. Oktober Abends um 5 Minuten vor ½10 Uhr ereignete sich in Zermatt ein starkes Erdbeben, es kam von SW—NE und wieder von NE—SW. Laut Mittheilung soll sich selbes durch ein starkes Geräusch angekündet haben, als wenn mehrere Wagen daherrasselten und vor dem Stoss wie das Gepolter von schweren Holzklötzen — dann erfolgte ein so starker Stoss, dass die Schlafenden meinten sie werden aus dem Bett geworfen, so heftig wankten die Betten; es sprangen die Leute auf, voll Schrecken über diese fürchterliche Erschütterung, von welcher das ganze Haus donnernd erkrachte und die Fenster grausig klirrten. Andere liefen aus dem Haus, rufend: sollte man nicht meinen, es komme der jüngste Tag. Von sonstigem Schaden meldete man nichts, nur etwas an Kaminen. Dies Erdbeben soll man auch durch das ganze Visperthal verspürt haben, nur an einigen Orten mehr, an andern weniger stark. In Grächen nicht bedeutend, doch an gleichem Abend und einige Tage vor- und nachher bedeutende Spuren von Erdbeben. Auf diesen ersten Stoss erfolgte eine ½ Stunde später wieder einer, aber schwächerer — und einige Minuten später ein dritter wieder stärkerer Stoss. — Auch am 23. Oktober Abends ¼ vor 5 Uhr wieder eine ziemlich starke Erschütterung. — Auch in Sitten hatte man am gleichen Abend, um 10 Uhr 5 Min. einen so starken Erdstoss vermerkt, dass Zimmerglöckchen anschlugen, Fenster klirrten; nach 11 Uhr sei eine zweite schwächere Erschütterung erfolgt. Auch am Mittwoch d. 24. d. Abends um 5 Uhr und 16 Minuten eine Erschütterung.

Gewitter über Zürich. Nach den monatlichen Nachrichten von 1795 gab es in Zürich von 1499 bis 1778 nicht weniger als 105 „Stralstreiche“, von welchen 47 der grossen und 58 der kleinen Stadt zufielen. [R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 12. November 1877.

1) Der Herr Präsident zeigt an, dass unsere Gesellschaft an der Versammlung schweizerischer Naturforscher in Lausanne durch Herrn Prof. Heim vertreten war.

2) Es ergeht von mehreren Bibliotheken die Einladung an unsere Gesellschaft, sich an einer Petition an den Bundesrath, betreffend die Eingangszölle für Bücher, zu betheiligen. Es wird der Einladung Folge gegeben.

3) Herr R. Brunner, Chemiker in Küsnacht, wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

4) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor.

A. Geschenke.

Von den HH. Prof. Siebold und Kölliker.

Zeitschrift f. wissensch. Zoologie. XXIX. 2. 3. 4.

Von der Sternwarte in Genf.

Hirsch et Plantamour. Nivellement de précision de la Suisse. Livr. 6. 4 Genève, Bâle, Lyon 1877.

Vom Herrn Verfasser.

Favaro, Antonio. Intorno ad alcuni lavori sulla storia delle scienze mat. e fis. 8 Venezia 1877.

Von Prof. Dr. R. Wolf.

Wolf, R. Geschichte der Astronomie. 8 München 1877.

Briefe zwischen A. v. Humboldt und Gauss. Herausgegeben von R. Bruhns. 8 Leipzig 1877.

Von der schweiz. naturf. Gesellschaft.

Verhandlungen in Basel. 1876. Verzeichniss der Mitglieder.

Vom Schweiz. Eisenbahn- und Handelsdepartement.

Rapport mensuel du chemin du S. Gothard. 53. 54. 55. 56.
„ trimestriel. 17. 18.

Vom Schweizerischen Baubureau.

Hydromet. Beobachtungen. 1877. Jan.—Juni.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the London mathemat. soc. 112—118.
Mémoires de la société de physique de Genève. Genève XXV. 1.
Journal of the R. geogr. soc. Vol. 46.
Smithsonian contributions to knowledge. Vol. XX. XXI.
Annual report of the board of regents of the Smithsonian institution. 1877.
Annual report of the U. S. geolog. and geogr. survey embracing Colorado. By F. V. Hayden. 1873.
Bulletin of the U. S. geological and geographical survey. Vol. II. 4.
Annals of the Lyceum of natural history of New-York. Vol. X. 12—14. XI. 1—8.
Proceedings of the Lyceum of nat. hist. in New-York. Second series. 1—4.
Bulletin of the Buffalo society of natur. sciences. III. 3.
Proceedings of the Davenport Academy of natural sciences. Vol. I. 1867—76.
Statistical tables relating to the colony of Victoria in the Australian continent. 1876.
Monatsbericht d. Preuss. Akad. Merz—Juni. Juli. 1877.
Bericht 24 des naturh. Vereins in Augsburg.
Bulletin de la soc. d'hist. nat. de Colmar. Années 16 et 17.
Annuario della soc. dei Naturalisti in Modena. X. 1, 2, 3, 4.
Proceedings of the zool. soc. of London. 1877. 1, 2.
Zeitschrift d. deutsch. geolog. Gesellschaft. XXIX. 1. 2.
Vierteljahrsschrift d. astronom. Gesellschaft. XII. 2.
Atti della soc. Ital. di scienze nat. XIX. 1—3.
Berichte ü. d. Verhandl. d. naturf. Ges. zu Freiburg. VII. 1.

Mittheilungen der schweiz. Entom. Gesellsch. V. 1. 2. 3. 4.
Bulletin de la soc. J. des naturalistes de Moscou. 1877. 1. 2.
Schriften des naturw. Vereins f. Schleswig-H. II. 2.
Atti della R. accademia dei Lincei. Vol. I. 7.
Bulletin de l'acad. de St-Pétersbourg. XXIII. 2—4. XXIV. 1.
Sitzungsberichte der math.-phys. A. der Akademie in München. 1877. 1.
Sitzungsberichte der naturw. Ges. Isis. 1877. Jan.—Juni.
Mémoires de la soc. d'émulation de Montbéliard. III. Vol. I.
Sechszehnter Bericht der Oberhessischen Gesellsch. f. Natur- und Heilkunde.
Bulletin de la Soc. vaud. des sciences natur. 78.
Verhandlungen der phys.-med. Ges. zu Würzburg. XI. 1. 2.
Jahresbericht 20 der naturf. Ges. Graubündens.
Bericht über die Thätigkeit der St. Gallischen naturw. Gesellschaft 1875/76.
Stettiner entomologische Zeitung. 38. 7—12.
Verhandlungen des naturh.-med. Vereins zu Heidelberg. II. 1.
K. Svenska Vetenkaps Akad. handlingar. N. F. XIII. XIV. 1.
Observations météorologiques Suédoise. Vol. 2.
Öfversigt of K. Vetenskaps Akad. förhandlingar. 1876.
Bihang till K. Svenska vetenkraps Akad. handl. Bd. III. 2.
Bidrag till kännedom of Finlands Natur och folk. 20—22.
Öfversigt over det Danske Videnskabernes selskabs forhandlinger. 1876. 1.
Observations météor. de la soc. des sciences de Finlande. 1874.
Correspondenzblatt d. zool.-mineral. Vereins in Regensburg. 30.
Memorie del R. istit. Lombardo di scienze e lettere. XIII. 3.
Rendiconti del R. ist. Lomb. di scienze e lettere. Serie II. Vol. 9.
Annalen der Sternwarte in Wien. III. 26.
Mémoires de la soc. des sciences phys. de Bordeaux. II. T. 2. 1.
Actes de la soc. Linnéenne de Bordeaux. IV. T. I. 4.
Jahresbericht des Vereins f. Naturkunde z. Zwickau. 1876.
Jahrbuch der Geolog. Reichsanstalt. 1877. 2. Verhandl. 7—10.
Württemberg. naturwissensch. Jahreshefte. XXXIII 1—3.
4 Publicationen der k. Ungar. naturw. Gesellschaft.

D. Anschaffungen.

Zeitschrift für Krystallographie. I. 5. 6.

Annales des sciences géologiques. T. 7. 8.
Zeitschrift für analytische Chemie. XVI. 4.
Abhandlungen der naturf. Gesellsch. i. Halle. XIII. 4.
Transactions of the entomolog. society. 1877. II.
Philosophical transactions of the R. soc. 1876. 2.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. 1875. 3. 1876. 1.
Darwin, Ch. The different forms of flowers. 8. London 1877.
Suess, Ed. Die Zukunft des Goldes. 8 Wien. 1877.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. VII. 3.
Annalen der Chemie. Bd. 188. 1. 2. 189. 1. 2.
Transactions of the zoological society. Vol. X. 2.
Denkschriften der allg. schweiz. Gesellschaft. XVII. 2.
Schweiz. meteorolog. Beobachtungen. XIV. 2. Suppl. 3.
Heer, Flora fossilis Helvetiæ. Lief. 3.
Eckhard, Beiträge zur Anatomie und Physiologie. VIII. 1. 2.
Botanische Abhandlungen von Hanstein. III. 3.
Buch, L. v. Gesammelte Schriften. Bd. III.
Lameron, V. L. Quer durch Afrika. Deutsch 2 Bde. 8. Leipzig. 1877.
Abhandlungen z. Geschichte d. Mathematik. 1. 8 Leipzig. 1877.
Palæontographica. Suppl. III. 6.

5) Herr Prof. Cramer hält folgenden Vortrag: Ueber Verbreitungsmittel der Pflanzen, unter Vorweisung von zahlreichen Objecten. Während die Thiere in der Regel freie Bewegung besitzen, sind die Pflanzen im entwickelten Zustand meist in der Erde festgewurzelt. Indessen ist dafür gesorgt, dass auch die Pflanzen wenigstens in ihren Nachkommen ihren Wohnsitz verändern können, und es ist dies aus mehrfachen Gründen durchaus nothwendig. Jede Pflanze entzieht ihrer Unterlage gewisse Mineralstoffe; nicht immer jedoch vermag der Boden diesen Ansprüchen unaufhörlich gerecht zu werden, er verarmt oft allmälig an einzelnen Nährstoffen oder vermag sie wenigstens zuletzt nicht mehr in der nöthigen Menge in Freiheit zu setzen. Es ist daher schon aus diesem Grund oft ein Standortswechsel für die Pflanze nöthig. — Die äussern Verhältnisse sind aber auch an sich nicht constant, Sümpfe sind z. B. der Austrocknung und trockene Gegenden der Versumpfung fähig. Wo das eine oder

andere geschieht, muss die bisherige Flora aussterben. Wäre nun die Unbeweglichkeit der Pflanzen eine absolute, so könnte sich an solchen Stellen keine neue, entsprechende Flora entwickeln. — Vollkommene Unbeweglichkeit hätte zur Folge, dass die Nachkommen irgend einer Pflanze sich immer in nächster Nähe der elterlichen Individuen ansiedeln würden. Dies wäre aber in zweifacher Beziehung höchst nachtheilig. Einmal fänden in Folge dessen viel weniger Pflanzen ihre Existenzbedingungen; denn nahe verwandte Pflanzen führen, wie gleichartige Thiere, einen viel intensivern Kampf um's Dasein. Dieselbe Waldfläche producirt denn auch bei reinem Bestand weniger Holz, die nämliche Wiese bringt, mit blos einer Grasart besät, weniger Futter hervor. Gleiche Waldbäume oder Futterkräuter machen eben an Boden, Feuchtigkeit, Luft und Licht die gleichen Ansprüche, während verschiedene sich verschieden verhalten und desshalb besser neben einander fortkommen. Dann wäre durch die Zusammendrängung nächst verwandter Pflanzen die Verbindung möglichst heterogener Sexualzellen erschwert, also die Bildung guter Samen und die Forterhaltung der Arten gefährdet.

Kein Wunder mithin, dass wir bei den Pflanzen einer Menge von Einrichtungen begegnen, welche dazu dienen, dass erstere wenigstens in ihren Nachkommen den Standort wechseln können.

I. Bei vielen Pflanzen erfolgt dies schon durch blosse Zertheilung, bei Pflanzen nämlich, die auf der Unterlage ausgebreitet sind, sich reichlich verzweigen und von der Basis fortschreitend absterben (viele Moose), bei Pflanzen ferner, die unterirdische Wurzelstöcke haben (Schachtelhalm, Quecke, Huflattig), bei Pflanzen endlich, die Ausläufer hervorbringen (Erdbeere) oder auch Absenker.

II. Verhältnissmässig selten geschieht es durch aktive Beweglichkeit der Keime. Es kommt dies nur bei der Fortpflanzung gewisser Algen und Pilze vor. Für die Schwärmsporen von Oedogonium ciliatum habe ich eine maximale Schnelligkeit von 0,44 mm. per Sekunde beobachtet. Eine solche Spore vermöchte in einer Stunde (so lange dauert ungefähr ihre Bewegung) etwas mehr als 1½ Meter weit zu

kommen. Es mag dies kaum der Beachtung werth scheinen; berücksichtigt man aber die geringe Grösse der Zelle, so ist die Ortsveränderung sehr beträchtlich, $1^{1}/_{2}$ Meter betragen nämlich das 30,000fache des Durchmessers einer Zoospore von Oedogonium ciliatum. — Für Aethalium septicum mit viel kleinern Zoosporen gibt Hofmeister eine doppelt so grosse Schnelligkeit an.

III. Viel häufiger ist passive Beweglichkeit. Sie wird durch verschiedene äussere Agentien (Wind, Wasser, Thiere, Austrocknungs- und Turgescenzverhältnisse) vermittelt; sehr oft kommen ferner besondere Ausrüstungsvorrichtungen an den zu verbreitenden Pflanzentheilen hinzu.

Das bei weitem ausgiebigste Verbreitungsagens ist der Wind. Es gibt hauptsächlich drei Fälle, in denen es zur vollen Geltung kommt: bei geringer Grösse und Gewicht der Samen oder Früchte, bei starker Flächenentwicklung oder Flügelbildung derselben und bei der Bildung spreuiger, haariger oder federiger Anhängsel an den zu verbreitenden Pflanzentheilen. Durch geringe Grösse sind insbesondere die Sporen sehr vieler Kryptogamen ausgezeichnet. Die Sporen dieser Pflanzen sind meist so klein, dass sie leicht in der Luft schweben. Desshalb ist auch die Verbreitung dieser Pflanzen im Allgemeinen eine sehr grosse; manche Schimmelpilze und ohne Zweifel auch die Spaltpilze sind wahre Kosmopoliten. Schon die relativ grossen Bärlappsporen mit einem Durchmesser von 0,311 mm. schweben einzeln leicht in der Luft, wie viel mehr Spaltpilze, deren kleinste Formen einen Durchmesser von bloss 0,0004, ja selbst 0,0002 mm. besitzen, d. h. linear 78 bis 155mal und cubisch 500,000 bis 4,000,000 Mal kleiner sind als eine Bärlappspore. Von höhern Pflanzen sind durch kleine und namentlich leichte Samen ausgezeichnet voran die Orchideen; doch kommen noch bei vielen andern Pflanzenfamilien kleine Samen vor, auch kleine Früchte sind nicht selten. Flächenentwicklung und Flügelbildung wird bei Samen und Früchten höherer Pflanzen häufig beobachtet. Flach gedrückte Samen haben z. B. die Lilien und Tulpen, flachgedrückte Früchte Schneckenkleearten und viele Doldenpflanzen; ringsumgeflügelte Samen Aristolochia Sipho, Cobæa scandens, Lunaria

biennis, ringsumgeflügelte Früchte die Ulmen etc.; einseitig geflügelte Samen Tannen, Fichten, Kiefern, einseitig geflügelte Früchte die Eschen, der Tulpenbaum, der Waid, auch Ventilago; zweiseitig geflügelte Samen einige Coniferen, die Cinchonen und besonders Bignoniaceen, zweiseitig geflügelte Früchte die Birken, Erlen, einige Kompositen und Kreuzblümler, die Ahorne. Auch 3 und mehrflügelige Samen und Früchte kommen vor (Moringa oleifera — Rhabarber, Malpighiaceen und Doldenpflanzen). Bisweilen ist auch die Fruchthülle oder der Fruchtkelch blasig aufgetrieben (Kœlreuteria, Physalis). Oder es vergrössern sich alle oder einzelne Kelchzipfel vor oder während der Fruchtreife, um dem Wind eine grosse Angriffsfläche darzubieten (Coccoloba versicolor, Mussaenda, Dipterocarpeen oder gewisse Bracteen, [Hopfen, Weissbuche, Dahlia, Linden]).

Die ausgiebigste Verbreitungsausrüstung für Luftströmungen besteht aber unstreitig in der Entwicklung haariger oder federiger Anhängsel, bald an den Samen oder Früchten selbst, bald in deren unmittelbaren Nähe. Auf der ganzen Oberfläche behaarte Saamen besitzt die Baumwollstaude; mit einem blossen Haarkranz versehen sind diejenigen von Hibiscus Syriacus, einer verbreiteten Zierpflanze; einen Haarschopf am einen Ende entwickeln dagegen die weit fliegenden Samen der Weiden, Pappeln, Epilobien und besonders der Asclepiadeen und Apocyneen. Mit einer ähnlichen Verbreitungsausrüstung versehene Früchte kennzeichnen die meisten Kompositen, gewisse Dipsaceen und Valerianaceen. Sie heisst hier Pappus oder Federkrone, ist stets endständig, im Uebrigen bald spreuig, bald borstig, bald feinhaarig, federig oder netzhaarig. Durch einen federigen Griffel sind besonders ausgezeichnet die Früchte von Erodium Arabicum. Am Grund der Frucht finden sich hingegen die Haare bei der Platane, dem Rohrkolben und Wollgras, an den Blüthen- resp. Aehrchenstielchen beim Schilf- und Zuckerrohr, sowie andern Gräsern. Dagegen gehören sie der Granne der Deckspelze an bei Stipa pennata, einem nordischen Gras, welches der langen, federigen Grannen wegen oft zu Bouquets verwendet wird. An nachträglich sich vergrössernden, unfruchtbaren Blüthen-

stielen treten die Haare auf beim Perrückenstrauch, wogegen bei Misodendron linearifolium, einer mit der Mistel verwandten chilensischen Pflanze sterile Staubgefässe zum federigen Flugapparat zu werden scheinen. Nur kurz mag auch noch des seltenen Falles gedacht werden, wo zuletzt die ganze reproductive Pflanze entwurzelt wird und sich zusammenrollt, um bei heftigen Windstössen auf der Erde fortgerollt zu werden (Lycopodium lepidophyllum und Jerichorose).

2) Das Wasser muss im Ganzen als kein sehr wirksames Verbreitungsagens bezeichnet werden. Auf stehenden Gewässern schwimmende Samen und Früchte können durch den Wind von einem Ufer zum andern getrieben werden in Fällen, wo sie durch Luftströmungen allein nicht so weit zu gelangen vermöchten. Meeresströmungen verbreiten Samen und Früchte direkt, sowie mittelst Treibholz oder schwimmender Eisberge bisweilen in entlegene Gegenden und, wie Darwin gelehrt hat, ertragen gar viele Samen anhaltende Benetzung mit Salzwasser ohne Nachtheil. Ob sich solche Samen auch zu Pflanzen ausbilden und letztere sich erhalten, hängt freilich noch von gar vielen Umständen ab. Wichtiger sind jedenfalls Bäche und Flüsse, die in der Richtung ihres Laufes nicht selten Samen und Früchte, sowie ganze Pflanzen verbreiten, namentlich in gebirgigen Gegenden. Auch durch Lawinen werden nicht selten Pflanzen des Hochgebirges in tiefere Lagen geführt. Senkrecht zu ihrem Verlauf sind besonders breite Ströme der Verbreitung der Gewächse eher hinderlich. Aehnliches gilt auch von grossen Seen und Meeren. Besondere Ausrüstungsvorrichtungen zum Zweck der Verbreitung der Pflanzen durch Wasser scheinen sehr selten zu sein.

3) Viel wichtiger für die Verbreitung der Gewächse sind die Thiere, sei es, dass sie an ihrem Wollkleid oder gleichzeitig mit Schlamm an ihren Füssen sich festsetzende Samen oder Früchte verschleppen oder dass sie Pflanzenfrüchte verschlingen und deren Samen mit den Faeces oder dem ausgeworfenen Kropfinhalt in andere Gegenden verpflanzen. In beiden Hauptfällen sind ausgeprägte Ausrüstungsvorrichtungen keine Seltenheit. Ist die Verbreitung durch Thiere die Folge äusserlichen Anheftens der Samen am Thierleib,

so sind entweder, jedoch selten, klebrige oder schleimige Ausrüstungen im Spiel oder und viel häufiger es bilden sich hakige oder stachelige Fortsätze. Dies kommt bei Samen nur ausnahmsweise vor, nicht selten hingegen bei Früchten z. B. Borragineen, Labkraut, Ringelblume, Doldenpflanzen (unter anderen Rübli), Hexenkraut, Schneckenkleearten (man erinnere sich an die Verunreinigung amerikanischer Wollsorten durch Medicagofrüchte und die Verwendung der Samen der letzteren als Luzernesurrogat). Bisweilen wird auch der Griffel hakig (Geum, Oenanthe), selten die Krone, hie und da der Kelch oder der Hüllkelch (Spitzklette und gemeine Klette, von denen die erstere auch oft in der Wolle vorkommt) oder endlich die ganze Pflanze. Werden die Samen von Thieren verschlungen, so zeigen gewisse Theile der Pflanze fleischige Beschaffenheit, einen angenehmen Geschmack, oft auch eine auffallende Farbe, zumal, was nicht zufällig sein dürfte, aussen und zwar bald die Samen selber (Eibe, Granatapfel), bald die Frucht (Beeren, Steinfrüchte), bald der Blüthenboden (Erdbeere, Hagenbutte), bald der Kelch, (Maulbeere etc.) oder auch das Receptaculum eines Fruchtstandes (Feige).

4) In recht ausgiebiger Weise dienen endlich zur Verbreitung von Pflanzenkeimen gewisse bald durch Austrocknung, bald durch Turgescenz veranlasste Spannungszustände. Die zahlreichen Früchte kryptogamischer und phanerogamischer Pflanzen, die sich zur Zeit der Reife öffnen, thun dies in der Regel nur in Folge durch ungleiche Austrocknung verschiedener Gewebe entstehender Spannungen. Wo das Aufbrechen langsam erfolgt, bleiben die Samen zunächst in der Frucht liegen, bis sie durch einen heftigen Windstoss oder eine andere mechanische Erschütterung entleert werden. Bei gewissen Pflanzen erfolgt das Aufspringen jedoch plötzlich und mit solcher Macht, dass die Samen oft in beträchtliche Entfernung fortgeschleudert werden. Die bekanntesten Beispiele sind Impatiens noli me tangere und Cardamine Impatiens; doch kommt Aehnliches noch bei vielen andern Pflanzen vor. — Fälle, wo Turgescenzerscheinungen die Verbreitung der Pflanzen vermitteln, sind ebenfalls in Mehrzahl und für sehr verschiedene Pflanzen bekannt. Manche

Scheiben und Kern-Pilze stäuben zur Zeit der Fruchtreife förmlich, indem sie die Sporen massenhaft auswerfen. Der Mechanismus besteht im Allgemeinen darin, dass die Zellen, welche die Sporen enthalten, längere Zeit lebhaft Wasser aufnehmen, bis sie zuletzt, am Scheitel platzend, unter plötzlicher Contraction ihrer gespannten Membran die Sporen oben gewaltsam herausspritzen. Aehnliche Verhältnisse sind es, welche einen nur wenige Millimeter hohen, mistbewohnenden Pilz: Pilobolus befähigen, seinen endständigen Sporenbehälter, 3–6' weit fortzuschleudern. Auf den Widerstreit durch Turgescenz theils activ, theils passiv gedehnter Gewebe ist endlich zurückzuführen das energische Auswerfen der Samen durch die Spritzgurke, sowie die Sauerkleearten.

Aus der Vergleichung und genauern Untersuchung des Vorangeschickten ergeben sich einige nicht uninteressante Sätze von mehr oder weniger allgemeiner Bedeutung, die zum Schluss hier noch angeführt werden mögen:

1) Für den Zweck der Verbreitung können sehr verschiedene Pflanzentheile und auf sehr verchiedene Weise eingerichtet werden: Samen, Früchte, der Blüthenboden, der Blüthenstiel, Kelch- und Kronblätter, Staubgefässe (?), Bracteen, Involucralblätter u. s. w.

2) Systematisch verwandte Pflanzen sind keineswegs immer gleich ausgerüstet, vielmehr kann die Ausrüstung derselben Ordnung, Familie, ja sogar Gattung wechseln, z. B. Coniferen, Spadicifloren, Tubifloren, Rosifloren — Oleaceen, Compositen, Umbellifloren, Rosaceen – Medicago.

3) Einsamige Früchte, gleichviel ob von Anfang an oder durch Abort einsamig, öffnen sich selten, sind selber mit der Verbreitungsausrüstung versehen, dabei oft klein und samenähnlich. Ihre Samen entbehren jeder Verbreitungsausrüstung. Betulaceen, Dipsaceen, Compositen.

4) Mehrsamige Früchte dagegen öffnen sich häufig, und es zeigen bei ihnen, wie auch bei den wenigen sich öffnenden einsamigen Früchten (Magnolia), die Samen die Verbreitungsausrüstung: Orchideen, Salicineen, Asclediadeen, Bignoniaceen etc.

5) Spalten und Löcher aufbrechender Früchte, seien letz-

tere einsamig oder mehrsamig, entstehen meist langsam und haben eine solche Lage, dass die Samen nicht sofort auf den Boden fallen, bei von Anfang an oder doch später aufrechten Früchten am organisch obern, bei hängenden am organisch untern Ende. Es wird dadurch die Ausstreuungszeit verlängert, der Spielraum verschiedener Winde vergrössert.

6) Sich nicht öffnende mehrsamige Trockenfrüchte spalten oft in einsamige Stücke. Spaltfrüchte der Borragineen, Labiaten, Ahorne, Doldengewächse etc.

7) Die Samen fleischiger Früchte sind häufig durch eine Steinschale gegen die Wirkung des Magensaftes geschützt. Dabei haben bei mehrsamigen Steinfrüchten bisweilen die einzelnen Samen gesonderte Steinschalen, sind nicht von einer einzigen gemeinsamen umschlossen. Das letztere begünstigt natürlich, wie das Zerfallen der Spaltfrüchte, die möglichste Zerstreuung der einzelnen Samen.

8) Mit hackigen Ausrüstungen versehene Pflanzen sind vorwiegend auf die Mitwirkung auf der Erde lebender vierfüssiger Thiere angewiesen, Pflanzen mit fleischigen Samen oder Früchten dagegen mehr auf Vögel.

9) Die Zeit der ersten Anlegung einer Verbreitungsausrüstung ist gleichgültig, daher unbestimmt; die Ausbildung erfolgt immer rechtzeitig.

10) Samen und Früchte, die bestimmt sind, durch den Wind oder Thiere verbreitet zu werden, lösen sich ferner stets an der geeigneten Stelle ab. Sich öffnende Früchte trennen sich in der Regel nicht von der Pflanze.

11) Verschwendung bei Ausrüstung von Samen oder Früchten für die Verbreitung wird meist vermieden.

12) Die Verbreitungsausrüstungen sind ohne Ausnahme physiologische Merkmale, mithin ohne Zweifel im Kampf um's Dasein erworben worden. Bisweilen liegt die Ausbildung der Verbreitungsausrüstung im Interesse des Menschen (Baumwolle). In andern Fällen ist sie dagegen für den Menschen mindestens gleichgültig. Daher mag es kommen, dass viele Kulturgewächse für die natürliche Verbreitung schlecht oder gar nicht ausgerüstet sind. Bisweilen scheinen auch Pflanzen im Naturzustand für die Verbreitung schlecht ausgerüstet zu

sein: Grosssamige Nadelhölzer, Eichen, Buchen, Kastanien, Palmen. Es ist aber, wie schon Hildebrand, der die Verbreitungsmittel der Pflanzen zuerst einer gründlichern Untersuchung unterworfen hat, hervorhob, zu bedenken, dass diese Pflanzen oft ein grosses Areal bedecken und bedeutende Höhe erreichen, so dass die Samen doch an verschiedene Stellen gelangen. Ausserdem besitzen solche Pflanzen in der Grösse und Kraft ihrer Samen einen Vortheil. Häufig zeigen deren Samen oder Früchte eine sehr harte Schale oder eine dem Erdboden oder welkem Laub ähnliche Farbe, wodurch sie gegen Thiere geschützt werden.

6) Herr Dr. Schoch machte eine kleinere Mittheilung über den „Congrès de Philloxera international" in Lausanne.

B. Sitzung vom 26. November 1877.

1) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Vom Verfasser.

Schoch, Dr. Gustav. Die Schweizerischen Orthoptern. 8 Zürich 1876.

Vom Verfasser.

Favaro, Ant. Sulla teoria dei poligoni funicolari, 1877. 8 Atti del Ist. Veneto.

Favaro, Ant. Intorno alla soluzione grafica di alcuni problemi pratici. 8 ib.

Favaro, Ant. Niccolo Copernico e l'archivio universitario di Padova. 4 Roma 1877.

Von der Naturf. Gesellschaft in Basel.

Hagenbach, E., J. Piccard und J. J. Stehlin. Bernoullianum. 8 Basel 1874.

Von Hrn. Prof. Dr. R. Wolf.

Wolf, R. Astronomische Mittheilungen. XLIV.

Vom Verfasser.

Clausius, Rud. Ueber e. neuen mechanischen Satz. 1873.

Vom Verfasser.

Schwedoff, Th. Idées nouvelles sur l'origine des formes cométaires. 1877.

Vom Verfasser.

Escher, H. Der Feldstecher.

Vom Verfasser.

Schoch, G. Offene Briefe über künstliche Fischzucht. 8 Zürich 1876.

Vom Verfasser.

Weilenmann, A. Die Verdunstung des Wassers. 4 Zürich 1877.

Vom Verfasser.

Goppelsröder, Fr. Sur la réduction du noir d'anilin. 8 Mulhouse 1877.

Goppelsröder, Fr. Sur l'analyse des vins. 8 Mulhouse 1877.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the London mathemat. soc. 119—121.

United States geological survey. Vol. IX.

Hayden. Sixth annual report of the U. S. geolog. survey.

Hayden, F. V. Preliminary report of the U. S. geolog. survey of Wyoimng.

Hayden, F. V. Preliminary report of the U. S. geol. survey of Montana. 1871.

Bulletin of the U. S. geolog. and geogr. survey. Vol. III. 1—3.

Bulletin of the U. S. geol. and geogr. survey. Nr. 2. Second series. — Nr. 2.

U. S. Geol. survey. Miscellaneous publ. Nr. 1., Nr. 2. Meteor. observ. Nr. 2, Nr. 7.

Bulletin of the U. S. entomolog. commission. 1. 2.

Catalogue of the publ. of the geol. and geogr. soc. 2^d ed.

Bulletin of the Buffalo soc. of natural sciences. Vol. III. 4.

Proceedings of the acad. of nat. sciences. 1876.

Memoirs of the Boston. soc. of nat. history. II. IV. 5.

Proceedings of the Boston society of nat. history. XVIII. 3. 4.

Jahresbericht 30 der Staatsackerbaubehörde von Ohio. 1875.

Monthly reports of the department of agriculture. 1875. 1876.

Report of the commissioner of agriculture. 1875.

Palæontologia Indica. Ser. II. 2. Calcutta 1877.
Memoirs. XIII. 1. 2.
Records. X. 1. 2.
Jahresbericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. 54. (1876.)
Mittheilungen der k. k. geograph. Gesellschaft in Wien. XIX.
Monatsberichte d. k. Preuss. Akademie der W. 1877. Aug.
Jahresbericht 62 der naturforsch. Gesellsch. in Emden.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1877. 15. 17—19.
The transactions of the R. Irish academy. XXV. 10—19.
Proceedings of the R. Irisch academy. 1875. 1—3.
Recueil des mémoires de la soc. bot. du Luxembourg. 2. 3.
Annalen der Chemie. 188. 3.
Meteorologisch-phänolog. Beobacht. 1876. (Fulda.)
Jahresbericht d. zoolog. Section d. Westphäl. Provinz-Vereins. 1876/77.
Abhandlungen der geolog. Reichsanstalt. VII. 4.
Jahresbericht des Vereins für Erdkunde zu Dresden. 13. 14.
Bericht des Vereins für Naturkunde zu Cassel. 19—22.

C. Von Redactionen.

Technische Blätter. IX. 3.
Naturforscher. 46.
Berichte der deutschen chem. Gesellschaft. 1877. 16.

D. Anschaffungen.

Nova acta societatis scient. Upsaliensis. Jubelband.
Barrande, J. Système Silurien. I. Vol. II. Texte. Partie 4 et 5.
Barrande, J. Système Silurien. Supplement et série tardive. Texte. Planches 461—544.
Schweiz. meteorolog. Beobachtungen. XII. 7 nebst Tit.
Palæontographica. Suppl. III. 7.
Novitates conchologicæ. Abth. I. 52. Suppl. VI.
Rosenbusch, H. Mikroscopische Physiographie. 8 Stuttgart 1877.
Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der Mathematik. Bd. II. 1.
Annalen der Chemie. 189. 3.

2) Herr Prof. Hermann hält einen Vortrag über Neuere Untersuchungen im Gebiete der thierischen Electricität, welcher hauptsächlich die elektrischen Vorgänge bei der Muskelkontraction zum Gegenstande hatte. Es wurde durch zahlreiche neue Thatsachen nachgewiesen, dass alle Erscheinungen dieses Gebietes sich aus dem vom Vortragenden aufgestellten Gesetze erklären, dass der thätige Muskelfaserinhalt sich gegen den ruhenden negativ verhält. Sämmtliche Aktionsströme lassen sich auf folgende Arten zurückführen. 1) Ausgleichende Aktionsströme treten auf, wenn ein angeschnittener und daher mit einem Ruhestrom behafteter Muskel erregt wird; indem jetzt der ganze Inhalt in ähnlicher Richtung sich verändert, wie in der Ruhe die absterbende und dadurch negative Schicht am Querschnitt, nimmt der Ruhestrom ab, d. h. es entsteht ein ihm entgegengesetzter, ausgleichender Aktionsstrom. 2) Dekrementielle Aktionsströme treten auf, wenn ein unversehrter stromloser Muskel von Erregungswellen durchlaufen wird; diese Wellen nehmen bei der Leitung im ausgeschnittenen Muskel beständig ab, so dass sich die der Reizstelle resp. Nerveneintrittsstelle näheren Muskelstellen negativ verhalten gegen entferntere. Ob dieses Dekrement auch im lebenden blutdurchströmten Muskel stattfindet, ist noch nicht festgestellt; die bisherigen Versuche über angebliche Aktionsströme durch den Willen, am lebenden Menschen, bedürfen der Revision. 3) Phasische Aktionsströme treten auf, wenn ein von Erregungswellen durchlaufener Muskel nur für kurze Momente der galvanometrischen Prüfung unterworfen wird; stets verhält sich dann derjenige Punkt, an welchem die Welle gerade sich befindet, negativ gegen den Rest. Am unversehrten Muskel wechselt daher zwischen zwei Ableitungspunkten der Aktionsstrom immer dergestalt seine Richtung, dass zuerst die den Nerven nähere, dann die entferntere Ableitungsstelle negativ wird. Am unversehrten und im Ganzen ohne Wellen erregten Muskel fehlt der Aktionsstrom gänzlich. Auf das nähere Detail der Untersuchung, durch welche die Deutungen der Molkulartheorie in jeder Hinsicht widerlegt werden, kann an dieser Stelle nicht eingegangen werden.

3) Herr Dr. C. Keller macht eine Reihe von Mittheilungen über „Mimicry" oder Nachahmungen gewisser Thiere durch andere. Er demonstrirte an einigen südamerikanischen Formen die durch Bates bekannt gewordene Thatsache, dass die Leptaliden, eine nahe verwandte und von Natur aus sehr geschützte Schmetterlingsgattung, die Heliconiden, täuschend nachahmen. Aber auch in unserer einheimischen Fauna sind vielfache Nachahmungen bekannt geworden, namentlich in der Gruppe der Sesien, welche abweichend von ihren Verwandten bei Tage fliegen und demnach grössern Schutz gegen Nachstellungen nöthig haben. So sieht Sesia apiformis einer Hornisse täuschend ähnlich, Sesia spheciformis einer Schlupfwespe u. s. w. Ferner ist eine ungeflügelte Schlupfwespe, Pezomachus, eine gute Mimicry nach Ameisen. Von manchen Thieren werden leblose Gegenstände nachgeahmt. Reich an solchen Fällen ist die Ordnung der heuschreckenartigen Insekten. Die Gespenstheuschrecken sehen einem dürren Zweige, einem bedornten Stengelstück zum Verwechseln ähnlich. Eine aus Ceylon stammende Betheuschrecke (Mantis) ahmt gleichzeitig einen Stengel, Blätter und Früchte nach. — Besonders verbreitet sind Fälle von Mimicry unter den Cocons exotischer Schmetterlinge. Dr. Keller zeigte eine Menge australischer Cocons, aus der Umgebung von Sidney stammend, vor, welche dadurch den Augen ihrer Feinde entzogen werden, dass Stengelstücke oder Blätter oder Rindenstücke an die Oberfläche festgekittet sind. Oder dieselben sind Nüssen, Kapselfrüchten oft bis in die Einzelheiten ähnlich, andere Cocons sind Känguruh-Exkrementen nachgeahmt u. s. w. In allen diesen Erscheinungen ist der gemeinsame Zweck nicht zu verkennen, ein möglichst gutes Schutzmittel gegen thierische Feinde zu erlangen.

C. Sitzung vom 10. Dezember 1877.

1) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von Hrn. Prof. Dr. R. Wolf.

Wolf. Astronomische Mittheilungen. 43.

Von Hrn. Prof. Kölliker in Würzburg.
Festschrift für Hrn. F. Rinecker. 4 Leipzig 1877.

B. Durch Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Bulletin de la société Ouralienne. Tom. III. 2.
Mémoires de l'académie des sciences de Lyon. T. 21.
Annales de la Société d'agriculture etc. de Lyon. IV. T. 8.
The journal of the Linnean society. Zoology 64—71. Botany 85—92. List of members.
Die Fortschritte der Physik. i. J. 1872. Von der phys. Ges. in Berlin.
Neues Lausitzisches Magazin. Bd. LIII. 2.
Sitzungsberichte d. phys.-med. Societät zu Erlangen. Heft 9.
Bulletin de la soc. des sciences nat. de Neuchâtel. XI. 1.
Actes de la société Linnéenne de Bordeaux. XXXI. 5.
List of the members of the London math. soc. 1877.
Bulletin de l'acad. J. des sciences de St-Pétersbourg. XXIV. 2.
Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. XI. 4. 5. XII. 1,

D. Anschaffungen.

Connaissance des temps. Pour 1879.
Schweizerische meteorolog. Beobachtungen. XIII. 5. XIV. 3.

2) Die antiquarische Gesellschaft ladet die unsrige wieder zu einer gemeinsamen Berchtoldsfeier ein.

3) Herr Prof. Cramer wird als Abgeordneter unserer Gesellschaft an die Hallerfeier in Bern gewählt.

4) Herr Prof. Heim macht eine Mittheilung über den Kölner Dom: Der Bau des Kölner Domes wurde im Jahr 1248 begonnen. Das Material lieferten die Steinbrüche des Siebengebirges, besonders ein Steinbruch am rheinischen Abhange des „Drachenfels". Der grösste Theil des Domes mit Ausnahme der obern Theile der Thürme und der neuern Reparaturen ist aus diesem siebengebirgischen Trachyt erbaut. Es besteht derselbe wesentlich aus einer im frischen Zustande violetten Grundmasse von Feldspath, in welcher grosse, einzelne, tafelförmige Sanidinkrystalle *) beigemengt sind. So schön und

*) Das ist eine besondere Art des Feldspathes.

solid dies Material auf den ersten Blick aussieht, so leicht verwittert es doch an der Atmosphäre. Die Kohlensäure der Luft mit der Feuchtigkeit zusammen zersetzt die Feldspathmasse der Art, dass sich Kaliumcarbonat bildet, welches leicht löslich ausgelaugt wird, und Porcellanerde (Kailin) bleibt als Rest zurück. Das Gestein wird dadurch weisslich, erdig, und zerfällt. An den ältesten Theilen des Domes, besonders am Fuss des südlichen Thurmes, sind die Gesimse und Vertikalleisten schon so sehr zerstört, dass ihre Profile stellenweise gar nicht mehr zu erkennen sind. Bei lebensgrossen Statuen ist der Kopf zu einem höckerigen Knollen zusammengeschwunden, an welchem Gesichtsseite und Rückseite nicht mehr unterschieden werden können. Die grössten Quadersteine, die man herausgenommen hat, zerfallen nach einigen Schlägen mit einem gewöhnlichen Hammer in lauter kleinere Brocken und die Masse zeigt sich dabei inwendig grünlich weiss und voll ganz weisser Flecken, sie ist durch und durch schon stark kaolinisirt.**) Dass die Verwitterung nicht nur die Oberfläche verändert hat, sondern tief in die Blöcke eingedrungen, ist die bedenklichste Seite der Erscheinung. Die am stärksten verwitterten Theile der äusseren Verkleidung werden nun herausgenommen, und durch in der Farbe sehr ähnliche Sandsteine ersetzt. Allein wie tief in das Innere der gewaltigen Strebepfeiler hinein, wie tief in die Fundamente, welche die furchtbare durch den stets fortschreitenden Ausbau der noch nicht vollendeten Thürme sich mehrende Last derselben zu tragen haben, die Verwitterung schon eingedrungen ist, und noch eindringen wird und kann, ist, wie es scheint, noch nicht genügend untersucht, weil man vor der Forderung der Abhülfe, die daraus erwachsen könnte, zurückschreckt. Die Verwitterung geschieht hauptsächlich durch die Kohlensäure, und solche fehlt der Bodenluft im Fundamentgebiete allerdings nicht. Es ist zu erwarten, dass wohl vor Ablauf von 1000 Jahren die sich vorbereitende Katastrophe eintritt und das Riesenwerk einstürzt. Wenn auch im Jahr 1248 und den folgenden die Verwitterungserscheinungen der Gesteine noch nicht wis-

**) Es wurde dies an einigen mitgebrachten Stücken vorgezeigt.

senschaftlich studirt waren, hätte doch schon damals der Umstand, dass erst ziemlich tief unter der Oberfläche des Drachenfels frischer Trachyt gefunden wird, die ganze Bergoberfläche aber, was gewiss schon vor Beginn der historischen Zeit der Fall war, von einer verwitterten Kruste gebildet ist, an der kein frisches Stück gefunden wird, Verdacht erregen sollen. Im Allgemeinen werden die Sedimentgesteine, welche ja als ein Resultat der Verwitterung entstanden sind (gute Sandsteine, Kalksteine, Dolomit) viel widerstandsfähiger gegen die chemische Verwitterung durch die Atmosphärilien sich zeigen, als alte Laven, wie der Trachyt, welche der Verwitterung neu und fremd, noch nicht in's Gleichgewicht gestellt gegenüber stehen, da sie unter ganz anderen Umständen von der Erde gegossen worden sind. Für die Sedimentgesteine ist mehr die mechanische, für die Silicatgesteine ausserdem noch weit mehr die chemische Verwitterung zu fürchten. Die Erfahrung hat gezeigt, dass von den Eruptivgesteinen einzelne, z. B. einige Abänderungen des Granites, manche Laven etc. merkwürdig lange unverändert aushalten, andere rasch zu Grunde gehen; ohne Erfahrung ist ihnen aher stets weniger zu trauen, als den Sedimenten. Die mechanische Verwitterung (Frost etc.), der Feind der letztern, lässt sich in seiner Wirkung viel eher schon aus dem Ansehen des Gesteins im Voraus beurtheilen.

5) Herr Dr. Luchsinger referirte über neulich im hiesigen physiologischen Laboratorium angestellte Versuche, welche die alte Frage über wechselseitigen Antagonismus zweier Gifte zum Vorwurfe hatten. Fragen derart sind natürlich nur diskutirbar, wenn beide Gifte ein und denselben Angriffspunkt besitzen. Allgemein wird das eine Gift etwa die Erregbarkeit dieses Punktes ausserordentlich erhöhen, das andere dieselbe bis auf Null reduciren können. Klar war stets, dass ein lähmendes Gift die reizende Wirkung einer erregenden Substanz aufheben könne, bestritten wurde dagegen noch in neuester Zeit, dass umgekehrt auch die Lähmungswirkung des Einen durch grössere Dosen des andern reizenden Stoffes mit Erfolg zu bekämpfen sei. — Als Ort der Studie wurden die Schweissdrüsen der Katze gewählt. Schon früher

hatte L. in dem schwefelsauren Atropin ein Mittel gefunden, die Schweissdrüsen selbst direkt zu lähmen, die jetzige Versuchsreihe lehrte in dem salzsauren Pilocarpin, jenem neulich aus den Jaborandiblättern dargestellten Alkaloide ein Mittel kennen, die Schweissdrüsen selbst direkt zu reizen. Während nämlich alle andern bisher untersuchten Schwitzmittel nur auf centrale Apparate des Rückenmarkes wirken, der Schweiss also ausbleibt, sobald die nervösen Verbindungen zwischen jenen Centren und den Drüsen gelöst sind, wirkt das Pilocarpin gleichwohl auch nach einer Durchschneidung der Schweissnerven in erheblichster Weise auf die Sekretion. Wird ein Thier mit schwacher Pilocarpindose vergiftet, so kann der bald nachfolgende Schweissausbruch leicht schon durch kleine Atropingaben gehemmt werden; wird nun in diesem Stadium vollständiger Lähmung Pilocarpin subcutan in grösserer Menge direct unter die Sohlenhaut injicirt, so treten lokal auf jener mit Pilocarpin überflutheten Hautparthie allerdings wiederum Schweisstropfen auf, während die übrige Haut vollständig trocken bleibt. — Kleine Dosen Pilocarpin werden also von bestimmter Menge Atropin unwirksam gemacht, dagegen besiegen genügend grosse Dosen des reizenden Mittels wiederum jene lähmende Atropinwirkung. — Diese interessanten Erscheinungen dürften eine letzte Erklärung sehr wohl in jenem schon vor beinahe 100 Jahren von dem genialen Chemiker Berthollet aufgestellten Gesetze chemischer Massenwirkung finden.

6) Herr Prof. Cramer wies eine Esche vor, welche im Lauf einer Reihe von Jahren einen 20 Zentner schweren Stein der Umfassungsmauer des Bauschänzle aussen etwa 1½ Zoll hoch gehoben hatte, dabei an der beschwerten Stelle ganz platt gedrückt worden war.

7) Die Commission für Revision der Schuldtitel hat letztere vorgenommen und Alles in bester Ordnung gefunden.

8) Die Herren Dr. Winter, Privatdocent am Polytechnikum und Chemiker Schöller melden sich zur Aufnahme als ordentliche Mitglieder der Gesellschaft. [A. Weilenmann.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

269. (Forts.) Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1815 VI 28. Ich erhielt Ihren Brief vom 20. May einige Tage vor meiner Abreise aus Reval nach Petersburg. Bey meiner Ankunft hier habe ich noch keine Minute für mich gehabt. Ich bin in Pawlofsk und in Kronstadt gewesen, und Kotzebue's Abfertigung, welche nach 4 Wochen statt haben soll, lässt mir auch jetzt wenig Zeit übrig. — Kotzebue's Schiff ist sehr gut gebaut; es ist von circa 200 Tonnen Grösse und mit Kupfer beschlagen. Seine Mannschaft besteht aus 25 Mann, 2 Offizieren, einem Arzt und einem Naturforscher. Es ist recht übel, dass wir keinen für die Physik und Astronomie haben; auch ein Mahler soll engagirt werden. Den 1. August n. St. soll das Schiff fort. Möchte Ihre Instrukzion nur bald ankommen. Haben Sie sie bey dem Empfange dieses Briefes noch nicht abgefertigt, so schicken Sie sie nach Copenhagen an den Russischen Gesandten mit der Bitte sie sogleich nach Plymouth abzufertigen, wo Kotzebue auf einige Tage einlaufen wird.

Horner an Krusenstern, Zürich 1815 VI 28. Ich habe dieses Jahr angefangen mich allmählig auf astronomische Beobachtungen einzurichten: Ein recht gutes Telescop von Reichenbach, dessen Fernröhren ich im Ganzen demjenigen, was ich von Englischen kenne, vorziehen muss, macht den Anfang. Eine Pendeluhr, ein Vertikalkreis und ein Theodolith von neuer Konstrukzion sollen nachfolgen. Es ist ein schuldiger Abtrag, den ich den Wissenschaften thue, wenn ich einen Theil der Pension, zu welcher Sie mir verholfen haben, für solche Endzwecke verwende. Bisdahin haben Barometer und Thermometer den vornehmsten Gegenstand von Improvements bei mir ausgemacht.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1815 VII 26. Ich sage Ihnen meinen verbindlichsten Dank für die Uebersendung Ihrer lehrreichen Instrukzion für Kotzebue. Sie kam noch zu rechter Zeit an, ungefähr 8 Tage vor Kotzebue's Abreise. Sie haben keinen Gegenstand der nautischen Astronomie und Physik unberührt gelassen und mit einer

Klarheit abgehandelt, welche nichts zu wünschen übrig lässt, und Kotzebue statt einer ganzen Bibliothek dienen kann. Sie wollen zwar nicht haben, dass ich Ihre Arbeit loben soll, sie hat mir aber zu gut gefallen als dass ich ganz schweigen sollte. Was Sie von der Karten-Aufnahme sagen wird dem K. besonders von grossem Nutzen sein. Den 18. Juli segelte Kotzebue ab; in Copenhagen wird er sich mehrere Tage aufhalten; der statt Ledebour engagirte Naturforscher H. v. Chamisso aus Berlin und ein gelehrter Däne H. Wormskold, Mineralog und Botaniker, embarquiren sich dort. Chamisso scheint auch Geschmack für die Physik zu haben; unter anderm meldet er mir, dass man ihm die nämliche Nadel anvertraut habe, welche Humboldt auf seiner Reise gebraucht habe. In Plymouth wird sich K. auch einige Tage aufhalten; er wird dort ein Life-boat einnehmen, welches die englische Admiralität auf meine Bitte bauen lässt. Das Boot ist 19 Fuss lang und kann mit 6 oder auch 4 Rudern gerudert werden. Eine Reihe von Kasten, mit Luft gefüllt, sind inwendig um das Boot placirt um das Sinken des Bootes zu verhüten, sollte es sich mit Wasser füllen. Kein Kriegsschiff geht jetzt in See ohne ein solches Boot. Den Tag vor dem Absegeln des Ruricks war ich mit dem Kanzler hingefahren um unsern Reisenden ein Lebewohl zu sagen. Er war ausser sich vor Freuden diesen Entschluss gefasst zu haben, obgleich sich die Kosten wenigstens auf das Doppelte von denen belaufen, auf welche ich ihn preparirt hatte. Der Himmel gebe, dass der Kanzler die glückliche Rückkunft seines Ruricks erleben mag, zum Trotz derer, welche ihn in den Abgrund wünschen. — Ich reise um einige Tage nach Reval, und gebe sodann sogleich meine Bitte um den Abschied ein. Bellingshausen will ich zu meinem Nachfolger vorschlagen. Vors Erste bleibe ich in dem Hause welches meine Frau 35 Werst von Reval auf ein Jahr gemiethet hat. Ich sehe mich gezwungen ein kleines Gut zu kaufen als das einzige Mittel um nicht zu kurz zu kommen. Die Preise hier steigen immerfort; in diesem Jahre ist es 50 % theurer zu leben als im vorigen Jahr, so dass man seine Ausgaben gar nicht bestimmen kann. Ich werde natürlich nur ein sehr kleines Gut kaufen das ich ganz bezahlen

kann. — Alles was Sie thun interessirt mich sehr, und so ist es mir nicht gleichgültig zu erfahren, dass Sie sich eine Sternwarte zu rechte machen. Wenn ich gleich meinen Abschied nehme, so hoffe ich doch so viel Einfluss zu behalten Ihre Anweisung zur nautischen Astronomie und Physik der Russischen und Englischen Admiralität zu übergeben; aber Ihre Schrift muss Englisch oder Französisch seyn.

Dan. Huber an Horner, Basel 1815 XII 9. Wie Ihnen bekannt sein wird, so existirte hier ehemals eine Societas medico-physica, welche zwischen 1751 und 1787, 9 Bände Acta herausgegeben hat. Aus Anlass nun der neu gebildeten helvetischen Gesellschaft für sämmtliche Naturwissenschaften, welche sich vor einigen Wochen in Genf constituirt hat, fordert nun der Präsident derselben, Herr Pfarrer Wyttenbach, der mich schon seit langem mit seiner Freundschaft beehrt, auf, ich möchte doch sehen, ob die hiesige Societät nicht wiederhergestellt und erneuert werden könnte, dass sie mit der allgemeinen helvetischen in Verbindung treten und mitwirken möchte. Ich habe besonders die hiesige medizinische Facultät, die sich ehemals als den Haupttheil der Societas ansah, zu interessiren gesucht, und ich hoffe es soll bald etwas zu Stande kommen. Nun haben Sie in Zürich schon lange auch eine physicalische Gesellschaft; ich weiss nicht, ob sie immer unter der nämlichen Form besteht, oder ob sie neuerlich auch eine andere Organisation erhalten hat. Meine Bitte geht nun dahin: Sie möchten doch die Güte haben, mir von den ältern und neuern Einrichtungen Ihrer Gesellschaft einige Nachricht zu geben; auch ersuche ich Sie, mir Ihre Gedanken über Organisation solcher Societäten gefälligst mitzutheilen. Wenn ich etwann zur Berathung wegen der hiesigen Societät gezogen würde, so wünschte ich sehr, dass ich Ihre Ansichten und Ihren Rath benutzen könnte, da mir sehr daran gelegen ist, dass hier etwas rechtes zu Stande käme.

Schlichtegroll an Horner, München 1816 V 8. Dass Seyffer ganz dem topographischen Büreau übergeben und der gründliche Soldner zum Astronom der Academie ernannt worden, wissen Sie wohl schon. Vor 4 Wochen ist

Bericht und Antrag zu einer Sternwarte an den König gegangen; käme noch Resolution in diesem Frühjahr, so könnte der Bau der Specula, die natürlich nur ein Erdgeschoss erhält, sogleich angefangen werden. Als schicklichster Platz hat sich eine Stelle bei Bogenhausen gezeigt, einige Tausend Schritte von der jetzigen ostwärts. Soldner und Reichenbach sind vertraute Freunde und würden sich einander in die Hand arbeiten. Der baldige Bau der Sternwarte ist bereits zugesichert, nur die Anweisung des Geldes (der Anschlag ist auf 32000 fl. gerichtet) fehlt noch; die Regierungsmänner haben jetzt den Kopf voll Gränzberichtigungen; da werden solche Sachen leicht aufgeschoben. — Seit 14 Tagen ist Gauss aus Göttingen hier und wohnt bei unserm Reichenbach, der ganz in Gloria und Freude durch diesen Besuch ist. Sie waren einige Tage in Benedictbeuern. Gauss ist von den Reichenbach'schen Instrumenten und der Glass-Giesserey und -Schleiferey Frauenhofers ganz befriedigt. Wenn die Sternwarte stehen und bewohnt und belebt sein wird, dann müssen Sie mit allen Ihrigen auf einen Monat zu uns kommen. Ist es irgend möglich, so komme ich vorher zu Ihnen. — Reichenbach hat tolle Auftritte mit Zach in Genua und Neapel gehabt (1814 und 15). Die Erzählung davon würde Sie höchlich amüsiren. Zach verwirrt sich durch die doppelte Rolle eines Gelehrten und Hofmanns, und seine närrische Eitelkeit und Hochmuth spielen ihm arge Streiche. Er ist viel launenhafter wie sonst. Vor 5 Monaten kam auch Werner hier an, den er in einem Anfall von Zorn weggejagt hat. Utzschneider hat Werner ein Stübchen eingegeben und lässt ihn arbeiten.

Krusenstern an Horner, Sternhoff*) 1816 IX 13. Ich war im Juni auf 14 Tage nach Petersburg gereist um meine Effecten von dort nach meinem Gute zu schaffen, wo ich den Sommer sehr angenehm würde zugebracht haben; wenn nicht meine Kinder am Keuchhusten gelitten hätten. — Otto Kotzebue hat, wie Sie es wohl aus den Zeitungen erfahren haben, aus Brasilien geschrieben. Alles geht nach

*) Scheint das neue Gut zu sein, von dessen Ankauf in früheren Briefen die Rede war.

Wunsch. Nur fürchte ich dass Chamisso kein sound Philosopher ist, sondern ein Schwärmer, wie es deren so viele in Deutschland gibt: doch vielleicht sind die Daten, nach welchen ich dieses Urtheil fälle, nicht hinlänglich solid, — Kotzebue scheint mit ihm zufrieden zu seyn. Wormskold kommt mir vor ungefähr so wie mein lieber Horner, doch ganz so vorzüglich wird er gewiss nicht seyn. — Krug ist fast mein einziger Correspondent in Petersburg; er befindet sich wohl, und arbeitet recht fleissig. Schubert geniesst keiner dauerhaften Gesundheit; indess arbeitet er noch fleissig fort. Unser Grossfürst Nicolaus wird nächstens eine Reise in's Ausland antreten; wahrscheinlich besucht er auch die Schweiz und Zürich, da sollten Sie ihn doch besuchen; er ist ein liebenswürdiger junger Mann.

H. W. Brandes an Horner, Breslau 1816 XI 18. Ich bin schon lange mit dem Gedanken beschäftigt dir einmal zu schreiben. Ob dieses gerade aus ganz reinen Beweggründen hervorging, wollen wir nicht näher untersuchen, sondern nur dasjenige erörtern, was mit dem Eigennutze in ziemlich naher Beziehung steht. Du musst wissen, dass ich mit meinen Studien auch einmal bei der Meteorologie eingekehrt bin, und dass es mir recht sehr am Herzen liegt, Leute zu gewinnen, die ein wenig das untersuchten und in Ordnung brächten, was ich nicht weiss und doch gerne wissen möchte. So eigennützig diess aussieht, so kann ich doch unmassgeblich zu bemerken geben, dass da ihr andern eben diese Dinge auch nicht wisst und so viel ich aus Kant's Kritik der reinen Vernunft weiss Euer Kopf doch inwendig ebenso aussieht, wie meiner, es Euch nicht schaden würde, wenn Ihr gelegentlich auch hinter allerlei neue Entdeckungen kämt. — Aus einem Aufsatze, der nächstens in Lindenau's astron. Zeitschrift erscheinen wird, geht hervor, dass der mittlere Gang der Temperatur-Aenderungen an einerlei Ort durch's ganze Jahr nicht so regelmässig ist, als man wohl denken sollte, sondern dass gewisse Maxima und Minima der Temperatur stattfinden, die sich selbst in 50 Jahren nicht ausgleichen, — ferner dass diese Maxima und Minima in London und Stockholm fast genau auf dieselben Tage treffen. Hier mögte ich also

gern, dass du lieber Horner, einen passend liegenden Ort in der Schweiz aufsuchtest, wo seit 20 oder 50 Jahren Temperaturbeobachtungen angestellt sind, dass du da für Januar 1—5, 6—10, 11—15 u. s. w. die Mittel jedes Jahres berechnest, und dann aus allen Mitteln des 1—5 Januar das Mittel nähmst u. s. w. Diese Arbeit ist ein klein wenig langweilig; aber man schreibt etwa in 4 bis 5 Stunden einen Jahrgang aus den Registern in die linirten Tabellen ein, und wenn man 6 Jahre hat, so thut man wohl Mittel zu nehmen, damit man nach 6 Arbeitstagen schon ein Resultat habe. Dieses Mittel kostet etwa 3 Tage, also in 9 bis 10 Tagen hat man ein Mittel aus 6 Jahren, — in 40 Tagen Arbeit ein Mittel aus 24 Jahren. Diese Arbeit ist es wohl werth, und da man zwischen einigem Müssiggehen, Spielen mit den Kindern, Philosophiren mit seiner Frau, etc., leicht 4 Stunden Arbeit einschiebt, wenn man gesund ist, so hat man in circa 6 Wochen das Vergnügen einen recht hübschen Beitrag zur Meteorologie fertig zu haben. — Du siehst wohl ein, dass ich allein dieses nicht für alle Orte thun kann, und daher gerne fremde Hülfe für einen und andern Ort wünsche, und hoffentlich wirst du meinen Wunsch nicht als eine Liebe zur Bequemlichkeit auslegen. — Könnte ich die erwähnte Temperatur-Curve aus den Beobachtungen auf dem Bernhard oder einem andern hohen Punkte erhalten, so würde mir das ganz besonders angenehm sein; aber unter 10—12 Jahrgänge muss man nicht zusammennehmen. Pictet würde sie vielleicht für Genf liefern, und angenehm wäre es, wenn man sie für zwei so nahe Orte, einen in der Höhe, den andern im Thale hätte.

Krusenstern an Horner, Sternhoff 1817 V 26. Ihr Vorsatz nach Paris zu reisen, besonders zu einer Zeit, wo ihre Gegenwart im Hause so nothwendig ist, ist mir ein neuer Beweis Ihrer Freundschaft, wenn ich deren noch mehrere verlangte; ich will mir sogar mit der Hoffnung schmeicheln, dass Sie nicht gereist sind; es wird mir wahrlich eine Beruhigung seyn zu erfahren, dass Sie sich Ihrer lieben Gemahlin meiner Geschäfte wegen *) nicht entzogen haben. Reisen Sie,

*) Es scheint sich um eine französische Ausgabe der Reisebeschreibung gehandelt zu haben.

wenn Ihr Gemüth ruhig ist, und Sie auch Zeit haben alle Herrlichkeiten von Paris mit Musse zu sehen, und empfangen Sie nochmals meinen Dank ein Geschäft für mich übernehmen zu wollen, das mich natürlich sehr interessirt, und das im Grunde Sie nur allein zu meiner Zufriedenheit ausführen können. — Durch mehrere ungünstige Gerüchte, welche die Petersburger Hydrographen über Kotzebue's Entdeckungen verbreitet hatten, die so weit giengen, dass sie sie geradezu für Fanfaronaden erklärten, bin ich veranlasst worden einen kleinen Aufsatz darüber zu machen. Ich habe denselben, da er der Neuheit wegen nicht ganz ohne Interesse sein kann, der Societät von Göttingen zugeschickt, der ich etwas zu schicken schuldig war, da sie mir die Ehre erwiesen haben mich zu Ihrem Mitgliede zu erwählen. Vielleicht wird er in den gelehrten Anzeigen abgedruckt und auf den Fall werden Sie ihn lesen. Ich bin der Wahrheit ganz und gar treu geblieben, und sie werden finden, dass Kotzebue seine Sachen recht gut gemacht hat. Etwas zu sehr scheint er freilich geeilt zu haben, besonders beim Suchen der Mulgrave-Inseln; hätte er seinen Kurs $1^1/_2$ oder 2° weiter nach Westen fortgesetzt, so wären sie gefunden. — Auch ich habe von Pond keine Antwort auf einen Brief bekommen, den ich ihm bald nach meiner Rückkunft aus England schrieb, doch darüber wunderte ich mich nicht; dass er aber Briefe von Gauss, Olbers und Lindenau unbeantwortet liess, ist in der That sehr auffallend. Im Umgange ist Pond ein sehr angenehmer Mann; auch seine Frau und Schwägerin (Miss Bradley) sind recht liebenswürdig; ich bin gern bei ihm gewesen. Ich habe keinen Zweifel, dass Robertson jeden von einem deutschen Astronomen erhaltenen Brief beantworten wird. Er schien mir ein bescheidener und ein fleissiger Mann zu seyn.

Krusenstern an Horner, Sternhoff 1817 VI 19. Es sind nicht viel über zwey Wochen seit ich Ihnen zuletzt schrieb, und doch erfordert Ihr letzter Brief vom 16 May, dass ich ihn bald beantworte, damit mein Brief Sie noch vor Ihrer Abreise nach Paris treffe. Ich bin gern bereit die Kupfertafeln meines Atlasses auf ein paar Jahre nach Paris zu schicken, vorausgesetzt, dass mir ein mässiger Ersatz geboten

wird. — Mein Otto ist jetzt 15 Jahre alt, sehr lebhaft und findet Geschmack an der Mathematik; fährt er so fort, so werde ich ihn nach 1½ Jahren in's Bethencourt'sche Institut schicken, — für die mathematischen Wissenschaften das beste, das es in Russland gibt. — Mit Ungeduld sehe ich einem Briefe von Ihnen entgegen, in welchem ich zu erfahren hoffe, dass Ihre liebe Frau den Winter glücklich überstanden hat. Es ist mir in der That eine wahre Beruhigung, dass Sie nicht im April nach Paris gereist sind.

Horner an Trechsel, Zürich 1817 VII. 18. Herr Rathsherr Escher von hier, der zur Tagsatzung nach Bern reist, hat die Gefälligkeit für mich, meinen schon lange zurückgelegten Brief an Hrn. U. Schenk, der die Bestellung eines Theodolithen enthält, mit sich zu nehmen. Die viele Freundschaft, die Sie mir bey meiner Anwesenheit in Bern bewiesen haben, und das Interesse das Sie an der guten Zustandbringung eines für genaue Messungen bestimmten Instrumentes haben werden, lassen mich erwarten, keine Fehlbitte zu thun, wenn ich Sie ersuche, sich für die Erfüllung meines Wunsches bey Hrn. Schenk zu verwenden und bey ihm auf die Anbringung aller derjenigen Konstructionen einzuwirken, die nach Ihrer Ueberzeugung zweckmässig sind. — Da mir, bey Ermanglung eines guten Borda'schen Kreises die Benutzung des Theodolithen zu astronomischen Höhenmessungen eine vorzügliche Angelegenheit ist, so habe ich, nach langem Erwägen, doch immer nur auf zwey Einrichtungen zurückkommen müssen, die mir dazu am geeignetsten erscheinen: nemlich, entweder die Reichenbach'sche mit dem winkelrecht gebrochenen Fernrohr, wo man durch die Queraxe des Höhenkreises hineinsieht, oder meinen Vorschlag mit dem excentrischen Fernrohr. In den Briefen an Hrn. Schenk habe ich mich weitläufig über den Gegenstand ausgelassen, und die Vortheile und Nachtheile der verschiedenen Bauart der Theodolithen entwickelt. Ich wünsche, dass meine Bemerkungen Ihnen gegründet vorkommen mögen. Ich gestehe, dass mir das hohe Gestell für die Axe des Höhenkreises nicht behagen will, und ich wäre fast geneigt zu glauben, dass die Berichtigung des winkelrecht gebogenen

Fernrohrs nicht viel schwieriger sey, als die des Prisma, welches für die astronomischen Beobachtungen angestrebt wird. Die vollständigste und leichteste Berichtigung scheint mir das ekzentrische Fernrohr zu gestatten, daher ich dieser Konstructions-Methode den Vorzug gebe. Da der Fehler derselben bey Horizontalwinkeln für Dreyecke von ziemlich langen und nicht allzu ungleichen Seiten, wie sie bei den feineren Messungen immer aufgesucht werden, nur wenige Sekunden beträgt und mit aller Schärfe bestimmt werden kann, so scheint mir das Bedürfniss dieser Correction kein Grund zur Verwerfung; dagegen gereichen dieser Einrichtung mehrere Vortheile zur Empfehlung: 1) Die bequeme Berichtigung des Collimationsfehlers, die ausser der Umdrehung des Fernrohrs um die optische Axe nach Hrn. Schenk's Methode, noch durch Umwendung in vertikaler Richtung (Renversement) bewerkstelligt werden kann. 2) dass bei terrestrischen Höhenwinkeln gar keine Correction stattfindet. 3) Dass man die Gestirne in allen Höhen ohne weitere Vorbereitung beobachten kann. 4) dass man bey den Höhenmessungen sowohl die einfache Multiplication mit Hülfe des Niveau, als auch die bey den grossen Verticalkreisen übliche Bohnenberger-Baumann'sche anwenden kann. 5) Stellt das Instrument, wenn die Hauptaxe in der Richtung der Erdaxe befestigt würde, ein vollkommenes Aequatorial vor. Aus allen diesen Gründen hätte ich daher grosse Lust, wenn der Künstler nicht abgeneigt ist, mit dieser Construction die Probe zu machen. — Recht sehr bedaure ich, dass ich mich durch die Münchner-Officin, deren Zeichnungen ich immer erwartete, so lange habe hinhalten lassen. Wenn die Herren ihre Kundleute nicht besser spedieren, so wird es nicht schwer seyn ihnen diese abzugewinnen. Sollte Hr. Schenk nicht wohl daran thun, ebenfalls ein detaillirtes Verzeichniss der bey ihm zu erhaltenden Instrumente nebst Preisen bekannt zu machen? ich würde es ihm sogleich an Lindenau und Gilbert spediren. Doch fehlt es, glaube ich, überall mehr an guten Arbeitern, als an Bestellungen. — Das Resultat der Vergleichung meines Barometers mit Ihrem Normalbarometer hat mir gezeigt, dass unsere Barometer immerhin auf 1/10 Linie

gleichstehen; denn mein Reisebarometer fand sich um eben so viel zu hoch über mein Normalbarometer, als es unter dem Ihrigen stand. — Die allgem. Gesellschaft schweizer. Naturforscher macht uns eint und anders zu schaffen. Die Herren Meisner und Wyttenbach haben uns keine Ruhe gelassen bis wir endlich zugaben, dass ein naturwissenschaftliches Blatt „mit Genehmigung der Gesellschaft Schweiz. Naturforscher“ von Herrn Meisner herausgegeben werden möge: Denn etwas der Gesellschaft würdiges in ihrem Namen zu liefern, dazu schien uns die Sache zu unreif. Nun erscheint gerade das was wir vermeiden wollten. Das Blatt ist übrigens uninteressant und theuer genug, dass es nicht lange die Firma der Gesellschaft missbrauchen wird. — Ich hoffe in einigen Wochen, wenn meine Frau von ihrem Wochenbette sich besser erholt haben wird, nach Paris zu reisen; kann aber nicht lange wegbleiben. Sollte ich Sie nicht früher sehen, so erwarte ich Sie auf dem Kongress im Oktober, und bitte Sie dann bei mir einzukehren.

Trechsel an Horner, Bern 1817 VIII. 24. Mit grossem Vergnügen und con amore werde ich, so gut ich kann, bei den von Ihnen bei Hr. Schenk bestellten Instrumenten Pathenstelle vertreten, und mit dem wackern Künstler, den diese Bestellung ebenso sehr freut als ehrt, über die Ausführung nach bestem Wissen zu Rathe gehen. Leider fehlt es Herrn Schenk gegenwärtig an Arbeitern, so dass er mit der bestellten Arbeit etwas zurücksteht. So habe ich z. B. seit mehr als einem Vierteljahr einen 18 zölligen Bordakreis nach Reichenbach'scher Construction bestellt, den mir die Regierung für die Academie bewilligt hat, — an diesem ist dato noch keine Linie gemacht. Auch haben letzthin einige französische Ingenieurs artige Bestellungen gemacht, und noch von beträchtlichern gesprochen zum Behuf der neuen, von Henry zu leitenden Triangulation im Innern von Frankreich; nur hangen die Herren Franzosen gar sehr an der alten Construction ihres Borda-Kreises mit der Säule, und an der Vierhundert-Theilung. Herr Schenk hat nun vor, die letztere gleichfalls auf seine Theilungs-Maschine zu bringen. — Ihre Gründe für die Construction mit excentrischem Fernrohr sind so triftig und

überzeugend, zumal das Instrument mehr noch zu astronomischen Gebrauche bestimmt ist, dass ich meinerseits durchaus nicht anstehen würde dieselbe derjenigen mit dem Winkelfernrohr vorzuziehen. Es ist ein wesentlicher Vorzug von Instrumenten, die zu Beobachtungen der Sonne dienen sollen, wenn dieselben recht kurz zusammengebaut sind, und das hochbeinige Wesen an den Trägern, der Queraxe und Libelle so viel möglich vermieden ist. Sonst hat man immer und ewig mit der Dilatation und der daherigen Berichtigung zu schaffen, wenn man nicht Mittel findet, das Instrument der unmittelbaren Einwirkung der Sonnenstrahlen zu entziehen, wozu ich eine leichte, lose Umwicklung mit englischem Velin-Postpapier sehr vortrefflich finde. Dieses Papier reflectirt die Wärme gut, und ist geschmeidig genug. — Seitdem ich das Vergnügen hatte Sie das letzte mal zu sehen, habe ich mich tüchtig mit der geometrischen und trigonometrischen Praxis in Morästen, Giessen, Gesträuchen und Dornen herumgetrieben. Die ausgedehnten Vorarbeiten zu unserer vorhabenden grossen Wasser-Unternehmung haben mir viele Zeit genommen. Herr Rathsherr Escher kann Ihnen sagen, dass wir nicht müssig gewesen. Wir erwarten nun in Monatsfrist Herrn Tulla, welcher vom Grossherzog von Baden nun bestimmte Erlaubniss hat, sich mit dieser wichtigen Unternehmung zu befassen. — Einerseits dieser Umstand, dann auch die Fortsetzung unserer trigonometrischen Arbeiten im Oberland, denen ich an Ort und Stelle einige Tage widmen muss, werden mich wahrscheinlich abhalten diessmal dem naturwissenschaftlichen Congress im October beyzuwohnen. Aufrichtig gesagt bedaure ich dabey weniger das Verfehlen des Congresses selbst und seiner in der Regel langweiligen Sitzungen, bey denen wenig Grünes herauskommt, — als aber die Gelegenheit, Sie, Herrn Schanzenherr Feer und einige andere Männer zu sehen, und von Ihnen zu lernen. Dagegen trage ich mich mit einem Lieblingsgedanken herum, einmal, wenn es sich allerseits recht schicken will, für einige Tage nach Zürich auf astronomische Wanderschaft und Lehre zu kommen. Ich brächte dann meinen alsdann hoffentlich fertigen Bordakreis mit. Vielleicht könnte da dieses und jenes für vater-

ländische Geographie nicht uninteressantes verabredet werden. — Seit einigen Tagen habe ich die astr. Pendeluhr und den Reichenbach - Kreis in meiner morschen Baraque auf der Schanze aufgestellt und übe mich in Erwartung des Bordakreises und eines solidern Observatoriums in der Zeitbestimmung durch Beobachtung von Sonnenhöhen und Meridiandurchgängen, wozu mir der Reichenbachkreis, dessen Fernrohr sehr stark vergrössert, gute Dienste leistet. Eine Meridian-Mire auf dem in einer Entfernung von 12000′ gegenüberliegenden Gurtenberg macht mir die Stellung des mit 3 Verticalfaden versehenen Fernrohrs im Meridian möglich. Freylich macht es als Passagen-Instrument gar kleine Figur. Komme ich dazu den Gang der Uhr recht genau zu kennen, so glückt mir vielleicht auch einmal eine gute Beobachtung zur Längenbestimmung. — Sollte Ihre vorhabende Reise nach Paris statthaben können, und Sie glücklicher Weise durch Bern führen, so hoffe ich und bitte Sie um die Freundschaft Ihr Absteigequartier bey uns zu nehmen.

De Veley an Horner, Lausanne 1817 IX 6. Nous avons à vous remercier, Monsieur de la Harpe et moi, des soins que vous avez bien voulu vous donner relativement à la lunette en question et de la lettre infiniment obligeante que vous nous avez adressée à cette occasion. . . . . Mr. Eynard ayant fait le voyage de Lausanne, nous avons visité ensemble plusieurs emplacemens que j'avais crû propres à un observatoire, et nous finîmes par conclure qu'il fallait acquérir les instrumens avant de leur préparer une habitation; nous pensâmes qu'il valait mieux construire l'observatoire pour les instrumens que des instrumens pour l'observatoire. Il s'agit maintenant de trouver les fonds et pour cela nous ne pouvons nous adresser au gouvernement, qui n'est pas riche; il faut tout attendre du patriotisme des particuliers. . . . . Bien des gens ne sentent pas la nécessité d'observer les astres, et ne partagent pas notre enthousiasme pour le ciel; en sorte que nous aurons des difficultés à surmonter, et qu'il nous faudra peut-être aller petit à petit en commençant par quelques pièces qui amèneront les autres. Je voudrais, par exemple, avoir d'abord un Théodolite de Schenk.

Ulrich Schenk & Comp. an Horner, Bern 1817 XII 4. Rücksichtlich der Verminderung der Stellschrauben zur Correction der momentan eintretenden Fehler des Instruments, die Sie wünschen, können wir den Ansichten E. W. nicht beitreten. Vorerst meinen wir fast, es sey unmöglich, dass ein Instrument, wenn es auch durchaus reglirt aus den Händen des Künstlers kommt und ohne äussere mechanische Einwirkung bleibt, sich auch nur kurze Zeit halte; die Einwirkungen der Temperatur sind so bedeutend und selbst die völlige Wiederherstellung der so verschieden gestalteten Theile bey gleicher Temperatur erscheint uns noch so problematisch, dass wir uns wahrlich nicht getrauen würden ein Instrument, das nach allen Proben fehlerfrei aus unsern Händen geht, auch nur auf wenige Wochen zu garantiren. Nächstdem würde die Arbeit, ein Instrument in allen Theilen mit der erforderlichen Genauigkeit fest zu reguliren, für den Künstler grösser seyn, als diejenige der Beybringung der Corrections-Vorrichtungen, und es hätte noch das Unangenehme, dass die Nettigkeit und äussere Vollendung des Instruments dabey zu Grunde gehen müsste. denn wenn man diese Reglirung vor dem Poliren und Firnissiren vornehmen würde, so würde es sich durch diese Operationen wieder dereglirен, und wollte man sie erst nachwärts vornehmen, so müsste die Politur und der Firnissüberzug an den Theilen, die der Feile oder dem Schleifmaterial wären ausgesetzt worden, wieder zu Grunde gehen.

Krusenstern an Horner, Ass 1818 III. 26. Gott sey gedankt, endlich habe ich einen Brief von Ihnen bekommen. In der That ich fing schon an sehr unruhig über ihr langes Stillschweigen zu werden; ganz geirrt habe ich mich doch nicht, da die Gesundheit Ihrer lieben Frau seit den letzten Wochen so sehr gelitten hat. Der Himmel gebe, dass sie bald wieder hergestellt und Ihnen Ihre Ruhe ganz wieder gegeben werden möge. Ich erhielt Ihren Brief vom 6. Januar eben wie ich nach Petersburg abreisen wollte, von wo ich seit 10 Tagen zurück bin. Es ist mir recht angenehm gewesen meine alten Freunde, wie Krug, Schubert und andere wieder zu sehen. — Von Kotzebue sind keine Nachrichten eingetroffen, ein Beweis, dass er nicht im Herbst dem Plane zu folge nach Kam-

tschaka gekommen ist, was mich seinetwegen unruhig macht, denn Gott weiss wie seine Expedition im Norden und Osten der Behringsstrasse abgelaufen ist.

Trechsel an Horner, Bern 1818 IV 5. Wirklich trug ich mich den ganzen Winter mit dem frohen Gedanken Sie im Laufe dieses Frühjahrs in Zürich zu besuchen. Ich gedachte meinen seit Jahr und Tag bey Schenk bestellten, aber leyder noch kaum angefangenen Borda-Kreis mitzuführen und unter Ihren Auspicien am Himmel zu versuchen. Bey diesem Anlasse hätte ich dann gar zu gerne Ihren trefflichen Rath über die Errichtung eines bescheidenen, zweckmässigen und soliden Observatoriums an Platz meiner hinfälligen und morschen Hütte auf der Schanze ausgebeten. — Ich sehe aber nun wohl die Erfüllung dieses angenehmen Wunsches wird neuerdings verschoben werden müssen. Erstens hält Schenk, nach ächter Künstler-Sitte, mit seinen schönen Versprechungen nicht Wort. Der Borda-Kreis soll in diesen Tagen erst gegossen werden, u. hat bisher immer den vornehmen Bestellungen vom Ausland her, z. B. von Paris wohin nächstens an Delcros ein herrlicher einfüssiger Repetitions-Theodolit abgeht, zurückstehen müssen. Zweytens sehe ich nicht vor den Sommer hindurch leicht abzukommen. Am füglichsten hätte dieses im künftigen Monat, wo wir einige Ferien haben, geschehen können; allein da schickt es sich gerade für Sie nicht. Sonach wird es wohl Anstand haben bis gegen Ende Sommers. Empfangen Sie indessen meinen herzlichsten Dank für Ihre freundschaftliche Einladung. Ein Aufenthalt von ein paar Tagen in Ihrer gebildeten und schönen Vaterstadt, und ein für mich auf jeden Fall äusserst lehrreicher Umgang mit Ihnen, sind mehr als hinreichende Lockungen, ohne dass es der Fall wäre Ihnen und Ihrer leider nur langsam sich erholenden Gattin noch beschwerlich zu fallen.

Krusenstern an Horner, Ass 1818 VII 25. Ich habe zwar auf meine letzten zwey Briefe vom 26. Merz und 1. May keine Antwort bekommen, kann mir aber doch das Vergnügen nicht versagen Ihnen wiederum einmal ein paar Worte zu schreiben; was mich aber besonders zum Schreiben auffordert ist Ihnen die glückliche Rückkunft Kotzebue's zu melden über

dessen Schicksal ich unruhig zu werden anfing da seine Berichte aus Kamtschaka ausgeblieben waren. Er lief in Reval ein, von wo er nach Petersburg absegelt in der Hoffnung dass auch der Kaiser sich für ihn interessiren werde. Da Sie lebhaften und thätigen Theil an seiner Reise genommen haben, so halte ich es für meine Pflicht, Ihnen vorläufig Etwas von seiner Reise zu sagen. Aus den Zeitungen wissen Sie bereits dass er im März 1817 von den Sandwich-Inseln nach der Behrings-Strasse abgegangen war. Auf dieser Reise hatte ihn ein heftiger Sturm überfallen, der sein kleines Schiff so mitgenommen, dass er ohne eine sehr starke Reparatur die Fahrt nicht machen durfte. Er lief in Unalaska ein und ging von dort im July zum zweitenmale ab. Während des Sturmes hatte er einen so heftigen Schlag an der Brust bekommen, dass er sich mit Mühe erholt, doch jetzt von der Eisluft so angegriffen sich gefühlt hat, dass es ihm unmöglich ward länger in den Eisregionen zu bleiben und ehe er noch die Behrings-Strasse erreicht kehrte er nach der Südsee zurück, blieb dort bis zum Januar, reparirte sein Schiff in Manilla, und reiste von dort über das Cap der guten Hoffnung nach England. Wie nahe ihm diess gegangen ist, da er sich so sehr auf diese Expedition gefreut hat, können Sie sich wohl denken; ihm ward es in der That unmöglich, erstlich der Krankheit wegen, und zweitens hatte er nur einen Offizier, und so muss man ihn nicht sehr scharf beurtheilen. Das Einzige, worin er gefehlt hat ist, dass er zu früh sich auf den Weg nach der Behringsstrasse gemacht hat, da die Erfahrung von Cook und seine eigene Erfahrung lehrt, dass vor dem halben Juli dort nichts anzufangen ist. Er hätte lieber noch ein paar Monate in der Südsee zubringen sollen um den Archipel in 10° der Breite, von welchem er mehrere Gruppen entdeckt hat, der aber noch mehrere enthalten soll, mit der grössten Genauigkeit aufzunehmen. Gottlob indess dass er zurück ist; seine Reise wird immer eine reiche wissenschaftliche Ausbeute gewähren. — Wie es scheint wird aus der französischen Ausgabe meiner Reise nichts, was mir sehr leid thut, da die Uebersetzung gemacht und so gut gemacht sein soll. Sollte sich denn kein Buchhändler daran machen, wenn

er ausser einigen Exemplaren nichts für das Mss zu bezahlen braucht?

De Veley an Horner, Lausanne 1818 VIII 28. La société des sciences naturelles m'a procuré un très grand plaisir, celui de faire votre connaissance personnelle, et je désirerais bien voir se multiplier les occasions de discourir avec vous, et de profiter de vos profondes connaissances en différens genres. — Je vous ai parlé, Monsieur, de mon projet d'observatoire, je fais tous mes efforts pour le réaliser. Nous avons acquis une excellente pendule de Berthoud, et nous avons commandé à Munich un cercle répétiteur et un équatorial. Nous attendons ces instrumens auxquels nous joindrons un compteur, un baromètre et un thermomètre, et nous croyons que cela pourra nous suffire pour toutes les observations. Il s'agit maintenant, Monsieur, de bâtir l'observatoire même, et j'ai trouvé un emplacement très-beau, mais qu'il faut obtenir de notre municipalité, c'est au-dessus du jardin de notre société de l'arc, où nous avons fait nos diners; on me demande de présenter un plan fixe et arrêté, et c'est pour cela, Monsieur, que je viens vous consulter: Un petit observatoire rond, de dix à douze pieds de diamètre intérieur, avec un toit tournant, me semble suffisant pour nos besoins.

Krusenstern an Horner, Ass 1819 I 30. Dass ich Ihren Brief vom 24 October so sehr spät beantworte, mein theuerster Freund, daran ist Kotzebue's verspätete Reise schuld. Im Anfange wollte er im Dezember, alsdann im Januar und nun im Februar reisen. Er hat mir versprochen Ihnen diesen Brief sogleich bey seiner Ankunft in Mannheim zuzuschicken, und will Sie auch selbst im Laufe des Sommers besuchen. Ich beneide ihn darum; obgleich ich alle Ideen der grossen Reisen, sowohl zu Lande wie zur See, aufgegeben habe, so kann ich doch unmöglich an eine Reise zu meinem lieben Horner nach Zürich denken, ohne mich 20 Jahre jünger zu fühlen, ob ich gleich nur zu sehr fürchte, dass meine Wünsche in dieser Rücksicht nie realisirt werden. — Die Einleitung zu Kotzebue's Reise habe ich geschrieben und am Ende gezeigt wie nothwendig und ehrenvoll es für Russland sey eine Entdeckungsreise nach einem grossen Massstabe unternehmen

zu lassen. Schon im vorigen Juli, sogleich nach Kotzebue's Rückkunft, machte ich dem Präsidenten der Academie schriftlich den Vorschlag zu einer solchen Reise. Um 14 Tage reise ich nach Petersburg, vielleicht gelingt es mir die Sache zur Ausführung zu bringen.

W. Struve an Horner, Dorpat 1819 III 27/15. Den lebhaftesten Dank muss ich Ihnen für Ihre gütige Zuschrift sagen. Wahrhaft aufmunternd ist der Beifall eines competenten Richters bey jedem wissenschaftlichen Bestreben, und sollte ich auch, wie ich es selbst fühle, das Lob das Sie meinen Beobachtungen ertheilen, noch bei weitem nicht verdienen, so soll es wenigstens mein ernsthaftes Bemühen sein der guten Meinung, die Sie von meinen Bestrebungen haben, mit der Zeit würdig zu werden. — Ihren Brief an Hrn. v. Krusenstern habe ich gestern ihm selbst abgeben können. Er grüsst Sie auf's Herzlichste, und will baldigst an Sie schreiben. Wie ich von ihm höre, so werden in einem Jahre zwei neue Expeditionen um die Erde von Russischer Seite ausgerüstet werden, zu welchen Hr. v. Krusenstern zwei Astronomen sucht. Er trug mir auf, Ihnen dies Letzte zu melden. Vielleicht wüssten Sie jemand, der dazu geeignet wäre und Lust hätte. — Was die Verrückungen der festen Instrumente anbelangt, so läugne ich nicht, dass Sie mir bei aller Aufmerksamkeit auf diesen Gegenstand bis jetzt ein vollkommenes Räthsel sind. Die Ursache warum ich bey den angeführten jedesmaligen Ständen des Instruments die mittlere Temperatur des Beobachtungssaals nicht mit angeführt habe, ist weil ich auch nicht die geringsten Uebereinstimmungen der Veränderungen des Instruments und der äussern Temperatur habe bemerken können. Gerade im Jahr 1814 hatten wir die heftigsten Froste, die in freier Luft bis —27°, im Saale der Sternwarte bis —23° gingen, und das Instrument stand ausserordentlich gut; der Winter 1815 war viel gelinder, und die Veränderungen waren so bedeutend und wunderbar regelmässig. In diesem nun bald verflossenen Winter stand das Instrument vom Ende September bis zum 10 März so schön, dass die grössten Unterschiede im Stande kaum 3" im Bogen waren. Vom 10—13 März änderte sich die Axe um 10" in Hinsicht auf die Hori-

zontalität; ich weiss nicht ob plötzlich oder allmälig, weil trübes Wetter war, — auch das Azimuth veränderte sich. Der östliche Zapfen war jetzt 13″ zu hoch; so fand ich es am 13ten, und so blieb es bis zum 19ten, da corrigirte ich es erst. Gestossen war übrigens nicht ans Instrument. — Meine Erfahrungen sind übrigens noch unvollständig; ich habe noch keinen Sommer durch beobachtet, und überhaupt seit 1815 im Sommer bis 1818 im September habe ich wenig auf der Sternwarte gethan, wegen der Triangulirung Lieflands, die ich jetzt glücklich vollendet habe. Seit dem September 1818 aber bin ich wieder in voller Thätigkeit, und das Beobachten geht um so freudiger, da ich die schönsten Aussichten für die Sternwarte habe. Ein Meridiankreis ist bey Reichenbach in Arbeit; die Sternwarte hat jährlich ein Fixum von 520 Silberrubeln erhalten; eine Wohnung wird diesen Sommer so nahe an die Sternwarte gebaut, dass ich durch einen Corridor in dieselbe gelangen kann, und folglich so gut wie in der Sternwarte wohne. Diese Aussichten und die sorgenfreie Lage, die ein auf 1450 Silberrubel erhöhtes Gehalt uns allen gewährt, ermuthigen und fordern zu doppelter Thätigkeit auf. — Bis ich den Kreis erhalte, bleibe ich gänzlich bey den Circumpolarsternen und Doppelsternen, und bin sehr begierig ob nicht mehrjährige Beobachtungen zu irgend etwas über Paralaxe und über die Frage ob die Constante der Aberration für alle Sterne dieselbe ist ergeben werden. Die nördlichen Sterne auf die ich in Bezug auf die Paralaxe meine Aufmerksamkeit gewandt habe, sind: Polaris, β, δ und ε Ursæ minoris, Capella und β Draconis, β Aurigæ und γ Draconis, α Cassiop. und ε Ursæ maj., ζ Ursæ maj. und δ Cassiop., ε Cassiop. und α Draconis, α Cephei und h Ursæ maj., β Cephei und v Ursæ maj. (Sternen-Paare, deren *AR* 12 Stunden verschieden ist.) Wohl könnten schon Einjährige Beobachtungen zum Ziele führen, wenn der Astronom über die Witterung gebieten könnte. — Die von Gauss bemerkten Veränderungen seines Repsold'schen Kreises waren täglich periodische. Von solchen habe ich hier nicht das geringste bemerken können. Ich habe hierauf im verflossenen Octob. und Nov. sehr viele Aufmerksamkeit verwandt, aber die beruhigendsten Resultate gefunden. Ich beobachtete

nämlich damals so oft ich konnte den Polaris, β Urs. min. und δ Urs. min. in beiden Culminationen; die abgeleiteten Abweichungen vom Pol stimmten aufs genügendste, obgleich Polaris am Mittag und Mitternacht, β um 3 Uhr und δ um 6 Uhr Abend und Morgens beobachtet wurde. Ich setze Ihnen z. B. folgende Vergleichung für Pol. und δ Urs. min. her: Abweichungen vom Pol in Bogensecunden aus

	X 6	7	9	11	14	17
Polaris	16″,1	16,0	15,6	15,4	15,0	15,1
δ Urs. min.	16,0	16,0	15,6	15,8	15,2	14,65

Hier ist die Uebereinstimmung überraschend. Nicht so vollkommen ist sie für Polaris und β Urs. min., obgleich auch hier die grösste Differenz noch keine Bogensecunde ist, nämlich aus

	X 31	XI 7	8	9	10	11	12	14
Polaris	13″,9	3,2	3,6	4,0	3,4	3,5	3,6	3,4
β Urs. min.	13,3	2,5	2,7	3,1	3,4	3,3	3,2	2,6

Hier gibt β Urs. min. eine im Mittel um 0″,56 kleinere Abweichung. Ob solche einer Veränderung im Stande, oder dem unvermeidlichen Beobachtungsfehler zuzuschreiben ist, ist schwer zu entscheiden; auch können kleine Ungleichheiten in den Zapfen solche Abweichungen hervorbringen, die sich dann aber das ganze Jahr durch zeigen müssen. Ob das ist oder nicht, hoffe ich durch Beobachtungen auszumitteln. (Zwischen dem 31. Oct. und 7 Nov. wurde das Instrument neu berichtigt). — Ich erinnere mich von einer Uhr mit einem Holzpendel gelesen zu haben, die Wollaston ein Jahr lang beobachtete, und deren Veränderungen nur auf 1″ täglich gingen. Ich habe eine trockene Stange von Tannenholz, die die Stelle der Röhre des Troughton'schen Pendels annehmen kann, schon fertig, gehörig in Oel getränkt und lakirt. — Die Hubert'sche geht jetzt sehr gut. Ihre mittlere tägliche Acceleration war

1818	V—IX	+2″,9
	X	+1,1
	XI	+1,9
	XII	+2,3
1819	I	+2,2
	II	+2,8

Ich glaube damit zufrieden sein zu dürfen. — Die Herren Parrot der Vater und Krause grüssen Sie aufs Herzlichste. Parrot der Sohn ist noch auf Reisen, ich denke in Ihrer Nähe, im Sommer wird er zurück erwartet. — Sehr würde ich mich freuen, wenn Sie nicht ungeneigt wären mich öfter in Zukunft mit Briefen zu beehren; mit Vergnügen erbiete ich mich, so weit Zeit und Entfernung es zulassen, zu einer regelmässigen Correspondenz.

Krusenstern an Horner. Ass 1819 V 20. Ihren Brief vom 24. Februar habe ich durch den Professor Struve bald nach meiner Rückkunft aus Petersburg erhalten; ich habe ihn absichtlich lange unbeantwortet gelassen, um ihnen etwas mehr über die zwey Expeditionen sagen zu können, die jetzt ausgerüstet werden. Aus meinem Briefe, den ich Innen durch Kotzebue schickte, werden Sie gesehen haben, dass ich Alles suchte in Bewegung zu setzen um eine neue Entdeckungsreise zu Stande zu bringen. Während meinem Aufenthalt in Petersburg trug mir der Minister auf ihm meine Ideen darüber schriftlich mitzutheilen, da der Kaiser beschlossen habe 2 Schiffe nach dem Südpol und 2 nach dem Nordpol abzuschicken. Diess habe ich denn in einem 7 Bogen langen Mémoire gethan; ob aber alles so ausgeführt werden wird, wie ich es vorgeschlagen, daran zweifle ich, da Sarytscheff*) gern alle Ehre sich zuschreiben möchte, und nur so viel von meinem Mémoire nehmen wird als es ihm helfen kann, seine eigene Unwissenheit zu bemänteln. Ich trug darauf an beide Expeditionen, besonders aber die nach dem Südpol erst im künftigen Jahre absegeln zu lassen, da sie ihre Kurse nach dem Südpol zum wenigsten im halben November von dem Cap der guten Hoffnung beginnen müssen und nur die Monate Dezember, Januar und Februar dazu anwenden können; man könnte bis dahin die Schiffe aufs Beste mit allem versorgen, Gelehrte von Celebrität engagiren, sich Zeit nehmen Instrumente etc. mit Umsicht zu bestellen; man würde zur besten Jahreszeit die Europäischen Gewässer verlassen, — kurz ich

*) Hydrograph der Admiralität, den Krusenstern als einen „unwissenden dummen Pinsel“ bezeichnet.

sehe nur Gewinn und Ehre bey einer nicht übereilten Abfertigung. — Zum Chef der Nordpol-Expedition schlug ich Kotzebue vor, da Keiner wie er die von ihm begonnenen Untersuchungen in der Behring-Strasse mit gleichem Eifer fortsetzen würde, überhaupt Kotzebue ein trefflicher Offizier ist, viel Muth und Beharrlichkeit und dabey viel Sinn für solche Unternehmungen hat; auch wäre es billig und gerecht gewesen ihm das Commando zu geben, — man hat es nicht gethan, sondern dasselbe seinem Lieutenant übertragen, — Sarytscheff, welcher weder mich noch Kotzebue leiden kann, hat wahrscheinlich diese Ernennung bewirkt.*) Gebe Gott dass man sie nicht bereuen möge. — Bellingshausen, den ich zum Chef der Südpol-Expedition vorschlug als den Einzigen, fähig eine solche Unternehmung zu leiten, ist nach Petersburg berufen, aber noch nicht dort eingetroffen. — Der arme Kotzebue, er freute sich so sehr seinen Vater zu sehen und fand ihn ermordet; †) welche fürchterliche That. Ein Dolch gegen eine Feder, — wie ungleich die Waffen. Ich habe von jeher einen Dégoût gegen das wilde Wesen deutscher Universitäten gehabt. In welchem Lande existirt mehr Freiheit, in welchem Lande gibt es wohl kräftigere Menschen, gründlichere Gelehrte und praktischere Staatsbürger als in England, und die Studenten in Oxford und Cambridge sind einer Disciplin unterworfen, die man in Jena und Halle für entehrend halten würde. Ich habe Kotzebue mehr als 30 Jahre gekannt und seit der Periode meiner Reise ihn als Freund geliebt. Sein unglückliches Ende hat mich viel Thränen gekostet, und nie werde ich an ihn denken können ohne tief bewegt zu werden.

Trechsel an Horner, Bern 1819 VI 27. In meiner Verwahrung habe einen von Lenoir gefertigten eisernen Meter, auf welchem auch die halbe Toise eingravirt ist. Er ist so zuverlässig und wenigstens so offiziell als man von den Herren Franzosen so was bekömmt. Auf dem Deckel des

---

*) Später (1824) fand Otto v. Kotzebue doch wieder Gnade, und befehligte eine Reise nach der Südsee.

†) Vater Kotzebue wurde bekanntlich am 23. März 1819 durch den Schwärmer Sand zu Mannheim erdolcht.

schlüssigen Mahagonikistchens prangt in Silber gravirt die Inschrift: „Mètre conforme à la loi du 18 Germinal an 3, présenté le 4 Messidor an 7.“ Dass er Ihnen jeden Augenblick zu Diensten steht, versteht sich. — Verbindlichst danke ich Ihnen für Ihre freundschaftliche Nachfrage nach meiner Gottlob wieder um vieles bessern Gesundheit, sowie für Ihre gütige Einladung nach Zürich und St. Gallen. An grosser Lust mich diessmal einzufinden fehlt es nicht, nur habe ich leider seit Jahr und Tag, durch mancherley praktische Arbeit zerstreut und abgehalten, in eigentlicher Wissenschaft so wenig gethan, dass ich mich fast nicht zeigen darf. — Unser Mètre ist erst 3 bis 4 Jahre nach Tralles Rückkunft von Paris vom hiesigen Commercienrath verschrieben worden, und soll also doch wohl die definitive Länge haben.

Buzengeiger an Horner, Tübingen 1819 VII 20. Der Sekundenzähler ist schon seit 6 Wochen fertig, musste aber jetzt schon zum 4 mal neu regulirt werden, wohl immer wegen dem grossen Schwung der Unruhe; denn die Unruhe macht bei jeder Schwingung $1^{3}/_{4}$ Umgang. Ich musste einst für Hrn. Prof. Benzenberg Versuche mit einer Sekundenuhr mit Centrifugal-Unruhe machen, die Uhr aber ging wie ein Bratenwender; ich schlug also die Sache nieder. Ich machte in diese Uhr nun statt der Centrifugalhemmung Emery's freie Hemmung hinein, und dies ist jetzt der Sekundenzähler, oder Uhr, die nun geht wie gewöhnlich 36 Stunden in einem Aufzug, und hat die Form einer Dose von $3^{1}/_{2}$ par. Zoll Durchmesser. Sie wird vermittelst Schrauben an der Unruhe regulirt, auch hat die Unruhe eine Compensation für Wärme und Kälte; wie aber der Gang der Uhr eigentlich ist, und wie die Compensation wirkt, weiss ich noch nicht, da zu solcher genauern Prüfung eine lange Zeit gehört. Und ich will sie Ihnen auch desswegen nicht vorenthalten, da Sie diese nur als Sekundenzähler auf kurze Zeit jedesmal gebrauchen, und werde sie wo möglich, bis den 26sten dieses Monats an Sie abgehen lassen, mit der gehorsamsten Bitte diese Uhr selbst genauer zu untersuchen. Finden Sie grosse Unregelmässigkeiten, so senden Sie mir sie wieder zurück, sobald Sie das Ding wieder entbehren können. . . . Bohnenberger be-

kommt jetzt einen sogenannten Stutzschwanz, das letzte Instrument, das Reichenbach noch verfertigt; sein Institut hört ganz auf.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1819 VIII 20. Der Kaiser hat mich zum Mitglied eines Comités ernannt, das sich über die besten Mittel berathschlagen sollte, das Schiffs-Bauholz von Kasan nach Petersburg zu bringen; ich hoffe dieses Geschäft in 8 Tagen zu beendigen und kehre alsdann nach Ass zurück, wo ich am allerglücklichsten lebe. Von den Expeditionen die nach beiden Polen abgefertigt sind, kann ich Ihnen gar nichts sagen; sie sind auf eine so geheimnissvolle Art abgefertigt, dass ausser dem Minister Keiner etwas davon weiss. Dass ich Bellingshausen vorgeschlagen und er auch vom Kaiser zum Chef ernannt ward, schrieb ich Ihnen in meinem letzten Briefe; mir selbst hat er keine Zeile geschrieben, ob ich ihn gleich sehr darum gebeten hatte, auch hat er von einigen jungen Offizieren, die ich ihm empfohlen, nicht Einen genommen. Alles dieses hat ein ziemlich unfreundliches Ansehen; ich will ihn indess nicht eher verdammen als bis ich ihn gesehen habe, was, wie ich hoffe, geschehen wird.

H. W. Brandes an Horner, Breslau 1819 VIII 31. Mir geht es hier ganz wohl. Obwohl ich eben keine Gelegenheit finde, Schüler, die etwas Grosses würden (wobei sie leicht grösser als ich werden könnten) zu bilden, so finden sich doch manche recht fleissige junge Leute, die etwas ordentliches lernen, und ich lese manche meiner Collegien mit grossem Vergnügen. Dass ich zugleich gelegentlich schlechte Bücher schreibe, wirst du wohl aus der Literaturzeitung erfahren, die kürzlich meine Mechanik, unter einigen Complimenten, für ein ziemlich zweckwidrig abgefasstes Buch zu erklären schien. Indess lese ich nach dieser Mechanik, und finde es gar nicht so unmöglich junge Leute, die noch keine Analysis verstehen, und während sie die lernen, doch gern Mechanik treiben wollen, mit dieser Wissenschaft bekannt zu machen.

(Forts. folgt.) [R. Wolf.]

Personalbestand

der

naturforschenden Gesellschaft in Zürich

(Juli 1877).

a. Ordentliche Mitglieder.

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
1.	Hr.	Rahn, C., Med. Dr.	1802	1823	1826
2.	-	Horner, J. J., Dr., Bibliothekar .	1804	1827	1831
3.	-	Zeller-Klauser, J. J., Chemiker .	1806	1828	1867
4.	-	Wiser, D., Dr. phil., Mineralog .	1802	1829	1843
5.	-	Keller, F., Dr. phil., Präs. d. ant. Ges.	1800	1832	1835
6.	-	Mousson, R. A., Dr. Professor .	1805	1833	1839
7.	-	Siegfried, Quäst. d. schweiz. Nat. Ges.	1800	1833	1850
8.	-	Trümpler-Schulthess, J., Fabrikbes.	1805	1833	—
9.	-	Heer, O., Dr. Professor	1809	1835	1840
10.	-	Lavater, J., Apotheker	1812	1835	1851
11.	-	Ulrich, M., Professor	1802	1836	1847
12.	-	Stockar-Escher, C., Bergrath .	1812	1836	1867
13.	-	Hofmeister, R. H., Professor .	1814	1838	1847
14.	-	Zeller-Tobler, J., Ingenieur . .	1814	1838	1858
15.	-	Wolf, R., Dr. Professor	1816	1839	1856
16.	-	Kölliker, A., Dr. Prof., in Würzb. (abs.)	1817	1841	1843
17.	-	Kohler, J. M., Prof. am Polytechn..	1812	1841	—
18.	-	Meier-Hofmeister, J. C., M. Dr. .	1807	1841	1866
19.	-	v. Muralt, L., M. Dr.	1806	1841	1865
20.	-	Koch, Ernst, Färber	1819	1842	—
21.	-	Nüscheler, A., alt Rechenschreiber	1811	1842	1855
22.	-	Zeller-Zundel, A., Landökonom .	1817	1842	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
23.	Hr.	Wild, J., Professor	1814	1843	—
24.	-	Ziegler, M., Dr., Geogr. in Winterthur	1801	1843	1867
25.	-	Escher, J., Dr., Oberrichter . .	1818	1846	1866
26.	-	Menzel, A., Professor . . .	1810	1847	1857
27.	-	Meyer, H., Dr. Professor . .	1815	1847	1862
28.	-	Frey, H., Dr. Professor . . .	1822	1848	1853
29.	-	Denzler, W., Professor . . .	1811	1848	—
30.	-	Amsler, K., Dr. Prof. in Schaffhausen	1823	1851	—
31.	-	Gastell, A. J., Dr. Professor . .	1822	1851	—
32.	-	Siber, G., Kaufmann . . .	1827	1852	—
33.	-	Cloetta, A. L., Dr. Professor. .	1828	1854	—
34.	-	Rahn-Meier, Med. Dr. . . .	1828	1854	—
35.	-	Pestalozzi, Herm., Med. Dr. . .	1826	1854	1860
36.	-	Stöhr, Mineralog	1820	1854	—
37.	-	Hug, Prof. d. Math. . . .	1822	1854	—
38.	-	Schindler-Escher, C., Kaufmann .	1828	1854	—
39.	-	Sidler, Dr. Professor in Bern .	1831	1855	—
40.	-	Ortgies, Inspector d. bot. Gart. .	1829	1855	—
41.	-	Culmann, Professor . . .	1821	1855	1866
42.	-	Zeuner, G., Dr. Prof. (abs.) . .	1828	1856	1860
43.	-	Cramer, C. E., Dr. Professor. .	1831	1856	1871
44.	-	Escher im Brunnen, C. . . .	1831	1856	1858
45.	-	Keller, gew. Ober-Telegraphist .	1809	1856	—
46.	-	Ehrhard, G., Fürsprech . . .	1812	1856	—
47.	-	Durège, Dr. Prof. (abs.) . .	1821	1857	—
48.	-	Stocker, Professor	1820	1858	—
49.	-	Pestalozzi-Hirzel, Sal. . . .	1821	1858	—
50.	-	Renggli, A., Lehr. a. d. Thierarznsch.	1827	1858	—
51.	-	Horner, F., Dr. Professor . .	1831	1858	—
52.	-	Wislicenus, J., Dr. Professor (abs.)	1835	1859	1866
53.	-	Pestalozzi, Karl, Oberst, Professor	1825	1859	—
54.	-	Frey, Med. Dr.	1827	1860	—
55.	-	Widmer, Dir. der Rentenanstalt .	1818	1860	—
56.	-	Billroth, Dr. Prof. (abs.) . .	1829	1860	—
57.	-	Orelli, Professor	1822	1860	—
58.	-	Graberg, Fr.	1836	1860	—
59.	-	Kenngott, Ad., Dr. Prof. . .	1818	1861	1868
60.	-	Mousson-May, R. E. H. . . .	1831	1861	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
61.	Hr.	Goll, Fr., Med. Dr.	1828	1862	—
62.	-	Lehmann, Fr., Med. Dr.	1825	1862	—
63.	-	Bürkli, Fr., Zeitungsschreiber	1818	1862	—
64.	-	Christoffel, Dr. Prof. (abs.)	1829	1862	—
65.	-	Schwarzenberg, Philipp, Dr.	1817	1862	—
66.	-	Hotz, J., gew. Staatsarchivar	1822	1862	—
67.	-	Studer, H., Bankpräsident	1815	1863	—
68.	-	Huber, E., Ingenieur	1836	1863	—
69.	-	Reye, C. Th., Dr. Prof. (abs.)	1838	1863	—
70.	-	Kym, Professor	1823	1863	—
71.	-	Suter, H., Seidenfabrikant	1841	1864	—
72.	-	Rambert, Professor	1830	1864	—
73.	-	Kopp, J. J., Prof. d. Forstw.	1819	1864	—
74.	-	Mühlberg, Prof. Aarau	1840	1864	—
75.	-	Baltzer, Dr. phil., Professor	1842	1864	—
76.	-	Wettstein, Heinrich, Dr. phil., Seminardirector in Küssnacht	1831	1864	—
77.	-	Meyer, Arnold, Dr. phil., Professor,	1844	1864	—
78.	-	Fritz, Prof. am Polytechnikum	1830	1865	1873
79.	-	Ernst, Fr., Dr. Med., früher Prof. an der Universität	1828	1865	—
80.	-	Lommel, Eug., Dr. Prof. (abs.)	1837	1865	—
81.	-	Eberth, Carl Jos., Dr. Professor	1835	1865	—
82.	-	Egli, J. J., Dr. Prof.	1825	1866	—
83.	-	Weith, Wilh., Dr. Professor	1846	1866	1873
84.	-	Ris, Ferd., Dr. Med.	1839	1866	—
85.	-	Weilenmann, Aug., Dr., Professor	1843	1866	1872
86.	-	Fiedler, Wilh., Dr. Professor	1832	1867	1871
87.	-	Merz, Victor, Dr. Professor	1839	1867	—
88.	-	Gusserow, A., Dr. Prof. (abs.)	1836	1868	—
89.	-	Rose, E., Dr. med., Professor	1836	1868	—
90.	-	Schoch, G., Dr. med., Privatdocent	1833	1868	1870
91.	-	Kundt, Aug., Dr. Prof. (abs.)	1839	1868	—
92.	-	Labhardt, Jak., Erz. in Männedorf	1830	1868	—
93.	-	Hermann, Dr. Professor	1838	1868	1870
94.	-	Bürkli, Arnold, Stadt-Ingenieur	1833	1869	1873
95.	-	Escher-Hotz, Emil, Fabrikbesitzer	1817	1869	—
96.	-	Meyer, G. A., Lehrer am evangelischen Seminar	1845	1869	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
97.	Hr.	Schwarz, H. A., Dr. Professor (abs.)	1843	1869	1871
98.	-	Tuchschmid, Dr. Prof. (abs.) .	1847	1869	—
99.	-	Lasius, Professor	1835	1869	—
100.	-	Beck, Alex., Prof. (abs.) . .	1847	1870	—
101.	-	Weber, H., Dr. Professor (abs.) .	1842	1870	1872
102.	-	Schneebeli, Dr. Prof., Neuenburg	1849	1870	—
103.	-	Fliegner, A., Professor . . .	1842	1870	1874
104.	-	Heim, Alb., Professor . . .	1849	1870	1874
105.	-	Kohlrausch, Dr. Prof. (abs.) . .	1840	1870	—
106.	-	Jäggi, Conserv. d. bot. Samml. .	1829	1870	—
107.	-	Affolter, F., Prof. (abs.) . .	—	1870	—
108.	-	Müller, Apotheker	1835	1870	—
109.	-	Mösch, Cas., Dr., Conserv. d. geol. Slg.	1827	1871	—
110.	-	Suter, Heinr., Dr. Prof., Aarau .	1848	1871	—
111.	-	Krämer, Adolf, Dr. Professor .	1832	1871	—
112.	-	Nowacki, Dr. Professor . . .	1839	1871	—
113.	-	Bollinger, Otto, Dr. Prof. (abs.) .	1843	1871	—
114.	-	Brunner, Heinr., Dr. Prof., Lausanne	1847	1871	—
115.	-	Pestalozzi, Salomon, Ingenieur .	1841	1872	—
116.	-	v. Tribolet, Moritz, Dr., . .	1852	1872	—
117.	-	Martini, Friedr., Ing., Frauenfeld	1833	1872	—
118.	-	Linnekogel, Otto, Kaufm., Frauenf.	1835	1872	—
119.	-	Meyer, Victor, Dr. Professor . .	1848	1872	1875
120.	-	Schulze, Ernst, Dr. Professor .	1840	1872	1877
121.	-	Mayer, Carl, Dr. Professor . .	1827	1872	1875
122.	-	Tobler, Adolf, Dr. Privatdocent .	1850	1873	—
123.	-	Steinfels, Apoth. in Wädensweil .	1828	1873	—
124.	-	Möllinger, Prof., in Fluntern .	1814	1873	—
125.	-	Möllinger, Ingen., in Fluntern .	1850	1873	—
126.	-	Paur, J. H., Ingenieur	1839	1873	—
127.	-	Irminger, Gustav, Dr. med., in Küssnacht	1840	1873	—
128.	-	Billwiller, Rob., Chef der meteorol. Centralanstalt	1849	1873	1876
129.	-	Kleiner, Dr., Assistent am physikal. Laboratorium	1849	1873	1877
130.	-	Gnehm, Dr. Professor, . . .	1852	1873	—
131.	-	Vogler, Dr. med., in Wetzikon .	1833	1873	—

			Geb. Jahr.	Aufn. Jahr.	Eint. in's Comite.
132.	Hr.	Choffat, Geolog, Privatdocent	1849	1873	—
133.	-	Kollarits, Dr. phil. (abs.)	1844	1873	—
134.	-	Zuberbühler, Sekundarlehrer in Wädensweil	1844	1873	—
135.	-	Schär, Ed., Apotheker, Professor	1842	1874	1876
136.	-	Ennes de Souza, Geolog (abs.)	1848	1874	—
137.	-	Seitz, Dr. med., Privatdocent	1845	1874	—
138.	-	Luchsinger, Dr. med., Assistent am physiol. Labor.	1849	1874	—
139.	-	Stickelberger, Dr. Privatdocent	1850	1874	—
140.	-	Wundt, Wilh., Dr. Professor (abs.)	—	1874	—
141.	-	Escher, Rud., Professor	1848	1874	—
142.	-	Ott, Carl, Asistent am physikal. Laborat. des Polytechnikums	1849	1874	—
143.	-	Weber, Friedr., Apotheker	—	1875	—
144.	-	Weber, Friedr., Dr. Professor	—	1875	1876
145.	-	Frankenhäuser, Ferd., Dr. med., Prof.	—	1875	—
146.	-	Olbert, Ad., Lehrer in Männedorf	—	1875	—
147.	-	Schröder, Berthold, Chemiker	—	1875	—
148.	-	Imhof, Eugen, Prof. in Schaffhausen	—	1875	—
149.	-	Meister, Otto, Lehrer in Stäfa	—	1875	—
150.	-	Wanner, Stephan, Lehrer an der höhern Töchterschule Zürich	—	1875	—
151.	-	Stoll, Dr. med. in Mettmenstetten	—	1875	—
152.	-	Frobenius, Dr. Professor	—	1875	1877
153.	-	Haller, G., Dr. Phil., Bern	—	1875	—
154.	-	Keller, Konr., Dr. Privatdocent	—	1875	—
155.	-	Lunge, Dr. Professor	—	1876	1877
156.	-	Tetmair, Privatdocent	—	1876	—
157.	-	Simonson, Assistent für Zoologie	—	1876	—
158.	-	Berl, Privatdocent	—	1876	—
159.	-	Müller, Lehrer in Enge	—	1877	—
160.	-	Schmidt, Dr. phil., Privatdocent	—	1877	—
161.	-	Schröter, Moritz, Privatdocent	—	1877	—
162.	-	Mollet, Architect	—	1877	—
163.	-	Gröbli, Dr., Repetitor f. Math.	—	1877	—

b. Ehrenmitglieder.

			Geb.	Aufn.
1.	Hr.	Conradi v. Baldenstein	1784	1823
2.	-	Godet, Charles, Prof., in Neuchâtel . .	1797	1830
3.	-	Kottmann in Solothurn	1810	1830
4.	-	Schlang, Kammerrath in Gottroy . .	—	1831
5.	-	Kaup in Darmstadt	—	1832
6.	-	De Glard in Lille	—	1832
7.	-	Herbig, Med. Dr., in Göttingen	—	1832
8.	-	Alberti, Bergrath, in Rottweil	1795	1838
9.	-	Schuch, Dr. Med., in Regensburg . .	—	1838
10.	-	Wagner, Dr. Med., in Philadelphia . .	—	1840
11.	-	Murray, John, in Hull	—	1840
12.	-	Müller, Franz, Dr., in Altorf	1805	1840
13.	-	Gomez, Ant. Bernh., in Lissabon . .	—	1840
14.	-	Baretto, Hon. Per., in Guinea	—	1840
15.	-	Filiberti, Louis, auf Cap Vert	—	1840
16.	-	Kilian, Prof., in Mannheim	—	1843
17.	-	Tschudi, A. J. v., Dr., in Wien	—	1843
18.	-	Passerini, Prof. in Pisa	—	1843
19.	-	Coulon, Louis, in Neuchâtel	1804	1850
20.	-	Stainton, H. T., in London	1822	1856
21.	-	Tyndall, J., Prof. in London	1820	1858
22.	-	Wanner, Consul in Hâvre	—	1860
23.	-	Hirn, Adolf, in Logelbach bei Colmar .	1815	1863
24.	-	Martins, Prof. der Botanik in Montpellier	1806	1864
25.	-	Zickel, Artill.-Capitain und Director der artes. Brunnen Algeriens	—	1864
26.	-	Hardi, Directeur du jardin d'Acclimatation au Hamma près Alger	—	1864
27.	-	Nägeli, Carl, Dr. phil., Prof. in München	1817	1866
28.	-	Studer, Bernh., Prof. Dr., in Bern . .	1794	1867
29.	-	Clausius, R., Dr. Prof. in Bonn	1822	1869
30.	-	Fick, Ad., Dr. Prof. in Würzburg . .	1829	1869
31.	-	Merian, Peter, Rathsherr in Basel . .	1795	1870
32.	-	Nägeli, Dr. Med., in Rio de Janeiro . .	—	1870
33.	-	Desor, Ed., Prof. in Neuenburg	—	1872